



سازمان بنادر و دریانوردی به عنوان تنها مرجع حاکمیتی کشور در امور بندری، دریایی و کشتی رانی بازرگانی به منظور ایفای نقش مرجعیت دانشی خود و در راستای تحقق راهبردهای کلان نقشه جامع علمی کشور مبنی بر "حمایت از توسعه شبکه‌های تحقیقاتی و تسهیل انتقال و انتشار دانش و سامان‌دهی علمی" از طریق "استانداردسازی و اصلاح فرایندهای تولید، ثبت، داوری و سنجش و ایجاد بانک‌های اطلاعاتی یکپارچه برای نشریات، اختراعات و اکتشافات پژوهشگران"، اقدام به ارایه این اثر در سایت SID می‌نماید.



سازمان بنادر و دریانوردی





نهمین همایش بین المللی سواحل، بنادر و سازه های دریایی
ICOPMAS 2010
 10-8 آذر ماه (تهران)



مدل سازی سطح آزاد به کمک تکنیک شبکه ریز در روش یانگز

حمید رضائی ، دانشجوی دکتری، دانشگاه صنعتی امیر کبیر ، HRezaei@aut.ac.ir

محمد جواد کتابداری ، دانشیار ، دانشگاه صنعتی امیر کبیر ، MJKetabdar@aut.ac.ir

کلید واژه: مدلسازی سطح آزاد، روش Youngs، شبکه غیریکنواخت جابجا شده، تکنیک ریز کردن شبکه، آزمون جریان برشی

چکیده

در بین روش های مدل سازی جریان هایی با سطح آزاد، روش حجم سیال روشی متداول و پر کاربرد می باشد. در این روش تاکنون الگوریتم های مختلف و متنوعی ارائه گردیده است که یکی از آنها روش Youngs می باشد. در این روش، در ابتدای هر مرحله شیب فصل مشترک و یا بردار یکه عمود بر سطح در هر سلول مشخص می گردد سپس با مشخص شدن وضعیت قرارگیری سطح آزاد در هر سلول و نیز با توجه به میدان سرعت، می توان شار عبوری سیال را در وجوه هر سلول محاسبه نمود. لذا با محاسبه مقادیر جدید کسر حجمی، موقعیت سطح آزاد در گام زمانی بعد مشخص می گردد. به منظور افزایش دقت این روش، می توان از تکنیک شبکه ریز، سطح مشترک دقیق تری را محاسبه نمود. در این تحقیق مدلسازی جریان با استفاده از روش Youngs و تکنیک شبکه ریز انجام شده است. صحت و دقت مدل به کمک آزمون استاندارد جریان برشی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که استفاده از تکنیک شبکه ریز دقت و زمان اجرای مدل را به مقدار قابل توجه بهبود می بخشد.

مقدمه

سطح آزاد از جریان های پیچیده سیال همراه با مرزهای متحرک می باشد که در بسیاری از مسائل مهندسی کاربرد دارد. از جمله مهمترین کاربردهای جریان های با سطح آزاد در مهندسی دریا می توان به تولید و انتشار امواج آب در دریاها و اقیانوسها، تغییر شکل امواج در آب کم عمق و ناحیه ساحلی و هیدرودینامیک شناورها و سکوها دریایی اشاره نمود. در این گونه مسائل، موقعیت مرزها، تنها در آغاز کار مشخص بوده و مکان های بعدی آن در طول زمان باید محاسبه گردد. استفاده از معادلات و شرایط مرزی این کار را میسر می سازد. در بیشتر موارد سطح آزاد، مرز بین سیال و گاز یا دو سیال متفاوت است. روش های مختلف مدل سازی سطح آزاد به دو دسته روش های سطحی و روش های حجمی تقسیم بندی می شوند. با توجه به مزایای روش حجمی، امروزه این روش بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. از جمله معروف ترین روش در این گروه، روش حجم سیال¹ می باشد. روش حجم سیال یکی از محبوب ترین روش های حجمی است که علاوه بر معادلات بقای جرم و اندازه حرکت، نیاز به تعریف و حل یک معادله انتقال اضافی برای مشخص شدن موقعیت سطح آزاد دارد. نتیجه آن توزیع یک کمیت عددی مانند C (تابع رنگ²) در هر سلول است که بیانگر نسبت حجمی دو فاز سیال درون هر یک از سلول های محاسباتی می باشد. مقدار این کمیت از صفر تا یک بسته به پر، نیمه پر و یا خالی بودن سلول محاسباتی تغییر می کند. این موضوع را می توان با معادله 1 بیان نمود. شکل (1) نمونه ای از شبکه محاسباتی و مقادیر تابع رنگ در هر سلول را نشان می دهد.

