



ارائه‌ی یک مدل تولید اقتصادی با کمبود در زنجیره تأمین VMI

نعیم آقاجانی دلاور^۱، سیدمجتبی کاوسی داودی^۲، علی حسین زاده کاشان^۳

۱- دانشجوی دکتری مهندسی صنایع دانشگاه قزوین

naeem_aghajani@yahoo.com

۲- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه علوم و تحقیقات تهران

kavoosi_mojtaba@yahoo.com

۳- استادیار و عضو هیات علمی گروه مهندسی صنایع دانشگاه تربیت مدرس

a.kashani@aut.ac.ir

چکیده:

برای محیط همیشه در حال تغییر این دوران و پیچیدگی بازارها، کاهش دوره عمر محصولات و اهمیت یافتن زمان پاسخگویی به مشتریان و افزایش انعطاف پذیری، زنجیره تأمین عامل حیاتی برای رقابت پذیری سازمانها می باشد. بنابراین شناخت زنجیره تأمین و اجرای آن کمک به تعالی سازمان و عملکرد بهتر میکند. اهمیت افزایش رقابت پذیری زنجیره تأمین در تحقیقات اخیر نشان داده شده است. در این تحقیق، سیستم مدیریت موجودی فروشنده (VMI) را برای یک تولیدکننده و یک توزیع کننده بررسی می کند و یک مدل تحلیلی جهت تاثیر پارامترهای مهم زنجیره تأمین بر صرفه جویی هزینه را توسعه می دهد. این مدل برای یک زنجیره تأمین دو سطحی بسط یافته است که از یک تولیدکننده مجزا و یک توزیع کننده مجزا تشکیل شده است و مدیریت موجودی را قبل و بعد از بکارگیری VMI مورد بررسی و آزمایش قرار می دهد. نتایج بررسی تحلیلی نشان می دهد که بکارگیری VMI در مدل تولید اقتصادی با مجاز بودن کمبود، این توانایی را دارد تا کل هزینه های زنجیره تأمین را کاهش دهد. سه مثال عددی هم ارائه شده است که از این ادعا حمایت می کند.

واژگان کلیدی: مدیریت موجودی فروشنده، مدیریت زنجیره تأمین، تولید اقتصادی، کمبود



A new model of economic production with shortages in VMI supply chain

Supply Chain is a critical factor for organization's competitiveness because of the ever-changing environment and complexity of the markets, reducing of product life cycle, importance of response time to customers, increasing of the flexibility. So, we can help the organizational development and better performance by understanding the supply chain and its implementation. Importance of increasing competitiveness of supply chain has been shown in recent researches. In this research vendor management inventory system (VMI) for one producer and one distributor and an analytical model for influence of supply chain important parameters on cost saving is developed.

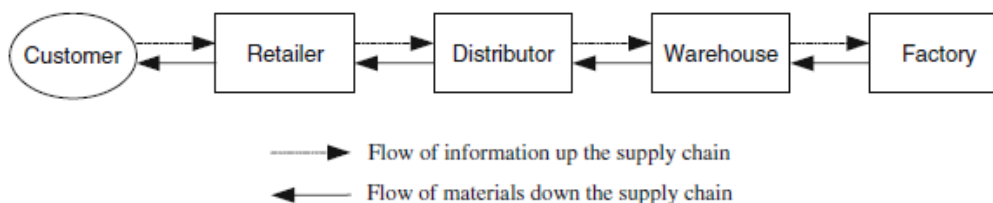
This model is extended for two-level supply chain that is formed from one separate producer and one separate distributor. Inventory management before and after applying VMI is studied and examined in this model. Analytical results have shown that using VMI in economic production model with allowed shortage can reduce supply chain costs. Three numerical examples are given for the proof of this claim.

Key words: Vendor management inventory, supply chain management, economic production

۱- مقدمه:

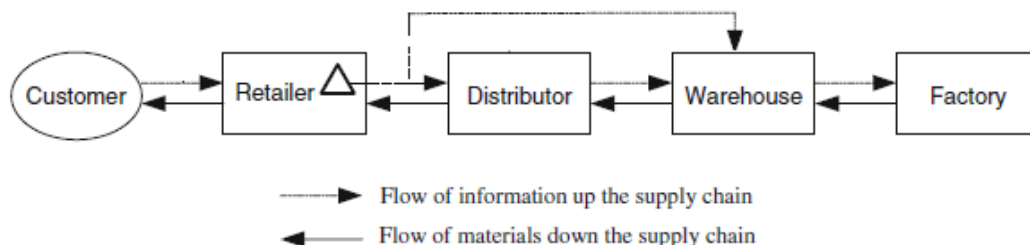
مدیریت موجودی بعنوان یکی از سوق دهنده های عمده و اصلی در زنجیره تامین در نظر گرفته شده است [۳]. با افزایش یافتن رقابت جهانی و پدیدار شدن تجارت الکترونیکی، مدیریت زنجیره تامین به صورت یک راه حل عمده و اصلی برای کاهش هزینه و سوددهی نگریسته می شود [۱۰].

هیچ چیزی مهم تر از مدیریت موجودی در قلمرو مدیریت زنجیره تامین وجود دارد [۴]. همچنین تصمیمات در رابطه با بازسازی موجودی تاثیر مستقیمی بر عملکرد اجرایی زنجیره تامین دارد. در زنجیره تامین سنتی، هر فرد مسئول کنترل موجودی خودش و فعالیت های سفارش دهی تولید یا توزیع خاص خودش است. در شکل ۱، یک زنجیره تامین سه سطحی که از خرده فروش، توزیع کننده، و کارخانه تشکیل می شود، نشان داده شده است.



در مدیریت موجودی فروشنده (VMI)، علاوه بر اطلاعات زنجیره تامین سنتی، تامین کننده سطح موجودی فروشنده را کنترل می کند بطوریکه اطمینان حاصل کند که سطح مطلوب سرویس دهی به مشتری حفظ می شود.

در این مقاله، پژوهش های قبلی توسعه یافته اند و یک مدل تحلیلی برای مساله تولید اقتصادی (EPQ) توسعه داده شده است که کمبود در آن مجاز می باشد. این مدل برای زنجیره تامین دو سطحی در نظر شده است که از یک تامین کننده مجزا و یک خریدار مجزا تشکیل شده است تا عملکرد مدیریت موجودی را قبل و بعد از بکارگیری VMI مورد بررسی قرار دهد. شکل ۲، یک زنجیره تامین VMI را نشان میدهد.



شکل ۲. زنجیره تامین با VMI

سایر بخش های مقاله به ترتیب زیر، ساختار بندی شده است. در قسمت بعدی، به بررسی ادبیات موضوع در خصوص VMI پرداخته می شود. در قسمت ۳، چارچوب مدل پیشنهادی را ارائه می دهد. قسمت ۴، حاوی مدل به همراه فرضیه هایش است. قسمت ۵، از چارچوبی استفاده می کند تا صرفه جویی های هزینه بعلت VMI را تجزیه و تحلیل کند. سه مثال عددی در قسمت ۶ ارائه داده می شود تا کاربرد روش پیشنهادی را توجیه نمایند و آن را شرح دهند. در نهایت، نتیجه گیری و پیشنهادات برای تحقیق های آتی در قسمت ۷ ارائه شده است.

