برآورد ناااریب پارامترهای فرایند خوشه‌ای نیمن - اسکات با پالس‌های مستطیلی و کاربرد آن در شبیه‌سازی بارش

باقر ذهبیون[۱] - فاطمه احمدی[۲] - رضا پور طاهری[۲]

[۱] گروه عمران، دانشگاه علم و صنعت
[۲] گروه آمار، دانشگاه علامه طباطبایی

چکیده: از دهه‌ی هفتاد، فرایند نقطه‌ای خوشه‌ای نیمن - اسکات با پالس‌های مستطیلی نقش عمده‌ای در مدل‌بندی بارش در گام‌های زمانی کوچک دارد. برآورد پارامترها در برازش این مدل بر کمینه‌سازی مربعات خطا استوار است. یکی از معایب این فرآیند، پنج پارامتری بودن فضای کمینه سازی برازش این مدل است که به پیچیده شدن حل آن منجر می‌شود. برای گریز از این محدودیت، نظریه‌ی جدیدی برای برآورد پارامترها مطرح شده که مبتنی بر یک شیوه اصلاح شده از روش کمینه سازی مربعات است. در این نظریه برآورد پنج پارامتر آسان‌تر بوده به طوری که مقادیر دو پارامتر به کمک کمینه‌سازی بهینه می‌گردد و سه پارامتر دیگر مستقیماً محاسبه می‌شود. در این مقاله، مدل به داده‌های بارش یک ایستگاه باران سنجی در منطقه‌ی Persekutuan از کشور مالزی برازش داده می‌شود و پارامترهای مدل با استفاده از دو روش مذکور برآورد می‌گردد. روش بهینه‌سازی مورد استفاده در این نظریه بر مبنای روش Nelder - Mead است. در انتها مقایسه‌ای نیز بین نتایج حاصل از این دو روش صورت می‌پذیرد.

واژه‌های کلیدی: مدل بارش، منطقه Persekutuan، کمینه‌سازی مربعات خطا، فرایند نیمن - اسکات با پالس‌های مستطیلی

۱ مقدمه

یکی از مطالعات و تحقیقات پرکاربرد در علوم هواشناسی، بررسی مدل‌های تصادفی برای سری زمانی بارش است. اطلاعات مربوط به پیش‌بینی و شبیه‌سازی‌های بارش، برای اکثر طرح‌های هواشناسی یک ضرورت محسوب می‌شود. از کاربردهای بالقوه این مدل تصادفی، می‌توان به برآورد فراوانی رخداد در رویدادهای طبیعی خطرآفرین نظیرسیل اشاره‌کرد. مطالعات مربوط به رگبارها، کنترل و کاهش آلودگی آب رودخانه‌ها و تأثیر پسماندهای سوختی، موارد دیگری در حوضه مدیریت منابع طبیعی و محیط

زیست به شمار می‌آید که مدل‌های تصادفی بارش در مطالعات مرتبط با آن‌ها می‌تواند بسیار کارآمد باشد. در مناطقی که داده‌های بارش در مقیاس مورد نظر ثبت نشده باشد و یا داده‌های بارش به طور کامل در برد زمانی مطلوب موجود نباشد و و همچنین در مواقعی که ایستگاه‌های ثبت بارش برای تحقیق مورد نظر کافی نباشد، شبیه‌سازی بارش بسیار مناسب است. در شبیه‌سازی‌های بارش، هدف تولید داده‌های بارش است که ویژگی محاسباتی حاصل از آن با ویژگی داده‌های مشاهداتی، تطبیق قابل قبولی داشته باشد.

در سال‌های اخیر فعالیت‌های تحقیقاتی مرتبط با مدل‌بندی بارش بر نظریه فرایندهای بارش متمرکز بوده است. در مدل‌بندی‌های بارش قبل از ۱۹۸۷ داده‌های بارش سالانه، ماهانه و روزانه از روش‌های باکس - جنکینز و زنجیر مارکوف استفاده می‌گردید. اما این روش‌ها برای گام‌های زمانی کوچک مانند روزانه و کمتر از آن (ساعتی) که اغلب در مطالعات رگبارها مورد نیاز است، نتایج مناسبی نمی‌دهد. بررسی‌های علمی نشان می‌دهد که برای این نوع از گام‌های زمانی، مدل‌های نیمن - اسکات می‌تواند نتایج مطلوب‌تری بدست دهد. افراد زیادی بر روی توسعه این مدل کار کرده‌اند و راه حل‌های زیادی برای توسعه و تعمیم آن و همچنین جهت برآورد پارامترهای مجهول این مدل، ارائه کرده‌اند (برای مثال: Cowpertwait et al., ۱۹۹۶). در این تحقیق ابتدا به توصیف یک نوع از فرایند به نام (NSRP) پرداخته می‌شود، سپس برآورد پارامترهای آن با دو روش کلاسیک و روش اصلاح شده که در این روش جدید تعداد پارامترهای قابل برآورد از پنج به دو کاهش می‌یابد، انجام و نتایج با یکدیگر مقایسه می‌گردد. قابل ذکر است که کلیه برنامه‌ها و محاسبات در این تحقیق در نرم‌افزار R صورت گرفته است.