$$\begin{cases} C = 1 & \rightarrow \text{Phase \#1} \\ C = 0 & \rightarrow \text{Phase \#2} \\ 0 < C < 1 & \rightarrow \text{Interface} \end{cases} \quad (1)$$

¹ Volume of Fluid

² Color Function

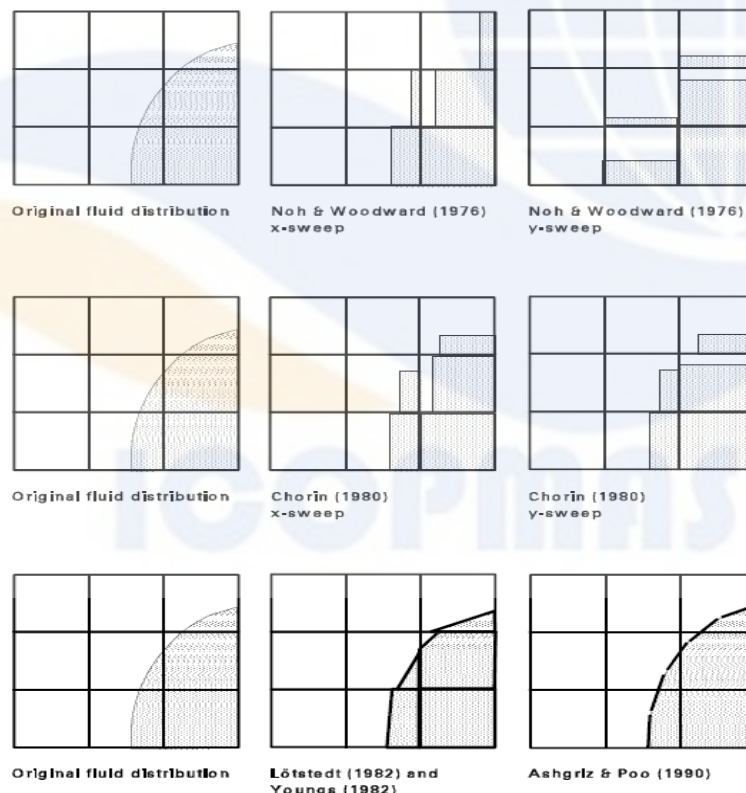
0.09	0.22	0.00	0.00
0.96	1.00	0.64	0.68
1.00	1.00	1.00	1.00

شکل 1) مقادیر مختلف تابع رنگ در روش حجم سیال

معادله انتقال حاکم بر کمیت C به شکل ذیل می‌باشد:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial U_i C}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

که در این معادله t زمان، U_i بردار سرعت و X_i مؤلفه‌های موقعیت مکانی هستند. به منظور محاسبه موقعیت سطح آزاد، الگوریتم‌های مختلفی معرفی شده است. از آن جمله می‌توان به دو روش SLIC³ و PLIC⁴ اشاره نمود. روش SLIC به عنوان ابتدایی‌ترین الگوریتم در روش VOF است که توسط Woodward و Noh ارائه شده است [1]. در این روش توزیع سیال در هر سلول به صورت یک مستطیل هم‌راستا با محورهای مختصات در نظر گرفته می‌شود. این روش در سال 1980 توسط Chorin اصلاح گردید [2]. در این روش نیز مشابه با روش SLIC، کسر حجمی سیال به صورت مستطیل‌های موازی با محورهای مختصات در نظر گرفته می‌باشد، با این تفاوت که بسته به جهت جاروب کردن سلول‌های محاسباتی متفاوت می‌باشد. روش PLIC روش دقیق‌تری می‌باشد که توسط Youngs و Lötstedt به صورت جداگانه در سال 1982 ارائه گردیده است [3,4]. در این روش سطح آزاد به صورت تکه خط‌های شکسته مورب مدل می‌گردد. مدل بهبود داده شده این روش توسط Ashgriz و Poo ارائه شده است که تفاوت آن با روش PLIC در پیوسته بودن تکه خط‌ها می‌باشد [5]. این موارد در شکل (2) نشان داده شده است. با توجه به بررسی انجام شده بر روی تحقیقات دیگران، روش Youngs در بین روش‌های مشابه نتایج بهتری داده است. لذا در این تحقیق، این روش مورد استفاده قرار گرفته است.