۲- مروری بر ادبیات تحقیق:

توجه به مفهوم VMI، طی دهه ۱۹۹۰ توسعه یافت. نظر می رسد که شرکت ها زنجیره تامین شان را به صورت یک مزیت رقابتی بهبود بخشیده اند که اغلب اوقات با VMI همراه است. این استراتژی بویژه در بخش خوار و بار مشهور بوده است اما در بخش های مختلفی مانند فولاد، کتاب، و مواد پتروشیمی نیز بکار گرفته شده است [۱۳].

بطور کلی، تحقیق و پژوهش VMI را می توان به دو گروه طبقه بندی کرد:

الف) موضوعات مدیریتی و کارکردی به همراه رویه های شبیه سازی (بعنوان مثال به [۵،۷،۱۰] مراجعه کنید)

ب) دوره های ریاضیاتی و تحلیلی و ارائه آنالیز اقتصادی (بعنوان مثال به [۲،۶،۸،۹،۱۱،۱۲] مراجعه کنید)

در گروه دوم (حالت ب)، دونگ و اگزو [۶] یک مدل تحلیلی را ارائه کردند تا تاثیر کوتاه مدت و بلند مدت VMI بر سوددهی زنجیره تامین را مورد ارزیابی قرار دهند که این عمل با تجزیه و تحلیل سیستم های مدیریت موجودی طرفین زنجیره، انجام می شود. آنها مدل های ریاضی مناسبی را برای ساختار خریدار-تامین کننده تنظیم کردند و اثرات یک استراتژی VMI بر مولفه های گوناگون هزینه ای هر دو طرف مورد بررسی قرار دادند و سپس نقش VMI را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند.

یائو و همکاران [۱۲] با استفاده از همان نظریه ها و فرضیه های دونگ و اگزو [۶] به اضافه فرضیه دیگری، یک مدل تحلیلی جهت شناسایی پارامتر های کلیدی لجستیک از جمله هزینه های سفارش دهی و حق شارژها و هزینه های حمل، ارائه کردند.

وان درولیست و همکاران [۱۲]، هزینه های ارسال محموله از تامین کننده به خریدار را توسعه دادند. سوفیفارد و همکاران [۹] مدلی تحلیلی برای حالت خریدار مجزا-تامین کننده مجزا ارائه دادند که اثرات نوآوری هایشان را در زنجیره تامین VMI برای مدل مقدار تولید اقتصادی مورد بررسی قرار دادند.

به علاوه، جاسمی [۸] یک مدل زنجیره تامین برای یک تامین کننده مجزا و n خریدار را توسعه داد و سیستم VMI را با انواع سنتی مورد مقایسه قرار داد. وی همچنین یک سیستم قیمت گذاری را جهت تقسیم سود بین طرفین ایجاد نمود.

۳- چارچوب مدل سازی:



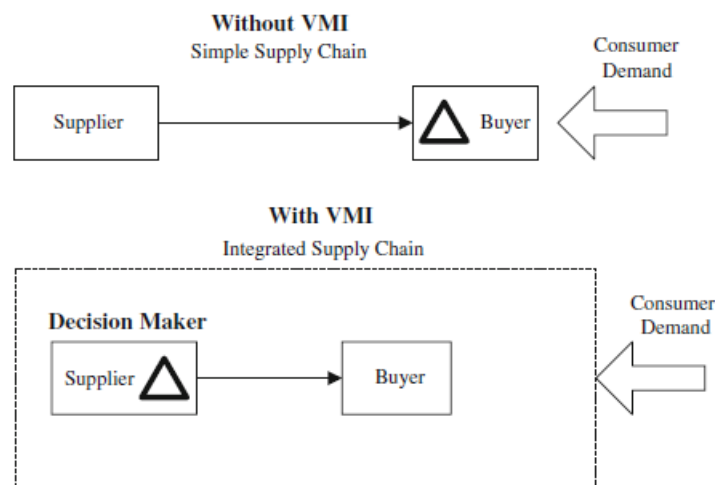
یک زنجیره تامین دو سطحی را در نظر بگیرید که از یک تولید کننده مجزا و یک توزیع کننده مجزا تشکیل می شود و ما مدیریت موجودی قبل و بعد از یکارگیری VMI را مورد بررسی قرار می دهیم. اگرچه بسیاری از نتایج را می توان به زنجیره تامین پیچیده تر تصمیم دارد اما یک زنجیره تامین ساده برای سهولت و راحتی محاسبات مورد استفاده قرار می گیرد.

فرض می کنیم که توزیع کننده از سوی مصرف کنندگان با تقاضای خارجی مواجه می شود، در یک زنجیره تامین بدون VMI، به نظر می رسد که توزیع کننده "رهبر" باشد و تولید کننده فقط مقدار تولید را از توزیع کننده دریافت می کند و تولید لازم را انجام می دهد. عبارت دیگر، تولید کننده هیچ گونه مسئولیتی بخاطر نداشتن محصول ندارد.

در عرض، در زنجیره تامین با VMI، توزیع کننده سیستم موجودی اش را مدیریت نمی کند و آن را برای تولید کننده بجا می گذارد تا سطح موجودی، مقادیر تولید، زمان تحویل (LT) و غیره را تعیین کند.

در یک زنجیره تامین با VMI، سیستم اطلاعات تولید کننده بطور مستقیم داده های تقاضای توزیع کننده را دریافت می کند. تولید کننده با توجه به هزینه موجودی اش که با کل هزینه زنجیره تامین برابر است، زمانبندی و مقدار تولید در هر دوره را تعیین می کند.

اختلاف اصلی بین استفاده نکردن از VMI و استفاده کردن از VMI این است که مقدار سفارش توزیع کننده در یک سیستم VMI توسط تولید کننده تعیین می شود. شکل ۳، چارچوب مدلسازی زنجیره های تامین VMI و بدون VMI را ارائه می دهد که در اینجا مثلث ها، نشان دهنده ی انبارها هستند.



شکل ۳. چارچوب مدل ها

۴- مدلسازی:

در این بخش ابتدا فرضیات و پارامترهای تحقیق تعریف می شوند. سپس هزینه های کل زنجیره تامین در دو حالت با و بدون VMI مدلسازی شده اند.

۴-۱- فرضیه ها

- مدل ریاضی این تحقیق براساس فرضیه های زیر ایجاد شده است :
- الف) زنجیره تامین یک تولید کننده و $(\pi = 0 \text{ and } \hat{\pi} \neq 0)$ یک توزیع کننده با یک کالا در نظر گرفته شده است.
- ب) کمبود پس افست مجاز می باشد .