مدل نیمن - اسکات با پالس‌های مستطیلی (NSRP) از پنج پارامتر $(\lambda, \beta, \nu, \eta, \xi)$ تشکیل شده است که عبارتند از ۱- تعداد مبدأ زمانی رخدادهای طوفان λ با نماد $N(t)$ و توزیع پواسن، ۲- تعداد سلول‌های حاصل در هر طوفان μ با نماد $C - 1$ و با توزیع پواسن، ۳- فاصله‌ی مبدأ هر سلول تا مبدأ طوفان مولد خود β با نماد B و با توزیع نمایی، ۴- تداوم سلول‌ها η با نماد L و توزیع نمایی، ۵- شدت سلول‌ها ξ با نماد X و توزیع نمایی. بدین ترتیب شدت کل بارش در هر لحظه از زمان برابر است با مجموع شدت‌های همه‌ی سلول‌های فعال در آن زمان. اگر $Y(t)$ شدت کل بارش در زمان t و $X_{t-u}(u)$ شدت بارش در زمان t برای سلولی با مبدأ در زمان $t - u$ باشد، آن‌گاه

$$Y(t) = \int_{0}^{\infty} X_{t-u}(u) dN(t-u), \qquad (۱)$$

به طوری که

$$dN(t-u)=\begin{cases} ۱, & \text{مبدا سلولی در زمان } t-u\,, \\ ۰, & \text{در غیر این صورت}, \end{cases} \qquad (۲)$$

و

$$X_{t-u}(u)=\begin{cases} X, & e^{-\eta u}, \\ ۰, & ۱-e^{-\eta u}. \end{cases} \qquad (۳)$$

داده‌های بارش معمولاً به صورت تجمعی (aggregated) اندازه‌گیری می‌شود. به طور کلی یک سری زمانی تجمعی h ساعته نشان دهنده‌ی کل بارش در فواصل زمانی h ساعت است. با فرض این‌که $Y_i^{(h)}$ شدت بارش تجمعی در i–امین فاصله زمانی باشد در این‌صورت

$$Y_i^{(h)}=\int_{(i-۱)h}^{ih} Y(t)dt. \qquad (۴)$$

بنابراین اگر h بر حسب ساعت باشد، سری زمانی $Y_i^{(h)}\ :\ i=۱,۲,\ldots$ یک سری زمانی بارش h ساعته نامیده می‌شود. از ویژگی‌های مهم مدل، که در برآورد پارامترهای مدل مورد استفاده قرارمی‌گیرد می‌توان به میانگین بارش درگام زمانی h [$\mu(h)$]، واریانس بارش در گام زمانی h [$\gamma(h)$]، اتوکواریانس بارش با تاخیر k در گام زمانی h [$\gamma(h,k)$] و نسبت روزهای خشک [$\phi(h)=P[Y_i^{(h)}=۰]$] اشاره کرد (Cowpertwait et al.,۱۹۹۶).

۲ برازش مدل به داده‌های ایستگاه باران‌سنجی Persekutuan

۱.۲ معرفی ایستگاه و داده‌ها

ایستگاه باران‌سنجی مورد نظر در منطقه‌ی Persekutuan کشور مالزی واقع است. این منطقه نزدیک به خط استوا واقع شده است. از این رو آب و هوای این منطقه در طول سال کمتر تغییر می‌کند. برخلاف دمای هوا که در طول سال نوسان زیادی ندارد، بارش های این منطقه دارای نوسان زیادی است. بارش‌های مشاهداتی نشان می‌دهد که مقادیر بارش‌های سالانه عمدتاً در ماه‌های فوریه تا می و در ماه‌های سپتامبر تا نوامبر نازل می‌شود. در این مطالعه از داده‌های مشاهداتی ساعتی ایستگاه استفاده گردیده است. طول مدت این داده‌ها ۱۰ سال از (۱۹۸۱ – ۱۹۹۰) است (Fadhilah et al.,2008). همچنین آماره‌های داده‌های مشاهداتی این ایستگاه در جدول ۲ ارائه می‌گردد.