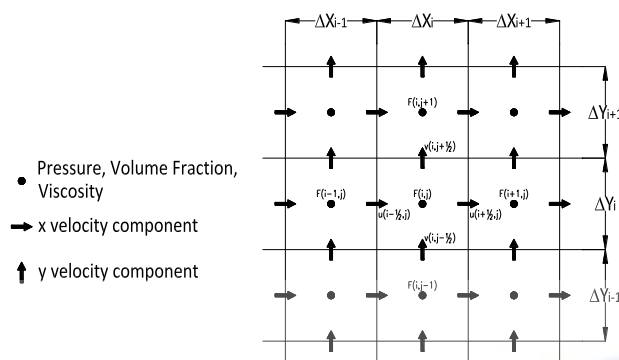


شکل 2) الگوریتم‌های مختلف مدل‌سازی جریان با سطح آزاد

³ Simple Line Interface Calculation

⁴ Piecewise Linear Interface Construction

شبکه محاسباتی مورد استفاده در این تحقیق از نوع شبکه غیریکنواخت جابجا شده⁵ است که در شکل (3) نحوه ذخیره پارامترهای جریان در این شبکه نشان داده شده است:



شکل (3) شبکه محاسباتی مورد استفاده و موقعیت قرارگیری متغیرها در شبکه

همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌گردد، مقادیر فشار، کسر حجمی سیال و مشخصات فیزیکی سیال در مرکز سلول‌ها ذخیره می‌گردد و نیز مؤلفه‌های افقی و عمودی سیال به ترتیب در وجوه عمودی و افقی سلول‌های محاسباتی قرار می‌گیرند.

معرفی روش Youngs

حل معادله 2 از روش‌های تفاضل محدود و یا حجم محدود منجر به ایجاد خطای پخش عددی⁶ می‌گردد که با توجه به وجود اختلاف چگالی بالا بین دو سیال در فصل مشترک، باعث بروز خطاهای بزرگ می‌گردد. از این رو معمولاً جهت حل معادله انتقال از روش‌های غیرانتشاری استفاده می‌شود. به لحاظ دقت محاسباتی، روش Youngs دارای دقت مرتبه دوم می‌باشد. محاسبه موقعیت سطح آزاد در هر گام زمانی در دو مرحله انجام می‌شود. به این صورت که برای جهات x و y توزیع تابع رنگ (کسر حجمی) تحت میدان سرعت همان جهت محاسبه می‌گردد. در روش Youngs در ابتدای هر مرحله شیب فصل مشترک و یا بردار یکه عمود بر سطح در هر سلول مشخص می‌گردد. به این منظور ابتدا در کنج‌های سلول مقدار مؤلفه‌های بردار نرمال مطابق با رابطه زیر محاسبه می‌شود و سپس با متوسط‌گیری، بردار نرمال در مرکز سلول بر اساس روابط زیر محاسبه می‌گردد:

$$\vec{n}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = \frac{(C_{i+1,j+1} - C_{i,j+1}) \times \Delta y_j + (C_{i+1,j} - C_{i,j}) \times \Delta y_{j+1}}{(\Delta y_j + \Delta y_{j+1}) \times \Delta x_{i+\frac{1}{2}}} \times \vec{i} + \frac{(C_{i+1,j+1} - C_{i+1,j}) \times \Delta x_i + (C_{i,j+1} - C_{i,j}) \times \Delta x_{i+1}}{(\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) \times \Delta y_{j+\frac{1}{2}}} \times \vec{j} \quad (3)$$

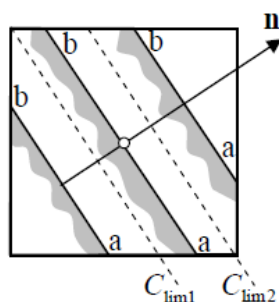
$$\vec{n}_{i,j} = \frac{\vec{n}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + \vec{n}_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + \vec{n}_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + \vec{n}_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{4} \quad (4)$$

