



مرکز بررسی‌ها و مطالعات دریایی

سازمان بنادر و دریانوردی به عنوان تنها مرجع حاکمیتی کشور در امور بندری، دریایی و کشتی‌رانی بازرگانی به منظور ایفای نقش مرجعیت دانشی خود و در راستای تحقق راهبردهای کلان نقشه جامع علمی کشور مبنی بر "حمایت از توسعه شبکه‌های تحقیقاتی و تسهیل انتقال و انتشار دانش و سامان‌دهی علمی" از طریق "استانداردسازی و اصلاح فرایندهای تولید، ثبت، داوری و سنجش و ایجاد بانک‌های اطلاعاتی یکپارچه برای نشریات، اختراعات و اکتشافات پژوهشگران"، اقدام به ارایه این اثر در سایت SID می‌نماید.



سازمان بنادر و دریانوردی





نهمین همایش بین المللی سواحل، بنادر و سازه های دریایی
ICOPMAS 2010
 ۱۰ - ۸ آذر ماه (تهران)



اثر جریان بر موج نوئیدال

علیرضا لهراسبی، دانشجو، دانشکده مهندسی عمران - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران، ar_lohrasbi@yahoo.com
 پیمان بدیعی، استادیار، دانشکده مهندسی عمران - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران، pbadie@ut.ac.ir
 محرم دولتشاهی پیروز، استادیار، دانشکده مهندسی عمران - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران، mdolat@ut.ac.ir

خلاصه

شناخت صحیح از خصوصیات موج در منطقه ساحلی از مهمترین چالشها در مهندسی سواحل می باشد. در مناطق ساحلی که عمق کاهش می یابد، جریانات موازی ساحلی ناشی از تابش غیر متعامد موج و اثرات کریولیس ناشی از جزر و مد نیز ایجاد می شود. حال، این جریانات موازی ساحلی، با امواجی که تابیده می شود، اندرکنش می یابد که نهایتا تاثیراتی متقابلی روی همدیگر می گذارند. اندرکنش موج و جریان یکی از جالب ترین، موضوعات در مهندسی دریا و اقیانوس شناسی است. به عنوان مثال، هنگامی که امواج دریا به مناطق ساحلی می رسند، بین موج و جریانات موازی ساحلی، یک تقابل یا اندرکنشی رخ می دهد. جریان، متغیرهای سرعت و طول و شکل موج را تغییر می دهد و همچنین موج روی سرعت متوسط جریان، تاثیرات قابل توجهی می گذارد. آنچه در این مقاله مورد بررسی قرار می گیرد، اثر جریان روی موج خواهد بود که فرم جدیدی از رابطه پراکنش بدست آمده، برای اندرکنش موج و جریان استفاده می شود و نشان می دهد که جریان مخالف، باعث کاهش سرعت و طول موج شده و تیزی موج را افزایش می دهد و بلعکس.

کلیدواژه: اندرکنش موج و جریان، موج خطی، موج غیرخطی، موج نوئیدال.

۱ - مقدمه

اثرات موج و جریان بر هم، در زمینه های فراوانی مثل کارهای ساحلی و دریایی، صنایع نفت و گاز، خطوط لوله، کشتیرانی، مسیریابی کشتی ها، حفاظت ساحلی، دفع ضایعات، انتقال رسوب، مورفولوژی منطقه ساحلی، موج و جزر و مدی و دستگاه های هشدار دهنده سیل تاثیرگذار و مهم است. مکانیسم اندرکنش موج و جریان با بررسی روی تنش تشعشی توسط Stewart و Longuet Higgins (۱۹۶۱) ارائه گردید. آنها نشان دادند که تغییر در طول موج و دامنه موج به جریان در جهت انتشار موج بستگی دارد. بعدها Jonsson و همکاران (۱۹۷۰) با معرفی مفهوم سطح انرژی متوسط و مشتقات آن، مجموعه ای از معادلات کاربردی برای اندرکنش موج و جریان را ارائه نمودند. Ohnaka و همکاران (۱۹۸۸) یک مجموعه معادلات تابع زمان از معادلات شیب ملایم برای اندرکنش موج و جریان بیان نمودند. Ren و همکاران (۱۹۹۷) یک جفت معادلات به نام بوزینسک، در میدان موج و جریان ارائه نمودند. Madsen و همکاران (۱۹۹۲، ۱۹۹۱) با اصلاحاتی روی روابط پراکندگی معادلاتی برای اندرکنش موج و جریان بیان نمودند.