- (ج) تحویل سفارش‌ها بلافاصله می‌باشد یعنی مدت زمان تحویل (Lt) صفر می‌باشد.
 (د) تقاضای مشتریان قطعی است.
 (ه) نرخ تولید بی‌نهایت می‌باشد.
 (ی) قیمت محصول در دوره برنامه ریزی ثابت است.

۲-۴- پارامترها

پارامترهای بکار رفته در توسعه مدل پیشنهادی به شرح زیر می‌باشند:

- TC_{noVMI} : کل هزینه‌های زنجیره تامین در حالت بدون VMI
 TC_{VMI} : کل هزینه‌های زنجیره تامین در حالت با VMI
 A_S : هزینه‌های هر واحد سفارش دهی تولید کننده
 A_B : هزینه‌های هر واحد سفارش دهی توزیع کننده
 Q_{noVMI} : مقدار تولید در زنجیره تامین بدون VMI
 Q_{VMI} : مقدار تولید در زنجیره تامین با VMI
 D : نرخ تقاضای توزیع کننده
 h_B : هزینه نگهداری هر واحد محصول در انبار توزیع کننده
 KB : هزینه سیستم موجودی توزیع کننده در زنجیره تامین بدون VMI
 KB_0 : هزینه سیستم موجودی توزیع کننده در زنجیره تامین با VMI
 KS : هزینه سیستم موجودی تولید کننده در زنجیره تامین بدون VMI
 KS_0 : هزینه سیستم موجودی تولید کننده در زنجیره تامین با VMI
 b : مقدار ثابت کمبود در یک سیکل
 π : هزینه ثابت کمبود هر واحد
 $\hat{\pi}$: هزینه کمبود هر واحد در هر زمان

۳-۴- زنجیره تامین بدون VMI

ابتدا هزینه‌های کل سیستم موجودی تولید کننده و توزیع کننده را قبل از اجرای VMI محاسبه می‌کنیم:

$$KB_0 = \frac{A_B D}{Q_{noVMI}} + \frac{h_B}{2Q_{npVMI}(I - \frac{D}{P})} (Q_{noCMI}(I - \frac{D}{P}) - b)^2 + \frac{\hat{\pi} b^2}{2Q_{npVMI}(I - \frac{D}{P})} + \frac{\pi b D}{Q_{noVMI}} \quad (1)$$

$$KS_0 = \frac{A_S D}{Q_{noVMI}} \quad (2)$$

(3)

$$TC_{noVMI} = KB_0 + KS_0 = \frac{A_B D}{Q_{noVMI}} + \frac{h_B}{2Q_{npVMI}(I - \frac{D}{P})} (Q_{noCMI}(I - \frac{D}{P}) - b)^2 + \frac{\hat{\pi} b^2}{2Q_{npVMI}(I - \frac{D}{P})} + \frac{\pi b D}{Q_{noVMI}} + \frac{A_S D}{Q_{noVMI}}$$



هزینه های سیستم موجودی توزیع کننده در معادله (۱) تابعی از Q و b است که برای بدست آوردن مقادیر بهینه، یک بار مشتق آن نسبت به Q و بار دیگر مشتق آن نسبت به b را مساوی صفر قرار می دهیم:

$$\frac{\partial KB_0}{\partial Q_{noVMI}} = 0 \quad (۴)$$

$$\Rightarrow \frac{I}{Q_{noVMI}^2} \left(DA_B + \frac{I}{2(I-\frac{D}{P})} h_B (Q_{noCMI}(I-\frac{D}{P}) - b)^2 + \pi Db + \frac{I}{2(I-\frac{D}{P})} \hat{\pi} b^2 \right) \quad (۵)$$

$$+ \frac{h_B}{Q_{noVMI}} (Q_{noVMI} - b) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{I}{2(I-\frac{D}{P})} \left((Q_{noCMI}(I-\frac{D}{P}) - b)^2 + Q_{noCMI}(Q_{noCMI}(I-\frac{D}{P}) - b) \right) = \frac{1}{h_B} (DA_B + \pi Db + \frac{I}{2(I-\frac{D}{P})} \hat{\pi} b^2) \quad (۶)$$

$$\Rightarrow \frac{I}{2} Q_{noVMI}^2 (I-\frac{D}{P}) = \frac{1}{h_B} (DA_B + \pi Db + \frac{I}{2(I-\frac{D}{P})} \hat{\pi} b^2) + \frac{I}{2} b^2 \quad (۷)$$

به طریق مشابه، از معادله (۱) نسبت به b مشتق می گیریم و مساوی صفر قرار می دهیم:

$$\frac{\partial KB_0}{\partial b} = 0 \quad (۸)$$

$$\Rightarrow \frac{h_B}{Q_{noVMI}(I-\frac{D}{P})} \left((Q_{noCMI}(I-\frac{D}{P}) - b) + \frac{\hat{\pi} b}{Q_{noVMI}(I-\frac{D}{P})} + \frac{\pi D}{Q_{noVMI}} = 0 \right) \quad (۹)$$

$$\Rightarrow h_B + \frac{h_B b}{Q_{noVMI}(I-\frac{D}{P})} + \frac{\hat{\pi} b}{Q_{noVMI}(I-\frac{D}{P})} + \frac{\pi D}{Q_{noVMI}} = 0 \quad (۱۰)$$

$$\Rightarrow \frac{I}{Q_{noVMI}(I-\frac{D}{P})} (h_B b + \hat{\pi} b + \pi D(I-\frac{D}{P})) = h_B \quad (۱۱)$$

$$\Rightarrow Q_{noVMI}(I-\frac{D}{P}) = \frac{b(h_B + \hat{\pi})}{h_B} + \frac{\pi D}{h_B} (I-\frac{D}{P}) \quad (۱۲)$$

$$\Rightarrow Q_{noVMI}(I-\frac{D}{P}) = \frac{\pi D}{h_B} (I-\frac{D}{P}) + b(I + \frac{\hat{\pi}}{h_B}) \quad (۱۳)$$

با جاگذاری معادله ۱۳ در معادله ۷ می توان نوشت:



کنفرانس بین‌المللی مدیریت و مهندسی صنایع
 10 March 2015
 International conference
 ON MANAGEMENT AND INDUSTRIAL ENGINEERING
 مرکز همایش‌های بین‌المللی صدا و سیما

$$\frac{1}{2(I-\frac{D}{P})} \left[\frac{\pi D}{h_B} (I-\frac{D}{P}) + (I + \frac{\hat{\pi}}{h_B}) \right]^2 = \frac{I}{h_B} (DA_B + \pi Db + \frac{I}{2(I-\frac{D}{P})} \hat{\pi} b^2) + \frac{1}{2(I-\frac{D}{P})} b^2 \quad (14)$$

از آنجا که کمبود پس‌افت مجاز می‌باشد یعنی: $\hat{\pi} \neq 0$ و $\pi = 0$.

$$(\hat{\pi}^2 + \hat{\pi} h_B) b^2 - 2D(I-\frac{D}{P}) A_B h_B = 0 \quad (15)$$

$$\Rightarrow b^* = \sqrt{\frac{2DA_B h_B (I-\frac{D}{P})}{\hat{\pi}^2 + \hat{\pi} h_B}} \quad (16)$$

$$\Rightarrow b^* = \sqrt{\frac{2DA_B h_B (I-\frac{D}{P})}{\hat{\pi}(\hat{\pi} + h_B)}} \quad (17)$$