بردار نرمال در صورتی با دقت مناسب تخمین زده می‌شود که شعاع انحناى سطح مشترک بزرگتر از دو یا سه برابر ابعاد سلول‌ها باشد. با مشخص بودن بردار عمود بر سطح و با اعمال شرط حفظ کسر حجمی موقعیت خط مایل به عنوان سطح مشترک در هر سلول قابل تعیین است. شکل زیر حالت‌های مختلف برای نحوه قرارگیری فصل مشترک را در یک سلول واقع در سطح آزاد نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل (4) مشاهده می‌شود تنها سه حالت مختلف که باعث قرارگیری سیال در یک سه ضلعی، چهار ضلعی و یا پنج ضلعی می‌شود، وجود دارد. به منظور تعیین اینکه سطح آزاد در کدام یک از این موقعیت‌ها قرار می‌گیرد از دو پارامتر C_{lim1} و C_{lim2} استفاده می‌شود که به کمک مؤلفه‌های بردار عمود بر سطح به صورت ذیل تعریف می‌شوند:

$$C_{lim1} = \frac{n_y}{2 \times n_x}, \quad C_{lim2} = 1 - C_{lim1} \quad (5)$$

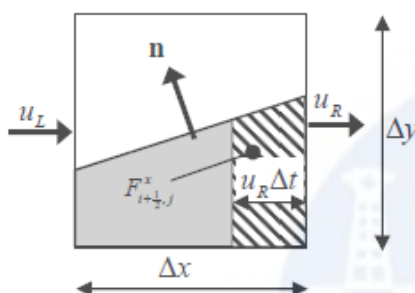
⁵ Non-uniform Staggered Grid

⁶ Numerical Diffusion Error



شکل 4) حالت‌های مختلف قرارگیری سطح آزاد در یک سلول

در شکل (5) نمای کلی سلول‌های نیمه‌پر و نحوه قرارگیری سطح مشترک و هم‌چنین شار عبوری تابع C در جهت x در وجه راست ($F_{i+\frac{1}{2},j}^x$) برای یک گام زمانی نشان داده شده است.

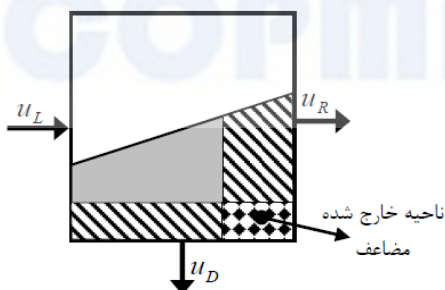


شکل 5) توزیع خطی حجم سیال در سلول و محدوده شار عبوری کسر حجمی از وجه راست

شار منتقل شده در وجه‌های دیگر نیز به صورت مشابه تعیین می‌شود. با توجه به مشخص بودن میدان سرعت و چگونگی توزیع سیال مرجع در هر سلول مقدار شار عبوری از وجه راست سلول مطابق شکل 2 محاسبه می‌گردد. محاسبات لازم برای تخمین میزان شار عبوری از هر وجه بر پایه محاسبات هندسی سطح ذوزنقه (پنج ضلعی و یا مثلث) جایجا شده در مدت زمان Δt تحت اثر سرعت u_R می‌باشد که با توجه به مقدار $C_{i,j}$ و بردار یک‌ه عمود بر سطح قابل انجام می‌باشد. به عنوان مثال شار عبوری از وجه راست در شکل فوق با یک چهار ضلعی هاشور خورده نشان داده شده است. مقدار جدید کمیت $C_{i,j}$ در گام زمانی جدید به صورت ذیل محاسبه می‌گردد:

$$C_{i,j}^{n+1} = C_{i,j}^n + F_{i-\frac{1}{2},j}^x - F_{i+\frac{1}{2},j}^x + F_{i,j-\frac{1}{2}}^y - F_{i,j+\frac{1}{2}}^y \quad (6)$$

در صورتی که با استفاده از روش فوق، شار عبوری از وجه‌ها محاسبه گردد و مقادیر جدید کسر حجمی تعیین گردد ممکن است مقدار کسر حجمی در برخی سلول‌ها بزرگتر از یک و در برخی کوچکتر از صفر به دست آید. این مسأله ناشی از عبور مضاعف بخشی از شار کسر حجمی تحت اثر میدان جریان در دو جهت می‌باشد که در شکل (6) نشان داده شده است:



شکل 6) خروج مضاعف بخشی از کسر حجمی در اثر تجمیع همزمان شارهای افقی و قائم در شرایط عادی