۲- امواج نوئیدال

کارائی تئوری استوکس، با انتشار امواج در آبهای کم عمق، کم می شود. Keulegan (۱۹۵۰) کاربرد تئوری استوکس را از محدوده آب عمیق تا عمق نسبی ۰/۱ توصیه نمود. با این حال، نقطه انتهای اعتبار تئوری استوکس، به تیزی موج و به عمق نسبی بستگی دارد. در امواج تیزتر، عبارات مرتبه بالاتر تئوری استوکس، در آب کم عمق شروع به ارائه نتایج منحرف و غیر واقعی می نماید. لذا برای آبهای کم عمق، به یک تئوری دامنه محدود مبتنی بر عمق نسبی، نیاز است. در آبهای کم عمق، تئوری موج نوئیدال و در آبهای خیلی کم عمق، تئوری موج منفرد، تئوری های تحلیلی هستند که اغلب استفاده می شوند.

تئوری موج نوئیدال، مبتنی بر معادلات ارائه شده توسط Korteweg و de Vries (۱۹۸۵) می باشد. این معادلات به نام KdV نامیده شده و در واقع حل ساده شده ای از معادلات بوزینسک می باشد. معادلات حاصل، متشکل از توابع بیضوی ژاکوبی که با cn نمایش داده می شود بوده و

بنابراین نام نوئیدال برای این تئوری موج بکار می رود. حد تئوری نوئیدال، در آبهای عمیق، عبارت است از تئوری موج دامنه کوتاه، و حد آن در آبهای کم عمق، تئوری موج منفرد می باشد.

یک موج نوئیدال توسط دو مؤلفه از مشخصات زیر، شناخته می شوند:

(الف) طول موج L یا پریود T .

(ب) ارتفاع موج H .

(ج) پارامتر بیضوی m .

مشخصات اصلی این موج توسط دو مؤلفه اصلی m و U که عدد اورسل (Ursell) نامیده می شود، بیان می گردد. m پارامتر بیضوی بوده که عددی بین 0 و 1 می باشد که اگر m به سمت صفر میل کند، شکل موج به موج سینوسی و اگر m به سمت 1 میل کند، شکل موج دارای یک تاج تیز شده و به موج منفرد تمایل پیدا می نماید. U عددی بی بعد بوده و بصورت L^2H/d^3 است که برای تعیین محدوده های کاربرد تئوری های مختلف موج به کار می رود. به طور کلی از تئوری استوکس برای محدوده $U < 10$ و از تئوری نوئیدال برای محدوده $U > 25$ و از هر دوی این تئوری ها در فاصله اورسل بین 10 و 25 استفاده می شود. روابط بین این پارامترها توسط Wiegell و Svendsen بیان شده است. [۱]

۳- اثر جریان یکنواخت U_0 روی موج

یکی از روشهای حل امواج ایستا و پیشرونده، انجام آزمایش های مختلف روی انتشار امواج در آب جاری است. به عنوان مثال، برای بررسی امواج در رودخانه ها و یا در جریانات اقیانوسی، اولین فرض این است که جریان یکنواخت در عمق بوده با همراستا با جهت انتشار موج می باشند. پس از آن تابع پتانسیلی که ترکیبی از جریان یکنواخت با سرعت U_0 و موج پیشرونده می باشد را در نظر گرفته که باید در رابطه لاپلاس صدق کند. [۲]

$$\phi = -U_0 x + A \cosh k(h+z) \cos(kx - \sigma t) \quad (1)$$

این شکل از تابع پتانسیل، تناوبی بودن موج را در زمان و مکان نیز تامین می کند. از شروطی که باید تابع پتانسیل در آنها صادق باشد، یکی شرط مرزی استاتیکی (KFSBC) و دیگری شرط مرزی دینامیکی (DFSBC) سطح آزاد آب می باشد. برای اینکار از خطی کردن این شروط استفاده می نمایم.