۲.۲ برازش مدل NSRP

منظور از برازش مدل NSRP به این سری زمانی داده‌های مشاهداتی بارش، برآورد پارامترهای پنج‌گانه‌ی $\lambda, \beta, \eta, \xi, \nu$ است. برای آن‌که اثرات فصلی در برآورد پارامترها به خوبی لحاظ گردد، پارامترهای مدل برای هر ماه به طور جداگانه برآورد می‌شود. بنابراین باید تعداد ۶۰ پارامتر را برآورد نمود. در این مطالعه، دو روش برای برآورد پارامترهای مدل معرفی می‌گردد. سپس درباره‌ی مزایا و معایب هر روش مختصراً بحث می‌شود.

جدول ۱: گشتاورهای نمونه‌ای داده‌های بارش ساعتی ایستگاه باران سنج (۱۹۸۱ – ۱۹۹۰)

ماه میلادی	μ(۱)	γ(۱)	γ(۱, ۱)	γ(۶)	γ(۶, ۱)	γ(۲۴)	γ(۲۴, ۱)	ϕ(۲۴)
Jan	۰/۰۹۹	۱/۰۳۴	۰/۳۳۲۹	۱۱/۱۹	۰/۴۵۵۲	۰۴۷/۶۸	۰۵/۰۰۶۴	۰/۷۱
Feb	۰/۲۶۱	۴/۱۴۴	۱/۳۸۲۴	۴۲/۴۶	۳/۹۷۴۲	۲۰۹/۰۲	۵۱/۹۴۱۴	۰/۶۱
Mar	۰/۲۷۹	۳/۸۴۲	۱/۳۳۶۲	۴۰/۷۷	۰/۱۵۹۰	۱۴۹/۴۲	۰۳/۱۶۷۷	۰/۵۰
Apr	۰/۲۷۷	۳/۵۳۲	۱/۲۸۴۵	۴۱/۳۴	۰/۲۷۶۹	۱۸۰/۱۶	۱۵/۳۱۳۶	۰/۴۸
May	۰/۳۸۰	۴/۳۱۲	۱/۷۷۸۷	۴۸/۷۶	۷/۸۷۰۰	۲۶۵/۵۰	۳۵/۲۰۵۳	۰/۴۱
Jun	۰/۱۵۶	۲/۰۸۵	۰/۸۷۷۹	۲۳/۵۸	۲/۴۱۴۰	۱۱۰/۰۴	۱۴/۸۹۹۰	۰/۶۷
Jul	۰/۲۴۰	۳/۰۴۵	۱/۵۵۳۲	۳۹/۴۴	۲/۶۱۰۰	۱۸۵/۸۷	۰۳/۳۰۸۴	۰/۵۵
Aug	۰/۲۴۰	۳/۸۷۴	۱/۲۲۹۰	۳۶/۸۲	۲/۵۰۰۰	۱۸۹/۶۷	۰۰/۶۲۵۰	۰/۶۱
Sep	۰/۳۹۴	۴/۹۹۶	۱/۷۸۹۵	۵۱/۴۹	۳/۳۸۶۰	۲۱۴/۵۳	۰۷/۴۶۵۰	۰/۳۸
Oct	۰/۳۵۶	۴/۷۹۶	۱/۵۰۷۰	۴۴/۱۹	۲/۴۷۰۰	۱۹۱/۸۱	۰۶/۱۳۷۰	۰/۴۰
Nov	۰/۴۱۶	۴/۱۳۰	۱/۶۷۷۱	۴۸/۹۰	۵/۸۲۸۰	۲۴۱/۴۸	۱۲/۳۱۵۰	۰/۳۱
Dec	۰/۱۷۰	۱/۶۶۲	۰/۶۸۲۰	۱۸/۸۰	۳/۳۲۹۰	۱۱۸/۵۹	۱۳/۲۴۲۰	۰/۵۸

۱.۲.۲ روش کلاسیک

در این روش با بکارگیری هشت آماره، میانگین ساعتی μ(۱)، واریانس در گام‌های ساعتی، شش ساعتی و روزانه [γ(۱) و γ(۶), γ(۲۴)]، اتوکواریانس با تاخیر یک در

گام‌های ساعتی، شش ساعتی و روزانه [$\gamma(1,1)$ و $\gamma(6,1)$, $\gamma(24,1)$]، و نسبت روز های خشک [$\phi(24)$] در رابطه‌ی نسبتی کمینه‌سازی مربعات خطا (S)، به برآورد پارامتر های مدل پرداخته می‌شود.

