مقایسه‌ی بین روش‌های بهینه‌سازی پارامتری و ناپارامتری قبل از ساخت

مصیب رحمانی، محمدرضا محمودی
گروه آمار، دانشگاه علامه طباطبایی
بخش آمار، دانشگاه شیراز

با توجه به نقش کلیدی بهبود مستمر کیفیت و کاهش هزینه در اقتصاد دنیای صنعتی امروز، و احتیاج به رقابت در قیمت و کیفیت، بسیاری از سازمان های آگاه از وضعیت رقابت، تمرکز خود را بر بهینه سازی طراحی محصولات و یا فرایندها، معطوف نموده‌اند .از جمله مهمترین روش‌های بهینه‌سازی آماری می‌توان به روش‌های بهینه‌سازی پارامتری و روش‌های بهینه‌سازی ناپارامتری اشاره کرد. یکی از جدیدترین و موثرترین روش‌های پارامتری به‌کار رفته در این زمینه، روش رویه پاسخ دوگان(DRS) است که در زمینه‌ی بهینه‌سازی پارامتری سامانه‌ها، در اوایل دهه‌ی ۱۹۹۰ معرفی گردید. از طرفی، به دنبال کاستی‌های این روش در مواجهه با مواردی که نمی‌توان مدل پارامتری را به‌طور دقیق برازش داد، روش‌های بهینه‌سازی ناپارامتری در اواخر دهه‌ی ۱۹۹۰معرفی شدند که موفقیت خود را در رسیدن به نقاط بهینه‌ی سراسری، به اثبات رساندند. در این پژوهش، کارایی روش ناپارامتری نسبت به روش پارامتری، با یک مطالعه موردی و بر اساس معیار MSDنشان داده شده است.

واژه‌های کلیدی: رویه پاسخ دوگان، بهینه‌سازی پارامتری، بهینه‌سازی ناپارامتری.

۱ مقدمه

هدف اصلی بهینه سازی سامانه ها، کاهش بهینه هزینه‌ی کل محصول است که دارای دو مولفه ی عمده، یکی هزینه‌های قبل از فروش(هزینه‌ی ساخت) و دیگری هزینه‌های بعد از فروش محصول به مشتری(هزینه به کارگیری) است. در این ارتباط، می توان فعالیت های تحقق یک محصول را به سه بخش عمده فعالیت های قبل از ساخت، فعالیت های حین ساخت و فعالیت های بعد از ساخت تفکیک نمود. از سه فعالیت مذکور، دو فعالیت اول تاثیر بسیار زیادی در هزینه ی کل یک محصول دارند. مراحل روش بهینه سازی مربوط به فعالیت های قبل از ساخت، باعث بهینه شدن هزینه های واحد ساخت و به کارگیری می

شود در حالی که روش های بهینه سازی مربوط به فعالیت های حین ساخت، در مرحله تولید به کار گرفته می شود. در بهینه سازی قبل از ساخت، تلاش بر آن است که با شناسایی علل اغتشاش، کاهش تغییرپذیری در سامانه ها از طریق حذف یا کنترل آن ها صورت پذیرد که این امر مستلزم ایجاد هزینه های گزاف است. همچنین تلاش عمده در بهینه‌سازی سامانه‌ها بر آن است که تحت حدود رواداری پهن، یعنی تحت شرایط به کارگیری مواد و قطعات با درجه‌ی پایین تر، تجهیزات ارزان تر و شرایط محیط به کارگیری با دامنه گسترده تر، از طریق تعیین مقادیر عوامل قابل کنترل نافذی که کمترین اثر را در هزینه ساخت دارند، این کار طوری صورت گیرد که اولا حساسیت عملکرد نسبت به عوامل اغتشاش کاهش یابد(کاهش پراکندگی) و ثانیا میانگین مشخصه کیفیت مورد نظر به مقدار آرمانی نزدیکتر شود (کاهش اریبی). این کار می تواند از طریق مینیمم کردن میانگین توان دوم خطا[۱] (MSD)خطا به منظور کاهش همزمان اریبی و پراکندگی انجام گیرد. MSD به صورت زیر تعریف می شود:

$$MSD = E\left[y(x) - T\right]^{۲} = \{E\left[y(x)\right] - T\}^{۲} + Var\left[y(x)\right]$$

که در آن T مقدار هدف، x متغیر ورودی و y(x) متغیر پاسخ می باشند. برای بهینه‌سازی سامانه‌ها می‌توان از روش‌های بهینه‌سازی پارامتری و ناپارامتری استفاده کرد.