۳-۱- شرط مرزی دینامیکی سطح آزاد آب (DFSBC)

از بسط رابطه برنولی حول نقطه $z=0$ استفاده می کنیم و رابطه برنولی را از سطح آزاد به تراز آب ساکن منتقل می کنیم.

$$\left[\frac{1}{2}(u^2 + w^2) + gz - \frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{z=\eta} \approx \left[\frac{1}{2}(u^2 + w^2) + gz - \frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{z=0} + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{2}(u^2 + w^2) + gz - \frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{z=0} = C(t) \quad (2)$$

اکنون، سرعت افقی برابر است با:

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = U_0 + Ak \cosh k(h+z) \sin(kx - \sigma t) \quad (3)$$

و ترم u^2 برابر می شود با:

$$u^2 = U_0^2 + 2AkU_0 \cosh k(h+z) \sin(kx - \sigma t) + A^2 k^2 \cosh^2 k(h+z) \sin^2(kx - \sigma t) \quad (4)$$

برای امواج کوتاه انتظار آن می رود که سرعت ناشی از مولفه افقی سرعت کم باشد (Ak) و بنابراین $A^2 k^2$ بسیار کوچکتر خواهد بود. بنابراین با حذف کردن پارامترهای بسیار کوچک و خطی سازی در رابطه برنولی داریم:

$$\frac{1}{2}[U_0^2 + 2AkU_0 \cosh k(h+z) \sin(kx - \sigma t) - A\sigma \cosh kh \sin(kx - \sigma t) + g\eta] = C(t) \quad (5)$$

و یا:

$$\eta(x,t) = -\frac{U_0^2}{2g} + \frac{A\sigma}{g} \left(1 - \frac{U_0 k}{\sigma}\right) \cosh kh \sin(kx - \sigma t) + C(t) \quad (6)$$

که در این رابطه:

$$A = \frac{gH}{2\sigma(1 - U_0/C) \cosh kh} \quad (7)$$

۳-۲- شرط مرزی سینماتیکی سطح آزاد آب (KFSBC)

با خطی کردن شرط مرزی سینماتیکی، داریم:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{\partial \phi}{\partial z}, z = \eta \quad (8)$$

و بازهم با بسط حول نقطه $z=0$ داریم:

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) = -\frac{\partial \phi}{\partial z} - \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right), z = 0 \quad (9)$$

که با نگه داشتن ترمهای خطی شرط مرزی به صورت زیر می شود:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + U_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{\partial \phi}{\partial z}, z = 0 \quad (10)$$

با جایگذاری η و Φ ، رابطه پراکنش برای موج در حضور جریان یکنواخت بدست می آید.

$$\sigma^2 = \frac{gk \tanh kh}{(1 - U_0/C)^2} \quad (11)$$

که شکل دیگر آن می تواند به صورت زیر باشد:

$$\sigma = U_0 k + \sqrt{gk \tanh kh} \quad (12)$$

ترم دوم در سمت راست فرمول بسامد زاویه ای به دست آمده، بدون حضور جریان می باشد. با تقسیم طرفین بر k ، رابطه پراکنش به صورت رابطه ای بین سرعتها در می آید:

$$(C - U_0)^2 = \frac{g}{k} \tanh kh \quad (13)$$

نکته مهم که در این قسمت بدست می آید این است که برای حل مساله موج و جریان یکنواخت، می توان دستگاه مختصات را با سرعت U_0 حرکت داد و موجی را بدون حضور جریان حل نمود. با مراجعه به دستگاه مختصات جدید، جریانی وجود نداشته و راه حلها، روشها، عینا مثل حالتی است که جریان وجود ندارد.

نکته مهم در استفاده از دستگاه مختصات جدید این است که طول موج ها در هر دو سیستم ثابت و پریود متغیر خواهد بود. به عبارت دیگر، ناظری که روی دستگاه متحرک قرار دارد، طول موج را ثابت و پریود را متغیر می بیند که مقدار آن از رابطه زیر بدست می آید.

$$T = T' \left(1 - \frac{U_0}{C} \right) \quad (14)$$

برای آب کم عمق که جریانی در آن با سرعت یکنواخت U_0 وجود دارد، رابطه پراکنش به صورت زیر خواهد شد که کمکی برای حل موج در آن ناحیه، خواهد شد:

$$C = \frac{L}{T} = U_0 + \sqrt{gh} \quad (15)$$

به عبارت دیگر، سرعت موج (C) در آب کم عمق مستقل از طول موج بوده و با سرعت U_0 منتقل (Advect) می گردد.