$$S = \sum_{i=1}^{m} \omega_i (1 - f_i/\hat{f}_i)^2, \qquad (5)$$

به طوری که $f_i \equiv f_i(\lambda, \beta, \eta, \xi, \nu)$ به عنوان ویژگی مدل NSRP (میانگین و واریانس و اتوکواریانس در گام‌های زمانی مختلف و نسبت روزهای خشک) و $\hat{f}_i$ مقدار نمونه‌ای متناظرشان از آماره‌ی سری زمانی مشاهداتی است. همچنین $1 < \nu$ و $\lambda, \beta, \eta, \xi > 0$ مقدار $\omega_i > 0$ وزن هر گشتاور بوده، که بر اساس اهمیت گشتاورهای مختلف، وزن‌های متفاوتی را می‌توان به آن‌ها تنسیب نمود. در برازش مدل سعی بر آن است که میزان S نزدیک به صفر گردد.

Fadhilah et al (2008) با برازش داده‌های مشاهداتی مذکور، پنج پارامتر مدل NSRP را در دوازده ماه میلادی برآورد کردند که نتایج آن در جدول ۲ ارائه شده است.

۲.۲.۲ روش اصلاح شده

در این روش با انتخاب دو گام زمانی ساعتی و روزانه بارش، مجموعه‌ی پارامترها به دو زیرمجموعه نمادهای (η, β) و (λ, μ_c, μ_x) تقسیم می‌شود. بطوری که η و β به کمک فرایند بهینه‌سازی و پارامترهای λ, μ_c, μ_x از طریق محاسبات دستی برآورد می‌گردد. از این رو برخی از f_iها از قبیل واریانس و اتوکواریانس در قالب روابط زیر بازنویسی می‌شود

$$Var(Y_i^{(h)}) = VZ_1(\eta, \beta, h) + WZ_2(\eta, \beta, h), \qquad (6)$$

$$Cov(Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}) = VZ_3(\eta, \beta, h) + WZ_4(\eta, \beta, h), \qquad (7)$$

به طوری که Z_1 تا Z_4 از پارامترهای مجموعه‌ی اول (η, β) و V و W از پارامترهای دسته دوم (λ, μ_c, μ_x) تشکیل می‌گردد. عبارات مذکور در روابط (۹) تا (۵) معرفی گردیده‌اند.

$$Z_1(\eta, \beta, h) = \frac{1}{\eta^3}(\eta h - 1 + e^{-\eta h}), \qquad (8)$$

جدول ۲: مقادیر پارامترها حاصل از بکارگیری روش کلاسیک

ماه میلادی	λ	η	ν	ξ	β
Jan	۰/۰۲۰۲	۲/۱۵۸۵	۱/۰۱۹۶	۰/۰۹۶۶	۰/۴۹۹۸
Feb	۰/۰۰۸۸	۲/۰۰۹۶	۴/۴۷۸۵	۰/۰۷۵۲	۰/۰۲۴۷
Mar	۰/۰۳۴۲	۴/۹۹۴۸	۱/۰۰۰۹	۰/۰۲۶۱	۰/۴۹۸۹
Apr	۰/۰۴۹۹	۴/۹۹۹۳	۱/۰۰۵۴	۰/۰۳۶۳	۰/۳۷۶۸
May	۰/۰۲۰۲	۱/۷۰۱۹	۳/۷۶۲۲	۰/۱۱۷۲	۰/۰۶۴۸
Jun	۰/۰۰۷۴	۱/۶۴۶۶	۳/۳۲۰۵	۰/۰۹۶۲	۰/۰۲۷۲
Jul	۰/۰۳۰۳	۱/۲۸۵۶	۱/۰۵۲۵	۰/۱۰۳۲	۰/۴۹۹۹
Aug	۰/۰۳۷۵	۳/۷۷۶۲	۱/۰۰۳۵	۰/۰۴۱۵	۰/۴۸۳۷
Sep	۰/۰۴۱۶	۲/۳۵۱۰	۲/۱۰۱۵	۰/۰۹۴۵	۰/۴۹۰۸
Oct	۰/۰۴۹۹	۲/۳۱۵۴	۱/۳۱۳۰	۰/۰۷۹۹	۰/۴۴۸۶
Nov	۰/۰۴۵۸	۱/۶۹۲۹	۲/۰۷۳۶	۰/۱۳۱۵	۰/۱۶۱۲
Dec	۰/۰۱۰۸	۱/۷۳۹۹	۳/۸۲۱۸	۰/۱۳۶۷	۰/۰۹۹۲