برای رفع این مشکل روش‌های مختلفی وجود دارد [6]. یکی از معروف‌ترین آنها، روش تغییرات مؤثر حجم کنترل است که توسط Rudman ارائه شده است [7]. در این روش تغییرات مؤثر حجم کنترل تحت اثر هر یک از مراحل انجام محاسبات در جهت x و y اصلاح می‌گردد. برآورد تغییرات کسر حجمی در هر سلول از شارهای ورودی و خروجی محاسبه شده در هر مرحله و حجم کنترل اصلاح شده، استفاده می‌گردد. بدین ترتیب در هر نیم گام زمانی (مرحله x و یا y) پس از محاسبه شیب سطح مشترک در سلول با استفاده از مقدار کسر حجمی در سلول‌های

همسایه، شار جریان به روش Youngs محاسبه می‌گردد. سپس با استفاده از روش ارائه شده توسط Rudman توزیع جدید کسر حجمی C به کمک روابط زیر محاسبه می‌گردد:

$$C_{i,j} = C_{i,j}^n \times \Delta V_{i,j}^n - \left(F_{i+\frac{1}{2},j}^x - F_{i-\frac{1}{2},j}^x \right) \quad (7)$$

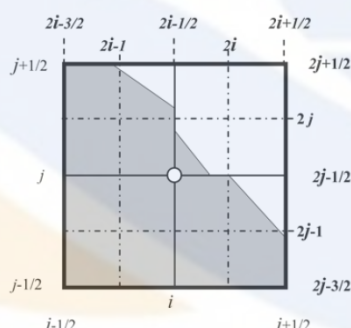
$$\Delta V_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \Delta V_{i,j}^n - \Delta t \times \Delta y \times \left(u_{i+\frac{1}{2},j} - u_{i-\frac{1}{2},j} \right) \quad (8)$$

$$C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{C_{i,j}}{\Delta V_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}} \quad (9)$$

در این روابط $\Delta V^n = \Delta x \times \Delta y$ معادل حجم سلول در گام زمانی n ام و F^x شار انتقال کسر حجمی C از وجه‌های قائم در جهت x می‌باشد. پس از انجام محاسبات فوق در نیم گام محاسباتی جهت x، در نیم گام زمانی دوم پس از محاسبه مجدد شیب سطح و شار کسر حجمی در جهت y، با استفاده از مقادیر جدید کسر حجمی با استفاده از شار کسر حجمی در جهت y به دست می‌آید. مقدار ΔV بعد از انجام محاسبات در جهت x و y مجدداً به مقدار اولیه خود یعنی حجم سلول بازگردانده خواهد شد. استفاده از این روش باعث جلوگیری از مختل شدن بقای جرم و هم چنین جلوگیری از برهم خوردن توزیع کسر حجمی می‌شود.

تکنیک شبکه ریز جهت افزایش دقت روش Youngs

هر چند روش‌های با دقت بالاتر در رابطه با چگونگی توزیع هندسی کسر حجمی در سلول‌های محاسباتی در مراجع مختلف ارائه شده است اما معمولاً این روش‌ها دارای پیچیدگی‌های محاسباتی هستند و اغلب به اقتصادی بودن مدل صدمه می‌زنند. از جمله این روش‌ها می‌توان به روش ارائه شده توسط Ginzburg و Wittum اشاره نمود [8]. در این روش با استفاده از یک منحنی، توزیع کسر حجمی در سلول پیش‌بینی می‌گردد. از میان روش‌های ارائه شده برای افزایش دقت محاسبات تخمین موقعیت سطح مشترک، روش $FGVT^y$ است که توسط Rudman ارائه شده است، این روش دارای مزایای قابل توجهی است. در این روش هر سلول محاسباتی به چهار سلول متساوی تبدیل شده و محاسبات مربوطه به روش حجم سیال سلول‌ها انجام می‌شود. شکل (7) ایده اصلی مورد استفاده در این روش را نشان می‌دهد:



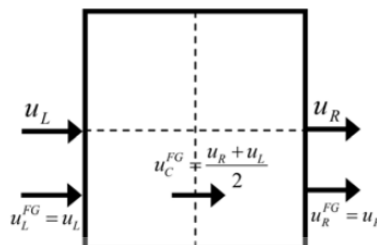
شکل (7) شبکه محاسباتی و شماره‌گذاری سلول‌ها در شبکه ریز شده