۴- اثر جریان یکنواخت U_0 روی موج نوئیدال :

همانطور که دیده شد، در آب کم عمق، به رابطه سلریتی موج، مقدار سرعت جریان اضافه می شود. از این ایده برای حل موج نوئیدال در حضور جریان یکنواخت استفاده می شود و رابطه پراکنش به این صورت رابطه (۱۶) تغییر می نماید. [۳]

$$\left. \begin{array}{l} \frac{C^2}{gh} = 1 + \frac{H}{h} A \\ C = \frac{L}{T} \end{array} \right\} \xrightarrow{c \rightarrow c - U_0} \left(\frac{L}{T} - U_0 \right)^2 = gh \left(1 + \frac{H}{h} A \right) \Rightarrow \frac{L}{T} = U_0 + \sqrt{gh \left(1 + \frac{H}{h} A \right)} \quad (16)$$

و با ضرب طرفین در h و تقسیم بر T داریم:

$$\frac{L}{h} = \frac{U_0 T}{h} + T \sqrt{\frac{g}{h} \left(1 + \frac{H}{h} A \right)} \quad (17)$$

اکنون حل پروفیل موج نوئیدال به این صورت تغییر می نماید: [۴]

۱- ابتدا برای A یک مقدار اولیه در نظر می گیریم.

۲- برای L/H ، یک مقدار اولیه از رابطه پراکنش، حساب می کنیم.

$$\frac{L}{h} = \frac{U_o T}{h} + T \sqrt{\frac{g}{h}} \sqrt{\left(1 + \frac{H}{h} A\right)} \quad (18)$$

۳- عدد اورسل را از رابطه زیر حساب می کنیم.

$$U = \frac{L^2 H}{h^3} \quad (19)$$

۴- عدد m را با حل نیوتن رابطه زیر حساب می کنیم.

- بجای محاسبه m ، m₁ را که برابر 1-m است، حساب می کنیم.

$$U = \frac{16}{3} (1 - m_1) K^2(m_1) \quad (20)$$

$$K(m_1) = [a_0 + a_1 m_1 + a_2 m_1^2] - [b_0 + b_1 m_1 + b_2 m_1^2] \ln m_1$$

$$a_0 = 1.3862944, a_1 = 0.1119723, a_2 = 0.0725296$$

$$b_0 = 0.5, b_1 = 0.1213478, b_2 = 0.0288729$$

- برای محاسبه K ، از رابطه زیر استفاده می شود:

(21)

- برای یافتن عدد m₁ ، معادله زیر را به روش نیوتن حل می کنیم:

$$m_{i+1} = m_i - \frac{f(m_i)}{f'(m_i)}$$

$$f(m_1) = 1 - m_1 - \frac{3U}{16K^2(m_1)}$$

$$f'(m_1) = \frac{3U}{8K^3(m_1)} \frac{dK}{dm_1} - 1$$

$$\frac{dK}{dm_1} = a_1 + 2a_2 m_1 + [b_1 + 2b_2 m_1] \ln m_1 - [b_0 + b_1 m_1 + b_2 m_1^2] \frac{1}{m_1}$$

- برای شروع حل اگر از مقدار اولیه زیر برای m₁ استفاده شود، سریعتر به جواب خواهیم رسید:

$$m_1 = \exp \frac{a_0 - \sqrt{\frac{3}{16} U}}{b_0} \quad (23)$$

- پس از چند بار سعی و خطا، مقدار m₁ و سپس مقدار m بدست می آید.

۵- مقدار A را از رابطه زیر حساب می کنیم:

$$A = \frac{2}{m} - 1 - \frac{3}{m} \frac{E}{K} \quad (24)$$

- که مقدار E از رابطه زیر حساب می شود.

$$E(m_1) = [1 + e_1 m_1 + e_2 m_1^2] - [f_1 m_1 + f_2 m_1^2] \ln m_1$$

$$e_1 = 0.4630151, e_2 = 0.1077812$$

$$f_1 = 0.2452727, f_2 = 0.0412496$$

- در نرم افزار MATLAB برای K و E توابعی تعریف شده هستند و می توان از دستور زیر استفاده نمود:

$$[K, E] = \text{ellipke}(\theta, m) \quad (26)$$

- همچنین می توان از انتگرال گیری که باز هم در نرم افزار MATLAB وجود دارد، برای محاسبه K و E استفاده نمود:

$$K(m) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{(1 - m \sin^2 \theta)^{1/2}} d\theta$$

$$K(m) = \text{quad}(@(\text{x})(1 - m * (\text{sin}(\text{x}).^2)).^+.5, 0, \text{pi});$$

$$E(\varphi, m) = \int_0^{\varphi} \frac{1}{(1 - m \sin^2 \theta)^{1/2}} d\theta$$

$$E(\varphi, m) = \text{quad}(@(\text{x})(1 - m * (\text{sin}(\text{x}).^2)).^+.5, 0, \text{fi});$$

(۲۷)

۶- حالا این مقدار A را در گام ۱ قرار داده و این پروسه را دوباره تکرار کرده، تا مقادیر گام ۱ و ۵ یکی شود.