حال معادله ۱۷ را در معادله ۱۳ قرار می‌دهیم که می‌توان مقدار تولید اقتصادی زنجیره تامین بدون VMI را بدست آورد:

$$Q_{noVMI}^* = \sqrt{\frac{2DA_B h_B}{\hat{\pi}(\hat{\pi} + h_B)} (I + \frac{\hat{\pi}}{h_B})} \quad (18)$$

$$= \sqrt{\frac{2DA_B h_B (\hat{\pi} + h_B)^2}{\hat{\pi}(\hat{\pi} + h_B) (I-\frac{D}{P})} \cdot \frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi}}} \quad (19)$$

$$\Rightarrow Q_{noVMI}^* = \sqrt{\frac{(2DA_B) (\frac{h_B + \hat{\pi}}{h_B}) \cdot I}{\hat{\pi} (I-\frac{D}{P})}} \quad (20)$$

بنابراین با وارد کردن معادله ۱۷ و ۲۰ در معادله ۳، هزینه کل سیستم موجودی به شرح ذیل می‌باشد:

$$TC_{noVMI} = \frac{I}{Q_{noVMI}^*} [DA_B + \frac{h_B}{2(I-\frac{D}{P})} (Q_{noVMI}^* (I-\frac{D}{P}) - b^*)^2 + \frac{\hat{\pi} b^{*2}}{2(I-\frac{D}{P})} + A_s D] \quad (21)$$

$$= \sqrt{\frac{2DA_B (\frac{h_B + \hat{\pi}}{h_B})}{\hat{\pi} (I-\frac{D}{P})}} \cdot \frac{I}{(I-\frac{D}{P})} [DA_B + \frac{h_B}{2(I-\frac{D}{P})} (\frac{2DA_B}{h_B} (I-\frac{D}{P}) (I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B})) + \frac{\hat{\pi}}{2} (\frac{2DA_B h_B}{\hat{\pi}(\hat{\pi} + h_B)} + A_s D)] \quad (22)$$

$$= \frac{I}{\sqrt{\frac{2DA_B (\frac{h_B + \hat{\pi}}{h_B})}{\hat{\pi} (I-\frac{D}{P})}}} [DA_B + DA_B (I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B}) + \frac{DA_B h_B}{\hat{\pi} + h_B} + DA_s] \quad (23)$$

$$= \frac{I}{\sqrt{\frac{2DA_B (\frac{h_B + \hat{\pi}}{h_B})}{\hat{\pi} (I-\frac{D}{P})}}} [DA_B (I + I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B}) + DA_s] \quad (24)$$



$$\Rightarrow TC_{noHVM} = \frac{I}{\sqrt{\left(\frac{2DA_B}{h_B}\right)\left(\frac{h_B + \hat{\pi}}{\hat{\pi}}\right)\left(\frac{I}{I - \frac{D}{P}}\right)}} [2DA_B\left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B}\right) + DA_S] \quad (25)$$

۴-۴- زنجیره تامین با VMI

بعد از اجرای VMI، هزینه موجودی تولید کننده و توزیع کننده به صورت زیر محاسبه می شود:

(26)

$$KB_I = 0$$

$$KS_I = \frac{A_S D}{Q_{VMI}} + \frac{A_B D}{Q_{VMI}} + \frac{h_B}{2Q_{VMI}\left(I - \frac{D}{P}\right)} \left(Q_{VMI}\left(I - \frac{D}{P}\right) - b\right)^2 + \frac{\hat{\pi} b^2}{2Q_{VMI}\left(I - \frac{D}{P}\right)} + \frac{\pi b D}{Q_{VMI}} \quad (27)$$

$$TC_{VMI} = KB_I + KS_I = \frac{D}{Q_{VMI}} (A_B + A_S) + \frac{h_B}{2Q_{VMI}\left(I - \frac{D}{P}\right)} \left(Q_{VMI}\left(I - \frac{D}{P}\right) - b\right)^2 + \frac{\hat{\pi} b^2}{2Q_{VMI}\left(I - \frac{D}{P}\right)} + \frac{\pi b D}{Q_{VMI}} \quad (28)$$

هزینه کل موجودی زنجیره تامین یکپارچه در معادله ۲۸ ارائه شده است. برای رسیدن به مقدار بهینه Q_{VMI} ، مشتق معادله ۲۸ را مساوی صفر قرار می دهیم:

$$\frac{\partial TC_{VMI}}{\partial Q_{VMI}} = 0 \quad (29)$$

$$\Rightarrow -\frac{D}{Q_{VMI}^2} (A_B + A_S) - \frac{h_B}{2Q_{VMI}^2\left(I - \frac{D}{P}\right)} \left(Q_{VMI}\left(I - \frac{D}{P}\right) - b\right)^2 + \frac{h_B}{Q_{VMI}^2} \left(Q_{VMI}\left(I - \frac{D}{P}\right) - b\right) - \frac{\hat{\pi} b^2}{2Q_{VMI}^2\left(I - \frac{D}{P}\right)} + \frac{\pi b D}{Q_{VMI}^2} = 0 \quad (30)$$

$$\Rightarrow -\frac{I}{Q_{VMI}^2} \left[D(A_B + A_S) + \frac{h_B}{2\left(I - \frac{D}{P}\right)} \left(Q_{VMI}^* \left(I - \frac{D}{P}\right) - b\right)^2 + \frac{\hat{\pi} b^2}{2\left(I - \frac{D}{P}\right)} + \pi b D \right] + \frac{h_B}{Q_{VMI}^*} \left(Q_{VMI}^* \left(I - \frac{D}{P}\right) - b\right) = 0 \quad (31)$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{I}{Q_{VMI}^*} \right) \frac{h_B}{2\left(I - \frac{D}{P}\right)} \left(Q_{VMI}^* \left(I - \frac{D}{P}\right) - b\right)^2 - \frac{I}{Q_{VMI}^*} \left[D(A_B + A_S) + \frac{\hat{\pi} b^2}{2\left(I - \frac{D}{P}\right)} + \pi b D \right] + \frac{h_B}{Q_{VMI}^*} \left(Q_{VMI}^* \left(I - \frac{D}{P}\right) - b\right) = 0 \quad (32)$$



$$\Rightarrow \left(-\frac{I}{Q_{VMI}^{*2}} \right) \frac{h_B}{2\left(I-\frac{D}{P}\right)} \left(Q_{VMI}^* \left(I-\frac{D}{P} \right) - b \right)^2 - \frac{h_B}{Q_{VMI}^*} \left(Q_{VMI}^* \left(I-\frac{D}{P} \right) - b \right)$$

$$= \frac{I}{Q_{VMI}^{*2}} \left[D(A_B + A_S) + \frac{\hat{\pi}b^2}{2\left(I-\frac{D}{P}\right)} + \pi bD \right] \quad (33)$$