مهم‌ترین مزیت این روش علاوه بر چهار برابر شدن دقت در انجام محاسبات پیش‌بینی موقعیت سطح مشترک، سهولت و افزایش دقت در تخمین مقادیر چگالی، لزجت و شار اندازه حرکت در موقعیت‌های مناسب می‌باشد. انجام محاسبات در این شبکه صرفاً برای ردیابی سطح مشترک انجام شده و شبیه‌سازی هیدرودینامیک در شبکه اصلی انجام می‌شود، از این رو تخمین مقادیر سرعت در شبکه محاسباتی کوچک با استفاده از اطلاعات شبکه محاسباتی اصلی ضروری است. بدین منظور باید دقت کافی برای حفظ بقای جرم و پیوستگی لحاظ شود. برای حفظ این شرایط سرعت در وجه سلول‌های شبکه کوچک‌تر با میانبایی مقادیر سرعت در شبکه اصلی به دست می‌آید. چگونگی تخصیص مقادیر سرعت در وجه سلول‌های میانی در شکل 8 نشان داده شده است. در این شکل u_L و u_R به ترتیب معرف سرعت افقی در وجه راست و چپ سلول اصلی و u_L^{FG} و u_R^{FG} به ترتیب مقدار سرعت افقی در وجه راست، چپ و میانی شبکه ریز شده می‌باشد. با محاسبه مقادیر سرعت در شبکه ریز با استفاده از روشی که معادلات آن برای سرعت‌های افقی در زیر نشان داده شده است، پیوستگی در سلول‌های شبکه ریز برقرار خواهد بود:

$$u_{2i+\frac{1}{2},2j}^{FG} = u_{2i+\frac{1}{2},2j-1}^{FG} = u_{i+\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$$u_{2i-\frac{3}{2},2j}^{FG} = u_{2i-\frac{3}{2},2j-1}^{FG} = u_{i-\frac{1}{2}} \quad (11)$$

$$u_{2i-\frac{1}{2},2j}^{FG} = u_{2i-\frac{1}{2},2j-1}^{FG} = \frac{(u_{i-\frac{1}{2}} + u_{i+\frac{1}{2}})}{\Delta x_i} \quad (12)$$



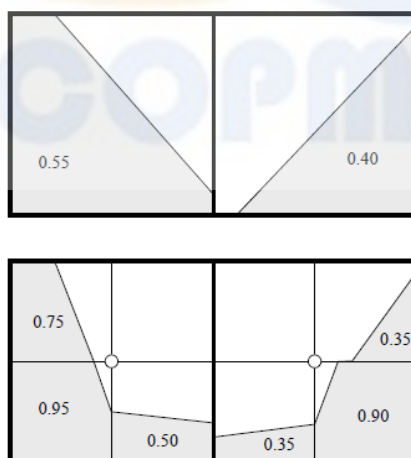
شکل 8) موقعیت و نحوه محاسبه بردارهای سرعت در شبکه اصلی و شبکه ریز شده

به این ترتیب پس از انجام محاسبات کسر حجمی بر روی شبکه ریز با استفاده از روش Youngs، از نتایج آن در قالب مقادیر چگالی و لزجت معادل برای محاسبات هیدرودینامیکی در شبکه درشت‌تر استفاده می‌شود. در روابط زیر نحوه محاسبه کسر حجمی در سلول شبکه اصلی و چگالی در وجه‌های هر سلول با استفاده از مقادیر کسر حجمی شبکه ریز شده نشان داده شده است:

$$C_{i,j}^{n+1} = \frac{(C_{2i,2j}^{n+1} + C_{2i-1,2j}^{n+1} + C_{2i,2j-1}^{n+1} + C_{2i-1,2j-1}^{n+1})}{4} \quad (13)$$

$$\rho_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{(\rho_{2i,2j} + \rho_{2i+1,2j} + \rho_{2i,2j-1} + \rho_{2i+1,2j-1})}{4} \quad (14)$$