$$Z_2(\eta,\beta,h) = Z_1(\eta,\beta,h)\frac{\beta^2}{\beta^2-\eta^2} - \frac{(\beta h - 1 + e^{-\beta h})}{\beta(\beta^2-\eta^2)}, \tag{۹}$$

$$Z_3(\eta,\beta,h) = \frac{1}{2\eta^3}(1-e^{-\eta h})^2 e^{-\eta(k-1)h}, \tag{۱۰}$$

$$Z_4(\eta,\beta,h) = \frac{Z_3(\eta,\beta,h)\beta^2}{(\beta^2-\eta^2)} - \frac{(1-e^{\beta h})^2 e^{-\beta(k-1)h}}{2\beta(\beta^2-\eta^2)}, \tag{۱۱}$$

$$V(\lambda,\mu_c,\mu_x) = 2\lambda\mu_c E[X^2], \tag{۱۲}$$

$$W(\lambda,\mu_c,\mu_x) = \lambda E[C^2 - C]\mu_x^2. \tag{۱۳}$$

در این روش، روند برآورد پارامترها بدین صورت است که ابتدا به زیر مجموعه‌ی (η,β) مقادیر اختیاری نسبت داده می‌شود و این جفت مقادیر اختیاری جهت برآورد در $Z_۱$ تا $Z_۴$ [روابط (۹) تا (۲)] استفاده می‌شود. سپس با توجه به رابطه‌ی (۷) و دانستن دو مقدار $Z_۱$ و $Z_۲$ با حل معادلات زیر V و W بدست می‌آید.

$$\begin{cases} VZ_۱(\eta,\beta,۱)+WZ_۲(\eta,\beta,۱)\gamma(۱), \\ VZ_۱(\eta,\beta,۲۴)+WZ_۲(\eta,\beta,۲۴)=\gamma(۲۴), \end{cases} \tag{۱۴}$$

به طوری که $\gamma(۱)$ و $\gamma(۲۴)$ بترتیب واریانس‌های ساعتی و روزانه مشاهداتی است.
با استفاده از $Z_۳$ و $Z_۴$ و V و W براحتی می‌توان اتوکواریانس تاخیر ۱ برای دو گام سری زمانی ساعتی و روزانه را با قراردادن در رابطه‌ی (۸) بدست آورد. سپس با کمینه کردن تابع زیر با استفاده از روش بهینه‌سازی Nelder-Meaad (DSS)، مقادیر (η,β) بهینه می‌گردد.

$$S_۱=\left\{\left(۱-\frac{cov(Y_i(۱))}{\gamma(۱,۱)}\right)^۲+\left(۱-\frac{cov(Y_i(۲۴))}{\gamma(۲۴,۱)}\right)^۲\right\}, \tag{۱۵}$$

به‌طوری که $\gamma(۱,۱)$ و $\gamma(۲۴,۱)$ به ترتیب اتوکواریانس‌های ساعتی و روزانه مشاهداتی است. سرانجام با قراردادن مقادیر V و W و میانگین نمونه‌ای بارش ساعتی $\mu(۱)=\frac{\lambda\mu_c\mu_x h}{\eta}$ می‌توان شرایط برآورد سه پارامتر باقیمانده مدل را فراهم کرد.

$$\hat{\mu_c}=۲(\frac{\hat{W}}{\hat{V}})\pm\sqrt{۱+۴(\frac{\hat{W}}{\hat{V}})^۲}, \tag{۱۶}$$

$$\hat{\mu_x}=\frac{\hat{V}h}{۴\mu(۱)\hat{\eta}}, \tag{۱۷}$$

$$\hat{\lambda}=\frac{\mu(۱)\hat{\eta}}{\hat{\mu_c}\hat{\mu_x}h}. \tag{۱۸}$$

روابط μ_x و λ و μ_c با استفاده از روابط (۵) و (۵) و همچنین با استفاده از رابطه‌ی $\mu(۱)$ بدست می‌آید. مقادیر پارامترهای حاصل از این روش در جدول ۳ آمده است. مقادیر بدست آمده برای برآورد با مقادیر فیزیکی تعریف شده‌ی آن مطابقت دارد. برای مثال در جدول ۳ برآورد پارامتر λ در ژانویه برابر ۰.۰۰۸۴ است که طبق تعریف، تعداد رخدادهای طوفان در هر ساعت می‌باشد. به عبارت دیگر به طور متوسط تقریباً در هر $۱۲۰=\frac{۱}{۰.۰۰۸۴}$ ساعت، یک جبهه کم فشار به منطقه وارد می‌شود.