در این مقاله، از میان روش‌های بهینه‌سازی پارامتری، روش رویه‌ی پاسخ دوگان و از میان روش‌های بهینه‌سازی ناپارامتری، روش رگرسیون خطی موضعی[۲] (LLR) را معرفی کرده و در بخش پایانی این دو روش را به‌وسیله یک مطالعه‌ی موردی در فرایند رنگرزی و بر اساس معیار MSD مورد مقایسه قرار می‌دهیم.

۲ روش رویه پاسخ دوگان

از مهمترین روش‌های بهینه‌سازی پارامتری، روش رویه‌ی پاسخ دوگان است که وینینگ و مه‌یرز[۳] در سال ۱۹۹۰ این روش را معرفی کردند که در آن میانگین و واریانس جداگانه توسط مدل‌های رگرسیونی پارامتری مشخص می‌شوند، در این روش مکان‌های بهینه‌ی عوامل کنترل توسط روش‌های بهینه‌سازی به‌دست می‌آید. پیکل و همکاران[۴] (۲۰۰۶) برای

[1] Mean Squared Deviations
[2] Local Linear Regression
[3] Vining and Myers
[4] Pickel, et al

براورد میانگین از مدل زیر استفاده کردند که در این روش برای هر یک از آزمون‌های آزمایش(d) که n_i تکرار وجود دارد، میانگین $\bar{y}_i$ و واریانس s_i^2 نمونه محاسبه می‌شوند:

$$\bar{y}_i = x_i^{'}\beta + g^{1/2}(x_i^{*'};\gamma)\varepsilon_i \qquad (1)$$

که در آن $x_i^{'} = (1, x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{ik})$ ها بردارهای میانگین مدل رگرسیونی هستند که در حقیقت شامل متغیرهای قابل کنترل می‌باشند و $x_i^{*'} = (1, x_{i1}^*, x_{i2}^*, ..., x_{il}^*)$ ها بردارهای واریانس مدل رگرسیونی بوده و شامل متغیرهای اغتشاش هستند و ε_i ها ناهمبسته و دارای واریانس ۱ می‌باشند. در حالتی که متغیرهای اغتشاش قابل کنترل نباشند برای براورد رویه‌ی واریانس از همان متغیرهای قابل کنترل $x_i^{'} = (1, x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{ik})$ استفاده می‌شود.
βو γ پارامترهای بردارهای به ترتیب $(k+1)\times 1$ و $(l+1)\times 1$ میانگین و واریانس مدل رگرسیونی بوده وg تابع واریانس مدل رگرسیونی است. با توجه به تغییرات شدید واریانس‌های مدل برای برازش یک رویه، بهتر است که بر روی واریانس‌های نمونه‌ای یک تبدیل مناسب اختیار شود. در سال ۱۹۴۶ بارتلت و کندال[5] نشان دادند اگر خطاها دارای توزیع نرمال باشند و پاسخ دارای تکرار باشد، می‌توان مدل لگاریتم خطی را برای واریانس به صورت زیر استفاده کرد:

$$\ln(s_i^2) = g^*(x_i^*) = x_i^{*'}\gamma + \eta_i \qquad (2)$$

که η_i ها خطاهای تصادفی برای مدل واریانس می باشند. پیکل و همکاران برای براورد پارامترهای این مدل از روش حداقل توان دوم معمولی[6] (OLS) برای مدل واریانس و از الگوریتم براورد حداقل توان دوم موزون[7] (EWLS) برای مدل میانگین استفاده کردند که آخری دارای گام های زیر می‌باشد:

گام اول: به روش حداقل توان دوم معمولی در مدل واریانس، پارامترها(ضرایب مدل رگرسیونی) براورد می‌شود.

$$\hat{\gamma}^{(OLS)} = (x^{*'}x^*)^{-1}x^*y^*$$

که در آن $y^*_{d\times 1}$ ، بردار تبدیل یافته لگاریتم واریانس مدل است.

[5] Bartlet and Kendal

[6] Ordinary Least Square

[7] Estimated Weighted Least Square

گام دوم: $\hat{\sigma}_i^{۲}$ را به صورت زیر محاسبه نموده و از آن برای محاسبه ی ماتریس $\hat{V}$ استفاده می‌شود.

$$\hat{\sigma}_i^{۲} = \exp(x_i^{*'} \hat{\gamma}^{(ols)}) \qquad \hat{V} = diag(\hat{\sigma}_{۱}^{۲}, \hat{\sigma}_{۲}^{۲}, ..., \hat{\sigma}_d^{۲})$$

گام سوم: از $\hat{V}^{-۱}$ برای براورد ماتریس میانگین مدل استفاده می‌شود.