$$\Rightarrow -\frac{I}{2\left(I-\frac{D}{P}\right)} \left(Q_{VMI}^* \left(I-\frac{D}{P} \right) - b \right)^2 + Q_{VMI}^* \left(Q_{VMI}^* \left(I-\frac{D}{P} \right) - b \right)$$

$$= \frac{I}{h_B} \left[D(A_B + A_S) + \frac{\hat{\pi}b^2}{2\left(I-\frac{D}{P}\right)} + \pi bD \right] \quad (34)$$

$$\Rightarrow \left(Q_{VMI}^* \left(I-\frac{D}{P} \right) - b \right) \left[-\frac{I}{2\left(I-\frac{D}{P}\right)} \left(Q_{VMI}^* \left(I-\frac{D}{P} \right) - b \right) + Q_{VMI}^* \right]$$

$$= \frac{I}{h_B} \left[D(A_B + A_S) + \frac{\hat{\pi}b^2}{2\left(I-\frac{D}{P}\right)} + \pi bD \right] \quad (35)$$

$$\Rightarrow \left(Q_{VMI}^* \left(I-\frac{D}{P} \right) - b \right) \left[-\frac{I}{2\left(I-\frac{D}{P}\right)} \left(Q_{VMI}^* \left(I-\frac{D}{P} \right) + b \right) \right]$$

$$= \frac{I}{h_B} \left[D(A_B + A_S) + \frac{\hat{\pi}b^2}{2\left(I-\frac{D}{P}\right)} + \pi bD \right] \quad (36)$$

$$\Rightarrow \frac{I}{2} \left(Q_{VMI}^* \left(I-\frac{D}{P} \right) - \frac{b^2}{\left(I-\frac{D}{P}\right)} \right) = \frac{I}{h_B} \left[D(A_B + A_S) + \frac{\hat{\pi}b^2}{2\left(I-\frac{D}{P}\right)} + \pi bD \right] \quad (37)$$

$$\Rightarrow \frac{I}{2} Q_{VMI}^{*2} \left(I-\frac{D}{P} \right) = \frac{I}{h_B} \left[D(A_B + A_S) + \frac{\hat{\pi}b^2}{2\left(I-\frac{D}{P}\right)} + \pi bD \right] + \frac{I}{2} \frac{b^2}{\left(I-\frac{D}{P}\right)} \quad (38)$$

برای رسیدن به مقدار بهینه b ، مشتق معادله ی ۲۸ را مساوی صفر قرار می دهیم :



کنفرانس بین‌المللی مدیریت و مهندسی صنایع
 10 March 2015
 International conference
 ON MANAGEMENT AND INDUSTRIAL ENGINEERING
 مرکز همایش‌های بین‌المللی صدا و سیما

$$\frac{\partial TC_{VMI}}{\partial b} = 0 \quad (39)$$

(40)

$$\Rightarrow -\frac{h_B}{Q_{VMI}(I-\frac{D}{P})} \left(Q_{VMI}(I-\frac{D}{P}) - b^* \right) + \frac{I}{Q_{VMI}(I-\frac{D}{P})} \hat{\pi} b^* + \frac{\pi D}{Q_{VMI}} = 0$$

$$\Rightarrow -h_B + \frac{h_B b^*}{Q_{VMI}(I-\frac{D}{P})} + \frac{I}{Q_{VMI}(I-\frac{D}{P})} \hat{\pi} b^* + \frac{\pi D}{Q_{VMI}} = 0 \quad (41)$$

$$\Rightarrow \frac{I}{Q_{VMI}} \left(\frac{h_B b^*}{(I-\frac{D}{P})} + \frac{\hat{\pi} b^*}{(I-\frac{D}{P})} + \pi D \right) = h_B \quad (42)$$

$$\Rightarrow Q_{VMI} = \frac{b^*(h_B + \hat{\pi})}{h_B(I-\frac{D}{P})} + \frac{\pi b}{h_B} \quad (43)$$

$$\Rightarrow Q_{VMI} = \frac{\pi b}{h_B} + \frac{b^*}{(I-\frac{D}{P})} \left(I + \frac{\hat{\pi}}{h_B} \right) \quad (44)$$

با وارد کردن معادله 44 در معادله 38، می‌توان نوشت:

(45)

$$\frac{I}{2} \left(I - \frac{D}{P} \right) \left[\frac{\pi b}{h_B} + \frac{b^*}{(I-\frac{D}{P})} \left(I + \frac{\hat{\pi}}{h_B} \right) \right]^2 = \frac{I}{h_B} \left[D(A_B + A_S) + \frac{\hat{\pi} b^2}{2(I-\frac{D}{P})} + \pi b D \right] + \frac{I}{2} \frac{b^2}{(I-\frac{D}{P})}$$

از آنجا که کمبود پس‌افت مجاز می‌باشد یعنی: $\hat{\pi} \neq 0$ و $\pi = 0$

$$\left(\hat{\pi}^2 + \hat{\pi} h_B \right) \frac{b^*}{(I-\frac{D}{P})} - 2D h_B (A_B - A_S) = 0 \quad (46)$$

$$\Rightarrow b^* = \sqrt{\frac{2D h_B (A_B - A_S) (I - \frac{D}{P})}{\hat{\pi}^2 + \hat{\pi} h_B}} \quad (47)$$

$$\Rightarrow b^* = \sqrt{\frac{2D h_B (A_B - A_S) (I - \frac{D}{P})}{\hat{\pi}(\hat{\pi} + h_B)}} \quad (48)$$

حال معادله 48 را در معادله 44 قرار می‌دهیم که می‌توان مقدار تولید اقتصادی زنجیره تامین بدون VMI را بدست آورد:



$$Q_{VMI}^* = \sqrt{\frac{2Dh_B(A_B - A_S)(I - \frac{D}{P})}{\hat{\pi}(\hat{\pi} + h_B)}} \left(I + \frac{\hat{\pi}}{h_B} \right) \frac{I}{(I - \frac{D}{P})} \quad (49)$$

$$= \sqrt{\frac{2Dh_B(A_B - A_S)(\hat{\pi} + h_B)^2}{\hat{\pi}(\hat{\pi} + h_B)h_B^2}} \frac{I}{(I - \frac{D}{P})} \quad (50)$$

$$\Rightarrow Q_{VMI}^* = \sqrt{\frac{2D(A_B - A_S)(\hat{\pi} + h_B)}{h_B}} \frac{I}{(I - \frac{D}{P})} \quad (51)$$

بنابراین با وارد کردن معادله ۴۸ و ۵۱ در معادله ۲۸، هزینه کل سیستم موجودی به شرح ذیل می باشد:

$$TC_{VMI} = \frac{I}{Q_{VMI}^*} \left[D(A_B + A_S) + \frac{h_B}{2(I - \frac{D}{P})} \left(Q_{VMI}^* (I - \frac{D}{P}) - b^* \right)^2 + \frac{\hat{\pi}b^{*2}}{2(I - \frac{D}{P})} \right] \quad (52)$$