۷- A بدست آمده، را در رابطه پراکنش قرار داده و L و U را حساب می کنیم.

۸- برای ترسیم پروفیل سطح آزاد آب نیز از رابطه زیر استفاده می شود:

$$\eta = \eta_2 + Hcn^2(\theta, m)$$

(۲۸)

که در این رابطه،

$$\theta = 2K\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L}\right)$$

$$cn(\theta, m) = \int_0^{\varphi} \frac{1}{(1 - m \sin^2 \theta)^{1/2}} d\theta$$

(۲۹)

در نرم افزار MATLAB این توابع تعریف شده هستند و می توان از دستور زیر استفاده نمود:

$$[sn, cn, dn] = \text{ellipj}(\theta, m)$$

(۳۰)

۵- مثال عددی:

با کمک نرم افزار MATLAB، که قابلیت برنامه نویسی نیز در آن گنجانده شده است، برنامه هایی برای حل موج خطی و غیرخطی نوئیدال در حضور جریان یکنواخت، تهیه و مثالهایی با آن اجرا گردیده است.

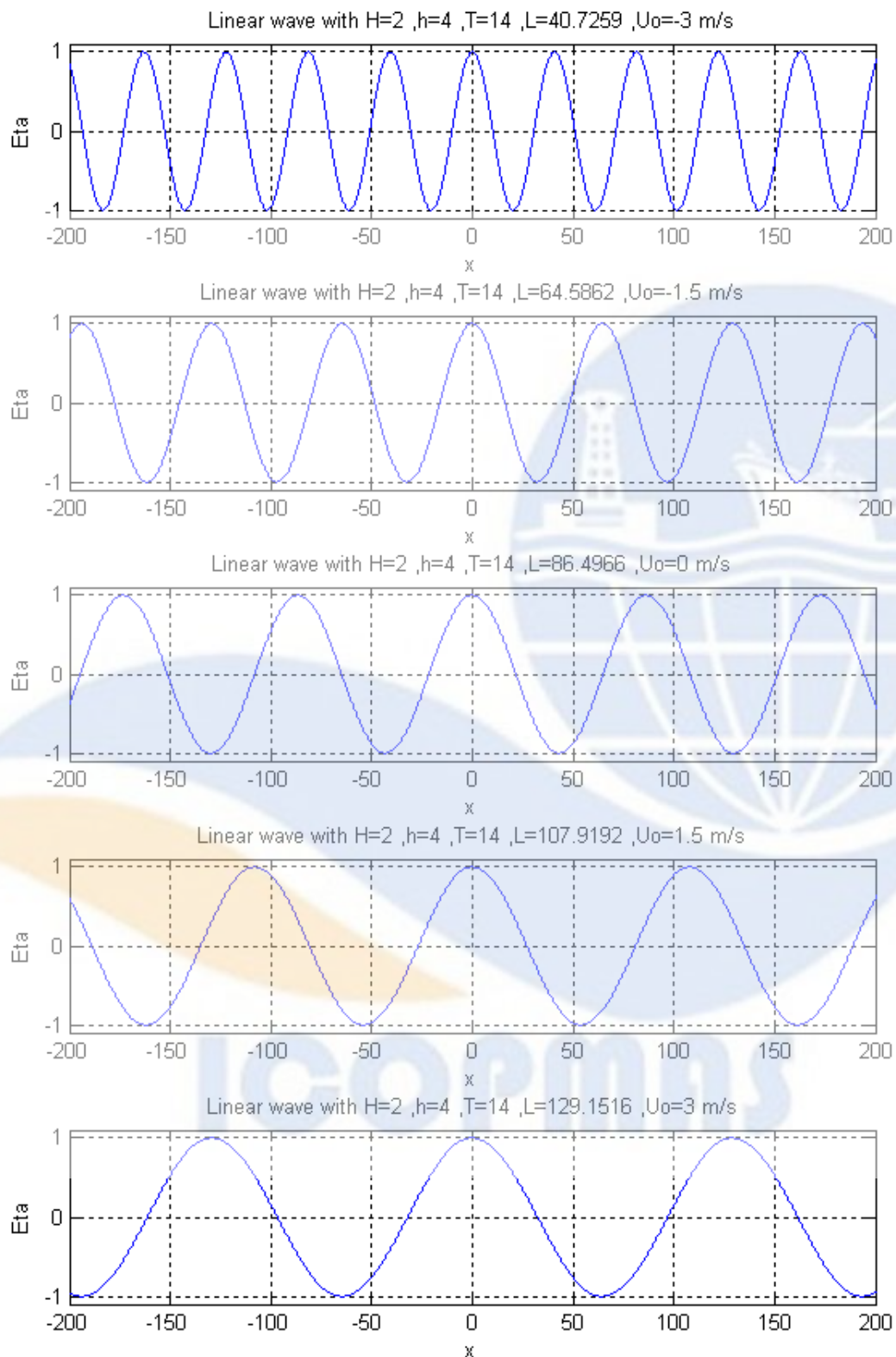
این نرم افزار یکی از قوی ترین نرم افزارهای ریاضی بوده که در سالهای اخیر، نسخه های جدیدتری از آن ساخته شده که قابلیت های فراوانی در حل مسائل پیچیده محاسباتی به آن افزوده شده است. همانطور که در بخش قبل دیده شد، تعدادی توابع پیچیده وجود داشتند که با پروسه ای طولانی به جواب می رسیدند که با استفاده از نرم افزار MATLAB این کار با نوشتن یک تابع کوچک، انجام پذیر می گردد.