جدول ۳: مقادیر پارامترها حاصل از بکارگیری روش اصلاح شده

ماه میلادی	λ	η	ν	ξ	β
Jan	۰/۰۰۸۴	۱/۹۱	۰۲/۵۱۰۰	۰/۱۱۱۹	۰/۰۱۷
Feb	۰/۰۰۳۵	۲/۲۶	۱۱/۵۱۰۰	۰/۰۶۸۹	۰/۰۱۰
Mar	۰/۰۴۹۰	۲/۲۷	۰۱/۰۰۳۵	۰/۰۷۷۲	۰/۴۴۵
Apr	۰/۰۰۹۷	۱/۶۵	۰۴/۵۹۰۰	۰/۰۹۸۱	۰/۰۱۰
May	۰/۰۱۹۰	۱/۷۶	۰۳/۹۴۰۰	۰/۱۱۱۱	۰/۶۶۰
Jun	۰/۰۰۴۸	۱/۶۷	۰۴/۰۹۰۰	۰/۰۹۳۵	۰/۰۱۳
Jul	۰/۰۲۷۰	۱/۰۴	۰۱/۱۲۷۰	۰/۱۱۶۶	۰/۶۰۳
Aug	۰/۰۲۷۹	۱/۴۹	۰۱/۰۲۷۵	۰/۰۸۰۲	۰/۴۹۸
Sep	۰/۰۵۵۰	۲/۲۳	۰۱/۳۸۰۰	۰/۰۸۶۰	۰/۱۱۰
Oct	۰/۰۵۱۰	۲/۴۲	۰۱/۲۸۱۰	۰/۰۷۱۹	۰/۰۷۷
Nov	۰/۰۴۳۰	۱/۴۹	۰۱/۹۳۲۰	۰/۱۳۵۹	۰/۱۴۳
Dec	۰/۰۰۹۲	۱/۴۰	۰۳/۷۶۰۰	۰/۱۴۵۵	۰/۰۸۸

۳ نتایج و ارزیابی مدل

به منظور ارزیابی و مقایسه روش‌های مذکور در برآورد پارامترها، می‌توان مقادیر آماره مشاهداتی و شبیه‌سازی مدل را برآورد کرد تا با یکدیگر توسط رابطه‌ی ERR مورد مقایسه قرار گیرند.

$$ERR = 100 \times \frac{f_i(\hat{\lambda}, \hat{\beta}, \hat{\eta}, \hat{\xi}, \hat{\nu}) - \hat{f}_i}{\hat{f}_i}, \qquad (19)$$

نتایج این خطاها به صورت درصد در جدول‌های به ترتیب ۴ و ۵ (کلاسیک و اصلاح شده) ارائه شده است. در عرف، در صورتی برازش این مدل خوب ارزیابی می‌گردد که درصد خطاها در بیشتر ماه‌ها کمتر از ۱۰ درصد باشد. اگر درصد خطای نسبی تقریبا در محدوده‌ی ۲۵− تا ۲۵ درصد واقع شود، مدل از توانایی نسبتاً خوبی در حفظ ویژگی‌های مشاهداتی برخوردار است. در غیر اینصورت مدل دچار بیش‌برآورد و یا کم‌برآورد ویژگی‌های آماری محاسباتی است.