حال نیاز است تا رابطه را بدست آوریم:

$$\left(Q_{VMI}^* (I - \frac{D}{P}) - b^* \right)$$

$$\left(Q_{VMI}^* (I - \frac{D}{P}) - b^* \right) = \sqrt{\frac{2D(A_B + A_S)(\hat{\pi} + h_B)}{h_B}} \frac{I}{(I - \frac{D}{P})} - \sqrt{\frac{2Dh_B(A_B + A_S)(I - \frac{D}{P})}{\hat{\pi}(\hat{\pi} + h_B)}} \quad (53)$$

$$= \sqrt{(I - \frac{D}{P})} \left[\sqrt{\frac{2D(A_B + A_S)(\hat{\pi} + h_B)}{h_B}} \frac{I}{(I - \frac{D}{P})} - \sqrt{\frac{2Dh_B^2(A_B + A_S)}{\hat{\pi}(\hat{\pi} + h_B)h_B}} \right] \quad (54)$$

$$= \sqrt{\frac{2D(A_B + A_S)(I - \frac{D}{P})}{h_B}} \left(\sqrt{\frac{\hat{\pi} + h_B}{\hat{\pi}}} - \sqrt{\frac{h_B^2}{\hat{\pi}(\hat{\pi} + h_B)}} \right) \quad (55)$$

$$= \sqrt{\frac{2D(A_B + A_S)(I - \frac{D}{P})}{h_B}} \left(\frac{(\hat{\pi} + h_B)^2 - h_B^2}{\hat{\pi}(\hat{\pi} + h_B)} \right) \quad (56)$$

$$= \sqrt{\frac{2D(A_B + A_S)(I - \frac{D}{P})}{h_B}} \left(\frac{\hat{\pi}^2 + h_B^2 + 2\hat{\pi}h_B - h_B^2}{\hat{\pi}(\hat{\pi} + h_B)} \right) \quad (57)$$

$$= \sqrt{\frac{2D(A_B + A_S)(\hat{\pi}(\hat{\pi} + 2h_B))}{h_B}} \frac{I}{(I - \frac{D}{P})} \quad (58)$$

$$= \sqrt{\frac{2D(A_B + A_S)}{h_B}} \left(\frac{\hat{\pi} + h_B}{\hat{\pi} + h_B} + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right) \frac{I}{(I - \frac{D}{P})} \quad (59)$$



$$\Rightarrow Q_{VMI}^* \left(I - \frac{D}{P} \right) - b^* = \sqrt{\frac{2D(A_B + A_S)}{h_B} \left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right)} \left(I - \frac{D}{P} \right) \quad (60)$$

حال با وارد کردن معادله 60 در معادله 52، می توان نوشت :

(61)

$$TC_{VMI} = \frac{D(A_B + A_S) + \frac{h_B}{2 \left(I - \frac{D}{P} \right)} \left(\sqrt{\frac{2D(A_B + A_S)}{h_B} \left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right)} \left(I - \frac{D}{P} \right) \right)^2 + \frac{\hat{\pi}}{2} \left(\sqrt{\frac{2Dh_B(A_B + A_S)}{\hat{\pi} + h_B} \left(I - \frac{D}{P} \right)} \right)^2}{\sqrt{\frac{2D(A_B + A_S)}{h_B} \left(\frac{\hat{\pi} + h_B}{\hat{\pi}} \right) \frac{I}{\left(I - \frac{D}{P} \right)}}}$$

$$= \frac{D(A_B + A_S) + D(A_B + A_S) \left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right) + D(A_B + A_S) \left(\frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right)}{\sqrt{\frac{2D(A_B + A_S)}{h_B} \left(\frac{\hat{\pi} + h_B}{\hat{\pi}} \right) \frac{I}{\left(I - \frac{D}{P} \right)}}} \quad (62)$$

$$= \frac{D(A_B + A_S) \left(I + I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right)}{\sqrt{\frac{2D(A_B + A_S)}{h_B} \left(\frac{\hat{\pi} + h_B}{\hat{\pi}} \right) \frac{I}{\left(I - \frac{D}{P} \right)}}} \quad (63)$$

$$\Rightarrow TC_{VMI} = \frac{2D(A_B + A_S) \left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right)}{\sqrt{\frac{2D(A_B + A_S)}{h_B} \left(\frac{\hat{\pi} + h_B}{\hat{\pi}} \right) \frac{I}{\left(I - \frac{D}{P} \right)}}} \quad (64)$$

۵- تجزیه و تحلیل هزینه های با VMI و بدون VMI:

جهت مقایسه هزینه کل موجودی زنجیره تامین در دو حالت با VMI و بدون VMI، فرض می کنیم که $TC_{VMI} \leq TC_{NoVMI}$ سپس

نتیجه گیری می شود که $TC_{VMI} \leq TC_{NoVMI}$.

$$TC_{VMI} \leq TC_{noVMI} \quad (65)$$

(66)

$$\Rightarrow \frac{\left[2D(A_B + A_S) \left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right) \right]}{\sqrt{\frac{2D(A_B + A_S)}{h_B} \left(\frac{\hat{\pi} + h_B}{\hat{\pi}} \right) \frac{I}{\left(I - \frac{D}{P} \right)}}} \leq \frac{\left[2DA_B \left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right) + DA_S \right]}{\sqrt{\frac{2DA_B}{h_B} \left(\frac{h_B + \hat{\pi}}{\hat{\pi}} \right) \frac{I}{\left(I - \frac{D}{P} \right)}}}$$



$$\Rightarrow \frac{\left[2(A_B + A_S) \left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right) \right]}{\sqrt{\frac{2D(A_B + A_S)}{h_B}}} \leq \frac{\left[2A_B \left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right) + A_S \right]}{\sqrt{\frac{2DA_B}{h_B}}} \quad (67)$$

$$\Rightarrow \frac{4(A_B + A_S)^2 \left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right)^2}{2D(A_B + A_S) h_B}$$

$$\leq \frac{\left[4A_B^2 \left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right)^2 + A_S^2 + 4A_B A_S \left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right) \right]}{\frac{2DA_B}{h_B}} \quad (68)$$

$$\Rightarrow \frac{2h_B(A_B + A_S) \left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right)^2}{D} \leq \frac{h_B \left[4A_B^2 \left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right)^2 + A_S^2 + 4A_B A_S \left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right) \right]}{2DA_B} \quad (69)$$

$$\Rightarrow \frac{h_B}{2DA_B} \left[4A_B^2 + \frac{4A_B^2 h_B^2}{(\hat{\pi} + h_B)^2} + \frac{8A_B^2 h_B}{\hat{\pi} + h_B} + A_S^2 + 4A_B A_S \frac{4A_B A_S h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right] - \left[\frac{2h_B(A_B + A_S)}{D} \left(I + \frac{h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right)^2 + \frac{2h_B}{\hat{\pi} + h_B} \right] \geq 0 \quad (70)$$