در سمت راست معادلات فوق مقادیر کسر حجمی و چگالی مربوط به شبکه ریز استفاده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، یکی از مزایای روش مورد استفاده در این تحقیق، محاسبه دقیق چگالی در وجه سلول‌های اصلی یعنی در موقعیت $i + \frac{1}{2}$ بدون نیاز به محاسبات پیچیده می‌باشد. به این ترتیب اندازه حرکت با دقت بسیار خوب و بدون دشواری محاسباتی در وجه سلول‌ها محاسبه می‌شود. این در حالی است که در روش‌های معمول VOF مقدار چگالی در وجه در روش‌های ساده از میانگین‌گیری چگالی دو سلول مجاور و در روش‌های پیشرفته‌تر با محاسبات مجدد کسر حجمی در نیمه راست و یا چپ سلول اصلی به دست می‌آید. استفاده از این روش‌ها می‌تواند باعث خطاهای جدی در محاسبات انتقال اندازه حرکت در جریان‌های دو فازی شود. برای مثال در شکل (9) نحوه توزیع کسر حجمی در دو سلول مجاور در حالت معمول روش VOF و هنگام استفاده از روش FGVT نشان داده شده است. بر اساس این شکل در هر دو حالت توزیع مشابهی برای کسر حجمی در سلول اصلی چپ و راست مشاهده می‌شود.



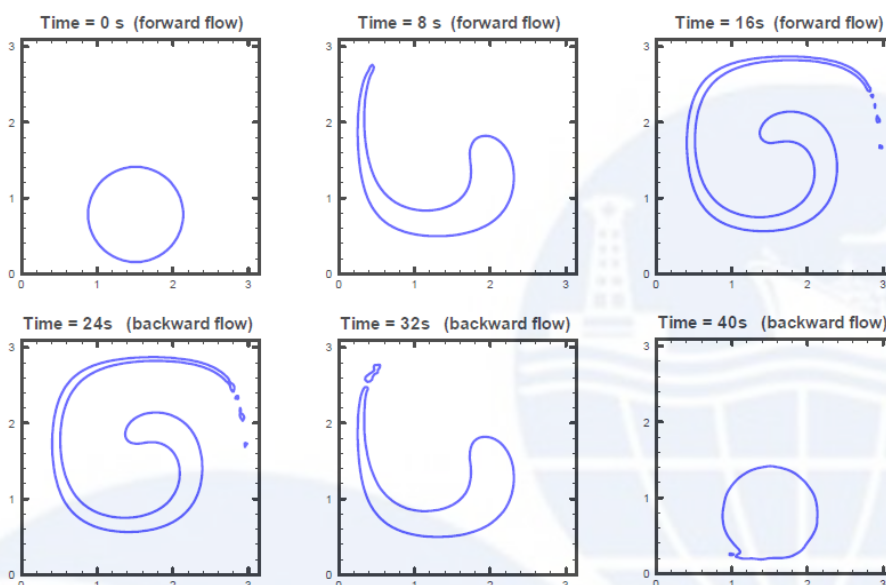
شکل 9) نحوه توزیع کسر حجمی در دو شبکه معمولی و ریز شده

به منظور بررسی دقت روش معرفی شده در بالا، از آزمون جریان برشی استفاده شده است. در این آزمون میدان جریان معلومی به صورت معادله 15 در نظر گرفته می‌شود و یک هندسه دایره‌ای شکل از سیال تحت این میدان سرعت قرار می‌گیرد. پس از مدت زمان معلوم جهت جریان معکوس می‌گردد.

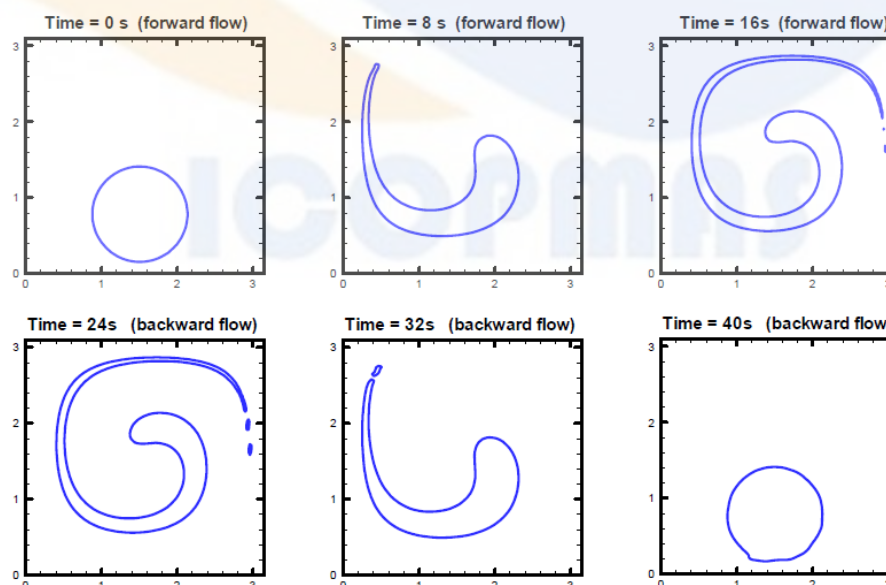
$$u = +\sin(x) \times \cos(y) \tag{15}$$