در شکل ۱ نتایج برخورد یک جریان یکنواخت با موج خطی به مشخصات ارتفاع موج ۲ متر و پرپود ۱۴ ثانیه، که قرار است در آبی به عمق ۴ متر، منتشر شود، آمده است.

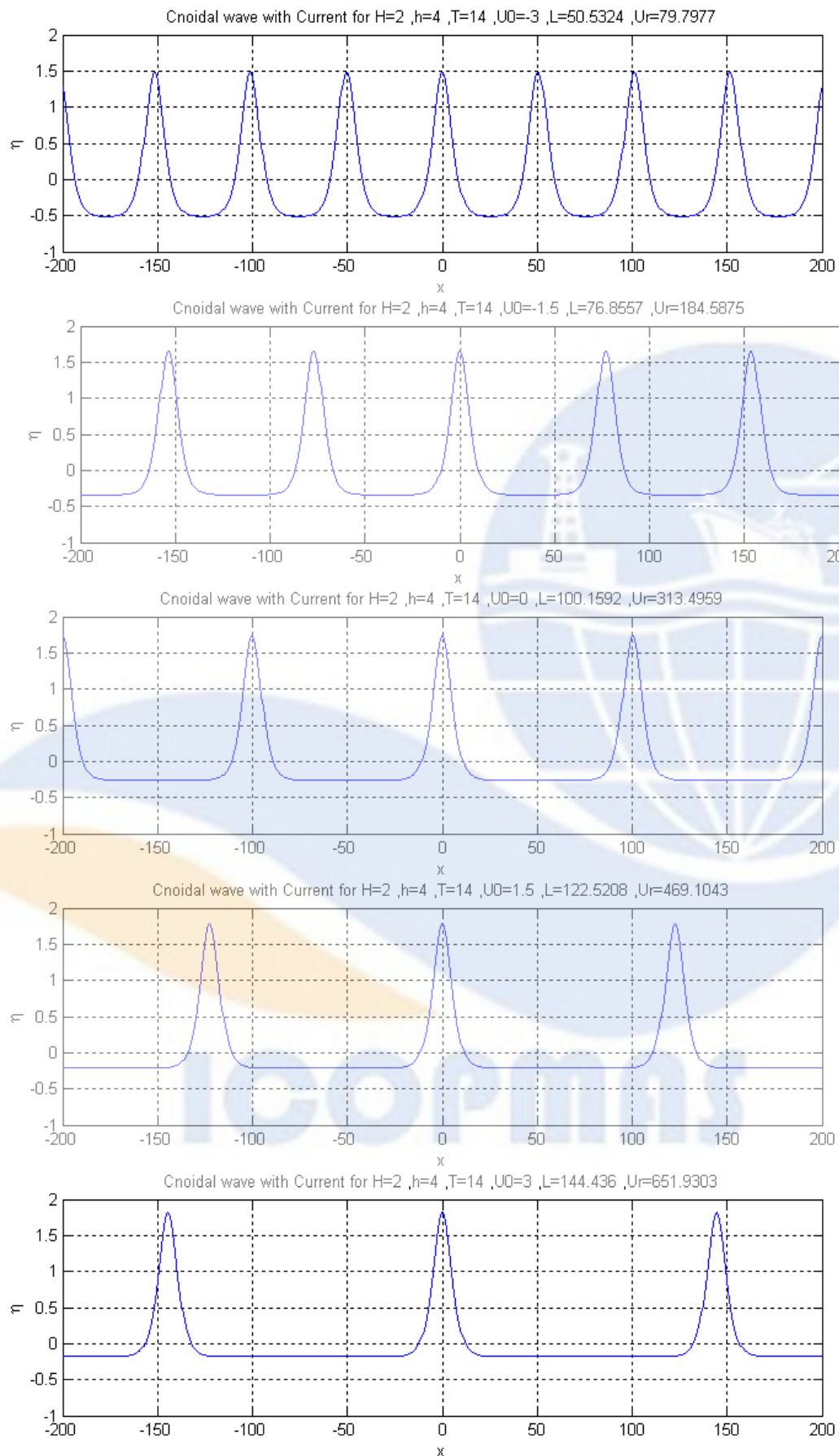
برای دیدن تغییرات موج خطی در اثر جریان، جریانی را با سرعتهای متفاوت، از ۳- تا ۳+ متربرثانیه، بر موج وارد کرده که نتایج در شکل ۱ آمده است.