$$\Rightarrow \frac{4A_B^2 h_B}{2DA_B} + \frac{4A_B^2 h_B^3}{2DA_B (\hat{\pi} + h_B)^2} + \frac{8A_B^2 h_B}{2DA_B (\hat{\pi} + h_B)} + \frac{A_B^2 h_B}{2DA_B} + \frac{4A_B^2 A_S h_B}{2DA_B} + \frac{4A_B A_S h_B^2}{2DA_B (\hat{\pi} + h_B)} - \frac{2h_B(A_B + A_S)}{D} - \frac{2h_B^3(A_B + A_S)}{D(\hat{\pi} + h_B)^2} - \frac{4h_B^2(A_B + A_S)}{D(\hat{\pi} + h_B)} \geq 0 \quad (71)$$

$$\Rightarrow \frac{4A_B h_B}{D} + \frac{2A_B h_B^3}{D(\hat{\pi} + h_B)^2} + \frac{4A_B h_B^2}{D(\hat{\pi} + h_B)} + \frac{A_S^2 h_B}{2DA_B} + \frac{2A_S h_B}{D} + \frac{2A_S h_B^2}{D(\hat{\pi} + h_B)} - \frac{2h_B(A_B + A_S)}{D} - \frac{2h_B^3(A_B + A_S)}{D(\hat{\pi} + h_B)^2} - \frac{4h_B^2(A_B + A_S)}{D(\hat{\pi} + h_B)} \geq 0 \quad (72)$$



$$\Rightarrow \left[\frac{2A_B h_B^3 - 2h_B^3(A_B + A_S)}{D(\hat{\pi} + h_B)^2} \right] + \left[\frac{4A_B h_B^2 + 2A_S h_B^2 - 4h_B^2 A_B - 4h_B^2 A_S}{D(\hat{\pi} + h_B)} \right] + \left[\frac{4A_B h_B + 2A_S h_B - 2h_B A_B - 2h_B A_S}{D} \right] + \frac{A_B^2 h_B}{2DA_B} \geq 0 \quad (73)$$

$$\Rightarrow \frac{-2A_S h_B^3}{D(\hat{\pi} + h_B)^2} - \frac{-2A_S h_B^2}{D(\hat{\pi} + h_B)^2} + \frac{A_S^2 h_B}{2DA_B} \geq 0 \quad (74)$$

$$\Rightarrow \frac{A_S h_B}{D} \left[\frac{-2h_B^2}{(\hat{\pi} + h_B)^2} - \frac{-2h_B}{(\hat{\pi} + h_B)} + \frac{A_S}{2A_B} \right] \geq 0 \quad (75)$$

(76)

$$\Rightarrow \frac{A_S h_B}{D} \left[\frac{-4A_B h_B^2 - 4A_B h_B(\hat{\pi} + h_B) + A_S(\hat{\pi} + h_B)^2}{2A_B(\hat{\pi} + h_B)^2} \right] \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{A_S h_B}{2A_B D(\hat{\pi} + h_B)^2} \left[-4A_B h_B^2 - 4A_B h_B \hat{\pi} - 4A_B h_B^2 + A_S(\hat{\pi} + h_B)^2 \right] \geq 0 \quad (77)$$

$$\Rightarrow \frac{A_S h_B}{2A_B D(\hat{\pi} + h_B)^2} \left[-8A_B h_B^2 - 4A_B h_B \hat{\pi} + A_S(\hat{\pi} + h_B)^2 \right] \geq 0 \quad (78)$$

عبارت $\frac{A_S h_B}{2A_B D(\hat{\pi} + h_B)^2}$ همیشه مثبت است، بنابراین :

$$\left[-8A_B h_B^2 - 4A_B h_B \hat{\pi} + A_S(\hat{\pi} + h_B)^2 \right] \geq 0 \quad (79)$$

$$\Rightarrow \left[-A_B h_B(8h_B + 4\hat{\pi}) + A_S(\hat{\pi} + h_B)^2 \right] \geq 0 \quad (80)$$

$$\Rightarrow A_S(\hat{\pi} + h_B)^2 \geq A_B h_B(8h_B + 4\hat{\pi}) \quad (81)$$

$$\Rightarrow A_S(\hat{\pi} + h_B)^2 \geq 4A_B h_B(2h_B + \hat{\pi}) \quad (82)$$

$$\Rightarrow A_S \geq A_B \left[\frac{4h_B(2h_B + \hat{\pi})}{(\hat{\pi} + h_B)^2} \right] \quad (83)$$

بنابراین، نتایج زیر می تواند در سیستم زنجیره تامین یک تولید کننده و یک توزیع کننده برای مدل EPQ با کمبود بکار رود:
 الف) سیستم زنجیره تامین یکپارچه VMI همیشه بهتر از حالت سنتی نیست.
 ب) اجرای سیستم VMI می تواند هزینه های کل سیستم زنجیره تامین را به شرط برقراری معادله ۸۳، کاهش دهد.

$$\beta = \frac{Q_{VMI}}{Q_{NoVMI}} \quad \text{نسبت ۱-۵}$$



(۸۴)

$$\beta = \frac{Q_{VMI}}{Q_{NoVMI}}$$

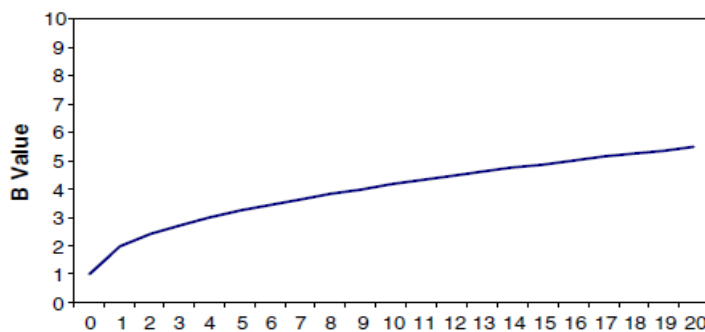
(۸۵)

$$\beta = \frac{\sqrt{\frac{2D(A_B + A_S) \left(\frac{\hat{\pi} + h_B}{\hat{\pi}} \right) \frac{I}{(I - \frac{D}{P})}}{h_B}}}{\sqrt{\frac{2DA_B \left(\frac{\hat{\pi} + h_B}{\hat{\pi}} \right) \frac{I}{(I - \frac{D}{P})}}{h_B}}} = \frac{\sqrt{A_B + A_S}}{\sqrt{A_B}} = I + \sqrt{\frac{A_S}{A_B}} = I + \sqrt{d},$$

$$d = \frac{A_S}{A_B} \text{ قرار دهید:}$$

بنابراین نتایج زیر حاصل شده اند:

الف) نسبت β با توجه به رابطه d به صورت یکنواختی افزایش می یابد. شکل ۴، این نتیجه را نشان می دهد.
 ب) هر چه نسبت هزینه سفارش تولید کننده به هزینه سفارش توزیع کننده بزرگتر باشد، نسبت مقدار سفارش VMI به مقدار سفارش بدون VMI نیز بزرگتر می شود.
 ج) از آنجایی که مقادیر اندک و ناچیز d موجب می شوند تا هزینه سفارش توزیع کننده بزرگتر از هزینه سفارش تولید کننده باشد و با توجه به اینکه $\beta = I + \sqrt{d}$ ، اجرای VMI هزینه سفارش دهی را کاهش می دهد. این موضوع به نفع تولید کننده است زیرا هزینه سفارش دهی آن کاهش می یابد.