جدول ۴: خطای نسبی آماره‌های مشاهداتی و شبیه‌سازی حاصل از روش کلاسیک

ماه میلادی	μ(۱)	γ(۱)	γ(۱, ۱)	γ(۶)	γ(۶, ۱)	γ(۲۴)	γ(۲۴, ۱)	ϕ(۲۴)
Jan	۰۰۰/۵۰	۰۰۸/۰۰	۰۰۱/۸۸	۰۰۵/۶۰	۰۰۷/۰۰	۰۰۵/۰۰	۰۹۰/۸۶	۰۰۲/۰۰
Feb	۰۰۶/۰۰	۰۰۱/۶۳	۰۰۰/۷۲	۰۰۲/۶۳	۰۱۴/۱۰	۰۰۱/۸۰	۰۴۰/۰۰	۰۰۰/۸۰
Mar	۰۰۵/۰۰	۰۶۸/۰۰	۰۴۰/۰۰	۰۱۴/۶۱	۴۰۳/۱۴	۰۲۸/۰۰	۰۷۴/۰۰	۰۱۴/۰۰
Apr	۰۰۰/۳۰	۰۳۸/۰۰	۰۶۶/۰۰	۰۱۴/۲۲	۱۲۷/۵۳	۰۱۹/۳۰	۰۹۵/۸۶	۰۰۶/۲۵
May	۰۰۰/۰۰	۰۰۳/۱۴	۰۰۴/۱۴	۰۰۱/۱۴	۰۰۰/۳۸	۰۰۲/۹۲	۰۰۲/۴۱	۰۰۷/۰۷
Jun	۰۰۰/۶۴	۰۰۲/۳۵	۰۰۷/۲۷	۰۱۱/۰۳	۰۰۵/۳۸	۰۰۰/۳۸	۰۰۸/۱۸	۰۰۸/۹۵
Jul	۰۰۰/۰۰	۰۰۵/۱۰	۰۰۳/۰۹	۰۰۲/۵۹	۰۰۹/۰۷	۰۰۳/۰۹	۰۰۸/۶۲	۰۰۹/۰۰
Aug	۰۰۰/۰۰	۰۱۷/۳۲	۰۳۷/۳۴	۰۰۴/۴۱	۰۶۷/۱۶	۰۲۳/۱۷	۰۳۱/۵۲	۰۰۶/۵۵
Sep	۰۰۰/۲۵	۰۰۱/۷۲	۰۰۶/۵۶	۰۰۱/۷۹	۰۲۴/۹۲	۰۰۷/۲۷	۰۳۹/۰۸	۰۰۷/۸۹
Oct	۰۰۰/۵۶	۰۰۱/۴۲	۰۰۰/۶۶	۰۰۵/۶۸	۰۰۹/۳۱	۰۰۶/۰۲	۰۵۳/۲۹	۰۱۲/۵۰
Nov	۰۰۲/۴۰	۰۰۱/۴۵	۰۰۲/۳۹	۰۰۱/۹۵	۰۰۱/۶۳	۰۰۳/۱۱	۰۰۷/۳۹	۰۰۳/۲۲
Dec	۰۰۱/۷۶	۰۰۰/۶۰	۰۰۰/۵۸	۰۰۳/۲۸	۰۰۱/۷۴	۰۱۱/۰۰	۰۱۰/۰۰	۰۱۵/۱۵

جداول ۴ و ۵ نشان می‌دهد که میانگین ساعتی و واریانس ۶ ساعتی در هر دو روش، واریانس ساعتی و روزانه در روش اصلاح شده و نسبت روزهای خشک در روش کلاسیک بسیار خوب برآورد شده‌اند.

ویژگی‌های دیگر در هر دو بخش دچار بیش‌برآورد و یا کم برآورد در تعداد کمی از ماه‌ها شده است. برای مثال درصد خطای نسبی در ویژگی اتوکواریانس ساعتی با تأخیر یک بین نمونه مشاهداتی و محاسباتی آن در روش کلاسیک دچار کم برآورد در ماه‌های مارچ و آوریل و آگوست است. این در شرایطی است که درصد خطای نسبی برای همین ویژگی در روش اصلاح شده جز در ماه آگوست، در ماه‌های دیگر قابل قبول است. همچنین در روش اصلاح شده، نسبت روزهای خشک دچار بیش برآورد و کم برآورد در ماه‌های متعدد (ژانویه، مارچ،آوریل، سپتامبر و اکتبر) است.