همانطور که در مراحل ترسیم پروفیل موج نوئیدال دیده شد، برای دستیابی به حل نیاز به استفاده از یک سری توابع ریاضی بوده که خوشبختانه، به عنوان پیش فرض در نرم افزار MATLAB وجود دارد. بنابراین، پروسه حل در این نرم افزار، برنامه ریزی گردید و باز هم مانند حالت خطی، برای دیدن اثرات جریان روی موج نوئیدال، جریان را با سرعتهای متفاوت، از ۳- تا ۳+ متربرثانیه، بر موج وارد کرده که نتایج در شکل ۲ آمده است.

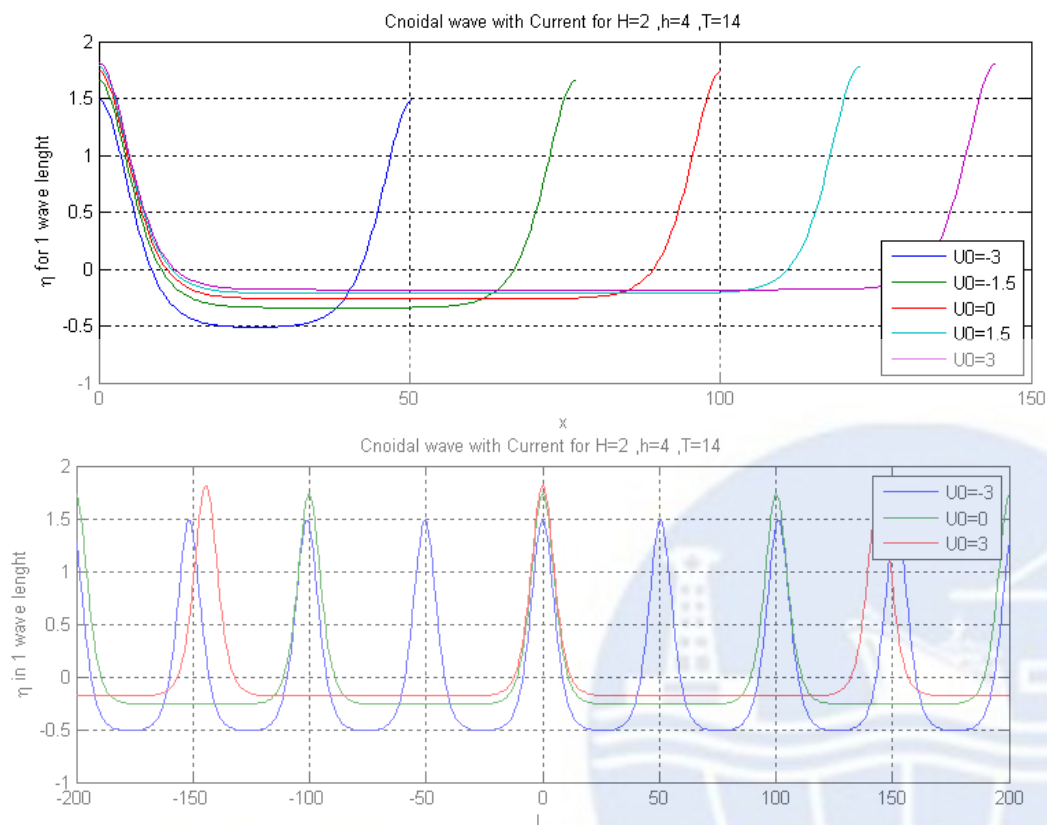
همچنین برای مقایسه تغییرات طول موج، ۵ جریان با سرعتهایی مختلف را با موج با مشخصات فوق برخورد داده و هر ۵ موج منتجه، در شکل ۳ نمایش داده شده است.