شکل ۴. نسبت تولید اقتصادی در حالت VMI به حالت بدون VMI

۶- مثال عددی:

در این قسمت سه مثال عددی ارائه شده است تا کاربرد روش پیشنهادی را توجیه کند. در این مثال ها فرض کنید

$$\alpha = A_B \left[\frac{4h_B(2h_B + \hat{\pi})}{(\hat{\pi} + h_B)^2} \right]$$

داده های اولیه مثال های عددی در جدول ۱ ارائه شده اند که هزینه های مختلف تولید کننده و خریدار مورد استفاده قرار می گیرند.



جدول ۱. داده های اولیه مثال های عددی

مثال های عددی			پارامتر ها
مثال ۳	مثال ۲	مثال ۱	
35	40	23	A_B
170	50	75	A_S
80	80	80	h_B
5000	5000	5000	D
7000	7000	7000	P
50	50	50	$\hat{\pi}$

نتایج بکارگیری روش پیشنهادی به روی داده های مثال های عددی در جدول های ۲، ۳ و ۴ ارائه شده اند. نتایج جدول های ۲، ۳ و ۴ نشان می دهند که زنجیره تامین با هزینه کل کمتر بعنوان زنجیره تامین بهتر در تمام این سه مثال انتخاب می شود.

جدول ۲. نتایج بدست آمده از مثال ۱

مثال ۱				پارامتر ها
زنجیره تامین منتخب	آیا معادله ۸۳ برقرار است؟	α	زنجیره تامین بدون VMI	
Non-VMI	خیر	91.45	28.44	b^*
			161.75	Q^*
			2318.4	Total cost
			58.07	
			333.88	
			4741.45	

جدول ۳. نتایج بدست آمده از مثال ۲

مثال ۲				پارامتر ها
زنجیره تامین منتخب	آیا معادله ۸۳ برقرار است؟	α	زنجیره تامین بدون VMI	
Non-VMI	خیر	159.09	37.5	b^*
			213.31	Q^*
			4201.18	Total cost
			56.25	
			319.96	
			4543.84	



جدول ۴. نتایج بدست آمده از مثال ۳

مثال ۳				پارامترها	
زنجیره تامین منتخب	آیا معادله ۸۳ برقرار است؟	α	زنجیره تامین بدون VMI	زنجیره تامین با VMI	
VMI	بله	139.17	35.08	84.9	b^*
			199.53	482.89	Q^*
			7093.59	1505.36	Total cost

۷- نتیجه‌گیری و پیشنهادهای آتی:

در این مقاله، یک مدل تحلیلی جهت فهم بهتر مساله ارائه شده است که چگونگی تاثیر پارامترهای مهم زنجیره تامین بر صرفه‌جویی هزینه‌های موجودی را نشان می‌دهد که باید از طریق بکارگیری VMI تحقق یابد. این مدل برای یک زنجیره تامین دو سطحی در نظر گرفته شده است که از یک تولید کننده مجزا و یک توزیع کننده مجزا تشکیل شده است که مدیریت موجودی قبل و بعد از بکارگیری VMI را بررسی می‌کند. نتایج حاصل از مدل نشان می‌دهد که بکارگیری VMI در مدل EPQ با مجاز بودن کمبود، قادر است کل هزینه‌های زنجیره تامین را فقط در یک مورد خاص کاهش می‌دهد (زمانیکه تساوی معادله ۸۳ برای AB, AS برقرار است). از آنجا که مدل پیشنهادی نماینده‌ی یک زنجیره تامین بخصوص است، نتایج فقط زمانی صحیح هستند که نظریه‌ها و فرضیه‌ها برقرار باشند، بویژه فرض می‌شود که تقاضا باید با اطمینان شناسایی شود و موعد تحویل باید صفر باشد. برای تحقیقات آتی می‌توان نظریه‌ها و فرضیه‌های تحقیق را تغییر داد.

مراجع:

۱. Pasandideh SHR, Akhavan Niaki ST, Roozbeh Nia A (۲۰۰۹) An investigation of vendor-managed inventory application in supply chain: the EOQ model with shortage. Int J Adv Manuf Technol
۲. Chang SKJ, Chuang PC, Chen HJ (۲۰۰۵) Short comment on technical note- the EOQ and EPQ models with shortage derived without derivatives. Int J Prod Econ ۹۷:۲۴۱-۲۴۳
۳. Chopra S, Meindl P (۲۰۰۱) Supply chain management: strategy, planning, operation, ۱st edn. Prentice Hall, Upper Saddle River
۴. Clark TH, Hammond JH (۱۹۹۷) Reengineering channel recording processes to improve total supply-chain performance. Prod Oper Manag ۶:۲۴۸-۲۶۵



۵. Disney SM, Towill DR (۲۰۰۳) The effect of vendor managed inventory (VMI) dynamics on the bullwhip effect in supply chains. *Int J Prod Econ* ۸۵:۱۹۹-۲۱۵
۶. Dong Y, Xu K (۲۰۰۲) A supply chain model of vendor managed inventory. *Transp Res Part E Logist Trans Rev* ۳۸:۷۵-۹۵
۷. Holmstorm J (۱۹۹۸) Business process innovation in the supply chain- a case study of implementing vendor managed inventory. *Eur J Purch Supply Manag* ۴:۱۲۷-۱۳۱
۸. Jasemi M (۲۰۰۶) A vendor managed inventory , Master of Science Thesis, Department of Industrial Engineering, Sharif University of Thechnology, Tehran, Iran (in Farsi)
۹. Sofifard R, Hosseini SMM, Farahani RZ (۲۰۰۷) //the study of vendor-managed-inventory in supply chain with mathematical model. Master of Science Thesis, Department of Industrial Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran (in Farsi)
۱۰. Tyana J, Wee HM (۲۰۰۳) Vendor managed inventory : a survey of the Taiwanese grocery industry. *J Purch Supply Manag* ۹:۱۱-۱۸
۱۱. Van Der Vlist P, Kuik R, Verheijen B (۲۰۰۷) Note on supply chain integration in vendor-managed inventory. *Decis Support Syst* ۴۴:۳۶۰-۳۶۵
۱۲. Yao YL, Evers PT, Dresner ME (۲۰۰۷) Supply chain integration in vendor managed inventory. *Decis Support Syst* ۴۳:۶۶۳-۶۷۴
۱۳. Disney SM, Potter AT, Gardner BM (۲۰۰۳) The impact of vendor managed inventory on transport operations. *Transp Res Part E Logist Trans Rev* ۳۹:۳۶۳-۳۸۰

Archive of SID