$$v = -\cos(x) \times \sin(y)$$

که $x, y \in [0, \pi]$ می‌باشد. در این مسأله شعاع دایره سیال $\frac{\pi}{5}$ و شبکه محاسباتی 100×100 می‌باشد. به منظور پایداری حل مسأله $CFL = \frac{80}{2}$ تعیین می‌گردد. در مرحله اول، حل مسأله به مدت 20 ثانیه ادامه می‌یابد و پس از 20 ثانیه جهت جریان معکوس می‌گردد. در شکل (10) نتایج محاسبات برای شبکه یکنواخت و در شکل (11) برای شبکه غیریکنواخت نشان داده شده است:



شکل (10) نتایج حاصل در آزمون برش در یک شبکه یکنواخت 100×100 با اعمال تکنیک شبکه ریز



شکل (11) نتایج حاصل در آزمون برش در یک شبکه غیریکنواخت 100×100 با اعمال تکنیک شبکه ریز

در این تحقیق ابتدا به معرفی روش Youngs پرداخته شد و سپس تکنیک شبکه ریز معرفی گردید. در تکنیک شبکه ریز، هر سلول محاسباتی به چهار سلول متساوی تبدیل شده و محاسبات مربوطه به روش حجم سیال سلولها انجام می شود. صحت و دقت مدل به کمک تست برشی بررسی گردید. نتایج مدلسازی نشان داد که با کمک این روش به راحتی و با صرف حداقل زمان محاسباتی می توان دقت مدل سازی سطح آزاد را تا چهار برابر افزایش داد. مهم ترین مزیت این روش علاوه بر افزایش دقت در انجام محاسبات پیش بینی موقعیت سطح مشترک، سهولت و افزایش دقت در تخمین مقادیر چگالی، لزجت و شار اندازه حرکت در موقعیت های مناسب می باشد. انجام محاسبات در این شبکه صرفاً برای ردیابی سطح مشترک انجام شده و شبیه سازی هیدرودینامیک در شبکه اصلی انجام می شود. همچنین در این روش بدون صرف زمان محاسباتی در حل میدان سرعت، می توان زمان حل مسأله را افزایش داد.

مراجع

- [1] Noh, W. F., and Woodward, P.R., (1976), SLIC (Simple Line Interface Method), Lecture Notes in Physics, Vol. 59, pp.330-340.
- [2] Chorin, A.J., (1980), Flame advection and propagation algorithms. J. Comput. Phys., Vol. 35, p. 1-11
- [3] Lötstedt, P., (1982), A front tracking method applied to Burger's equation and two-phase porous flow. J. Comput. Phys., Vol. 47, pp. 211-228.
- [4] Youngs, D. L., (1982), Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion, Numerical Methods for Fluid Dynamics, Academic, New York, pp. 273-285.
- [5] Ashgriz, N. and Poo, J. Y., (1991), FLAIR: Flux line-segment model for advection and interface reconstruction, Journal of Computational Physics, Vol. 39, pp 201-225.
- [6] Kothe, D.B., Rider, W.J., Mosso, S.J., Brock, J.S. and Hochstein J.I., (1996), Volume Tracking of Interfaces Having Surface Tension in Two and Three Dimensions, AIAA Paper 96-0859, Presented at the 34th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, Jan. Vol. 15, No. 18, pp. 1-24.
- [7] Rudman, M., (1997), Volume-Tracking Methods for Interfacial Flow Calculations, International Journal For Numerical Methods In Fluids, Vol. 24, pp. 671-691
- [8] Ginzburg, I., and Wittum, G., (2001), Two-Phase Flows on Interface Refined Grids Modeled with VOF, Staggered Finite Volumes, and Spline Interpolants, Journal of Computational Physics, Vol. 166 No. 2, pp. 302-335



ICOPMAS