جدول ۵: خطای نسبی آماره‌های مشاهداتی و شبیه‌سازی حاصل از روش اصلاح شده

ماه میلادی	μ(۱)	γ(۱)	γ(۱, ۱)	γ(٦)	γ(٦, ۱)	γ(۲۴)	γ(۲۴, ۱)	ϕ(۲۴)
Jan	۰۰۰/۵۰	۰۰۰/۴۸	۰۰۸/۷۸	۰۰٦/۷۹	۰۷۸/۵۸	۰۰۰/۴۷	۰۲۵/۰۰	۰۳۵/۲۱
Feb	۰۰۰/۹۰	۰۰۰/۹٦	۰۰۷/۲۴	۰۰۴/۲٦	۰۰۰/۹۸	۰۱۳/۱۴	۰۱۳/۱۴	۰۰٦/۵۵
Mar	۰۰۰/۱۸	۰۰۰/۲۰	۰۱۵/۷۸	۰۱۳/۰۵	۷۷۴/۲۱	۰۰۰/۱۸	۰۵٦/۱۱	۰۵۲/۰۰
Apr	۰۰۰/۷۳	۰۰۰/۹۰	۰۰۸/۲۱	۰۰۷/۴۵	۰۲۱/۰۱	۰۰۰/۸۳	۰۲۵/۰۱	۰۳۵/۴۱
May	۰۰۲/٦۴	۰۰۲/٦۵	۰۰۱/۵۷	۰۰۱/۹۲	۰۰۱/۱۴	۰۰۲/٦۵	۰۰۰/٦۵	۰۰۹/۷۵
Jun	۰۰۰/۰۰	۰۰۰/۲۳	۰۰٦/۵۹	۰۰۴/۸۲	۰۰٦/٦۳	۰۰۰/۲٦	۰۰۱/۳۳	۰۱۰/۴۴
Jul	۰۰۱/۵۴	۰۰۱/٦۲	۰۰۳/۸۷	۰۰۳/۰۱	۰۱۷/۵۷	۰۰۱/٦۴	۰۰۳/۹۰	۰۱۰/۹۰
Aug	۰۰۰/۰۰	۰۰۰/۱۲	۰۳۲/٦۲	۰۱۷/۳۵	۰۱۱/٦۰	۰۰۰/۱۲	۳۴۹/٦۰	۰۰۳/۲۷
Sep	۰۰۰/۳۷	۰۰۰/۲۸	۰۱۴/۰۴	۰۰۸/۰۴	۰۰۳/۱۳	۰۰۰/۲۷	۰۰۰/۷۵	۰۲۹/۴۰
Oct	۰۰۱/۵٦	۰۰۱/٦۴	۰۱۰/٦٦	۰۰۱/۱۰	۰۰۴/۴۵	۰۰۱/٦۴	۰۰۰/۳۲	۱۴۵/۰۰
Nov	۰۰۱/۴۴	۰۰۱/۴۷	۰۰۹/۵۸	۰۰۱/۰۲	۰۰۵/۳۵	۰۰۱/۴٦	۰۰۰/۲۸	۰۱٦/۱۲
Dec	۰۰۰/۰۰	۰۰۰/۲۴	۰۱٦/۱۲	۰۱۴/۴۱	۰۱۹/۸۵	۰۰۰/۲۸	۰۰٦/۲٦	۰۲۲/۴۱

بحث و نتیجه‌گیری

الف – مزیت برآورد پارامترهای مدل با روش اصلاح شده، کمینه سازی تابع نسبتی در یک فضای دوبعدی بجای پنج بعدی است. بدینوسیله می‌توان از مینیمم‌های موضعی اجتناب کرد. همچنین این روش طی محاسبات ساده‌تری به برآورد پارامترهای مدل می‌پردازد.

ب – روش اصلاح شده در تحقیقاتی که برآوردی قابل قبول از نسبت روزهای خشک مورد نظر باشد، مناسب به نظر نمی‌آید.

مراجع

Cowpertwait, P. S. P., Oconnell, P. E., Metcalfe,A. V. and Mawdsley, J. A. (1996), *Stochastic point processes modelling of rainfall. II: regionalisation and disaggregation*, J. Hydrology,**175**, 47-65. University of Newcastle upon tyne, UK.

Entekhabi, D., Rodriguez - Iturbe, I. and Eagleson , P. S. (1989), *Probabilistic representation of the temporal rainfall process by a modified Neyman - Scott rectangular pulses models parameter Estimation and validation*, Water Resources Reserch. **25(2)** , 295-302.

Fadhilah, Y., Zalina, MD., Nguyen, V-T-V, suhaila, S and Zulkifli, Y. (2008), *Performance of mixed exponential and exponential distribution representing rain cell intensity in neyrnan - scott rectangular pulse (NSRP) model*, Department of Mathematics, Faculty of Science, University Technology Malaysia.

Han, S.Y.(2001), *Stochastic modelling of rainfall processes*, Department of Civil Engineering and Applied Mechanics McGill University.

Kavvas, M.L. and Delleur,J.W.(1981), *A stochastic cluster model of daily rainfall sequences*, Water Resourse.**17(4)**, 1151-1160.

Neyman, J. and Scott, E.L. (1985), *Statistical approach to problems of cosmology (with discussion)*, Journal of the Royal statistical society , B 20, 1-43.

Rodriguez, I., Gupta, V.K. and Waymire, E.(1984), *Scale considertions in the modelling of temporal rainfall*, Wat. Resour. Res. **20(11)**, 1611-1619.

Rodriguez-Iturbe, I.(1986),*Scale of fluctuation of rainfall models*, Water Resources Research.**22**, 15-37.

Rodriguez-Iturbe, I., Cox, D.R. and Isham, V.(1987), *some models for rainfall based on stochastic point processes*, Proc. Soc. London, Series A,**410**, 269-288.