شکل ۱) تغییرات طول و تیزی موج سینوسی در مواجهه با جریان یکنواخت



شکل ۲) تغییرات طول و تیزی موج نوئیدال در مواجهه با جریان یکنواخت



شکل ۳) سرعت‌های مختلف و تاثیر آنها بر طول موج نوئیدال

۶- نتیجه گیری

آنچه در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است، اثر جریان بر مشخصات موج و بالاخص موج نوئیدال می باشد. در برخورد جریان با موج تغییرات مهمی در مشخصات آن ایجاد می گردد. تاثیرات مهم در پروفیل موج به قرار زیر خلاصه شده است:

- جریان باعث تغییر آشکار در شکل پروفیل موج شده و جریان موافق با جهت انتشار موج مانند اینکه موج را بکشد، باعث افزایش طول موج می گردد. واضح است که این کشیده شدن پروفیل، باعث خوابیده تر شدن تاج موج شده و به عبارت دیگر، موج تیزی خود را از دست می دهد و بالعکس یعنی جریان مخالف با جهت انتشار موج مانند اینکه موج را بفشارد، باعث کاهش طول موج شده و این امر، باعث تیزتر شدن شکل پروفیل سطح آزاد آب می شود.

- جریان موافق با جهت انتشار موج، باعث افزایش سلریتی موج می گردد و جریان مخالف با جهت انتشار موج سلریتی را کاهش می دهد.
 - جریان موافق با جهت انتشار موج، باعث افزایش طول موج شده که آنهم باعث افزایش عدد اورسل موج می شود که نهایتاً شکل پروفیل موج را به شکل موج منفرد، هدایت می کند. بعبارت دیگر جریان موافق، باعث می شود سطح موج از آب آزاد بیرون بیاید و بالاتر بزند.
 - همانطور که بیان گردید، جریان مخالف با جهت انتشار موج، موج را تیزتر کرده که باعث افزایش احتمال شکست زودتر موج می شود.

۷- مراجع

[1]- Sorensen, R., "Basic Coastal Engineering", Springer Publisher, 3rd Revised Edition, 2005.
 [2]- Dean, R. G., Dalrymple, R. A., "Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists", World Scientific Scientific Press, 1991.
 [3]- Lin, Pengzhi, "Numerical Modeling of Water Waves", Taylor & Francis Routledge Press, 2008.
 [4]- Svendsen, A., "INTRODUCTION TO NEARSHORE HYDRODYNAMICS", World Scientific Press, 2006.

The Effects of Current on Cnoidal Waves

A. Lohrasbi, PHD student, School of Civil Engineering, University College of Engineering, University of Tehran

P. Badiei, Assistant Professor, School of Civil Engineering, University College of Engineering, University of Tehran

M. Dolatshahi Pirooz, Assistant Professor, School of Civil Engineering, University College of Engineering, University of Tehran

Abstract

Wave current interactions have been one of the most interesting topics in ocean engineering. When sea waves enter an inlet against an ebb current, changes of wave heights and wavelengths occur. This paper, exclusively, surveys the effect of current on wave and shows their effects. Cnoidal wave theory was used for the shallow water. For showing the effect of current on wave, a first approximation to the waves and currents is to assume that the current is uniform over depth and horizontal distance and flowing in the same direction as the waves. An assumed form of the velocity potential will be chosen to represent the uniform current and a progressive wave, which satisfies the Laplace equation.

Keywords: *current interactions, ocean engineering, approximation, uniform, flowing, Laplace equation, horizontal distance, wave current interaction, linear wave, cnoidal theory*