$$\hat{\beta} = (x'\hat{V}^{-۱}x)^{-۱}x'\hat{V}^{-۱}\bar{y} \qquad x = (x_{۱}, x_{۲}, ..., x_d)'\hat{\beta} = (x'\hat{V}^{-۱}x)^{-۱}x'\hat{V}^{-۱}\bar{y}$$

$$x = (x_{۱}, x_{۲}, ..., x_d)'$$

که در نتیجه مقدار براورد میانگین و واریانس مدل به صورت زیر به دست می آیند:

$$\begin{aligned} \hat{E}(y_i)^{EWLS} &= x_i'\hat{\beta} \\ \hat{V}(y_i)^{(ols)} &= \exp(x_i^{*'} \hat{\gamma}^{(ols)}) \end{aligned} \qquad (۳)$$

۲-۱ بهینه سازی توام رویه های میانگین و واریانس

همانگونه که قبلا ذکر شد هدف اصلی بهینه‌سازی نزدیک کردن مقدار به‌دست آمده میانگین به مقدار هدف و کاهش هر چه بیش‌تر واریانس فرایند است، که با مینیمم کردنMSD به طور هم‌زمان به آن دست می یابیم. بنابر این، مقدار MSD می‌تواند به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$MSD = E\left[y(x) - T\right]^{۲} = \{E\left[y(x)\right] - T\}^{۲} + Var\left[y(x)\right]$$

که در آن T مشخص کننده مقدار هدف برای میانگین است. حال با استفاده از الگوریتم‌های بهینه سازی مانند الگوریتم ژنتیک حالت بهینه سامانه، که کم‌ترین مقدار MSD را دارا می‌باشد، پیدا می‌شود.

۳ روش ناپارامتری

در مواقعی که نتوان رابطه‌ی تابعی مناسبی بین متغیرهای ورودی و پاسخ برقرار کنیم، نتایج به‌دست آمده از روش پارامتری به شکل جدی اریب است. برای جلوگیری از این مشکل

وینیگ و بوهن[8] (۱۹۹۸)، برای بهینه‌سازی رویه‌های میانگین و واریانس استفاده از روش ناپارامتری را پیشنهاد دادند. همچنین اندرسون کوک و پرویت[9] (۲۰۰۵) روش‌های مختلف بهینه‌سازی ناپارامتری را بررسی کردند و از این میان برای به‌دست آوردن براورد میانگین و واریانس استفاده از روش رگرسیون چند متغیره موضعی(LLR) را پیشنهاد دادند.

۱-۳ روش رگرسیون چند متغیره موضعی(LLR)

در این روش تابع‌های میانگین و واریانس ناشناخته‌اند، اما تابع‌های هموار آن‌ها مانند تابع‌های تعریف شده در (۱) و (۲) در نظر گرفته می‌شود. برای رگرسیون چندگانه در نقطه $x'_\circ = (x_{\circ 1}, x_{\circ 2}, ..., x_{\circ k})$ که در آن می‌خواهیم پیش‌بینی انجام دهیم تابع کرنل به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$K(x_\circ, x_i) = \frac{1}{b^k} \prod_{j=1}^{k} k\left(\frac{x_{\circ j} - x_{ij}}{b}\right)$$

که در آن k(z) یک تابع کرنل یک متغیره بوده و b پهنای باند یا پارامتر هموارساز است. در این روش می‌توان از تابع کرنل‌های مختلف استفاده کرد که در این مقاله از تابع کرنل گوسی[10] $K(z) = e^{-z^2}$ استفاده می‌شود. در این ارتباط باید متذکر شد که استفاده از تابع کرنل‌های مختلف تغییرات زیادی در نتیجه‌ی نهایی ایجاد نمی‌کند.

مایز و بیرچ[11] (۱۹۹۸) روش‌های مختلف انتخاب پهنای باند را بررسی و از آن میان روش $PRESS^{**}$ را پیشنهاد دادند. در این روش b طوری تعیین می‌شود که مقدار $PRESS^{**}$ به صورت زیر تعریف شده است مینیمم گردد.

$$PRESS^{**} = \frac{PRESS}{d - trace(H^{(LLR)}) + (d - (k+1))\frac{SSE_{\max} - SSE_b}{SSE_{\max}}}$$

که در آن $SSE_{\max}$ بزرگترین مجموع توان دوم خطا در سرتاسر پهنای باند، SSE_b مجموع توان دوم خطا برای یک مقدار b خاص و k تعداد متغیرهای رگرسیونی است. همچنین

---

[8] Vining and Bohn

[9] Andeson-Cook and Prewitt

[10] Gaussian

[11] Mays and Birch

که در آن $PRESS = \Sigma e^{2}(i) = \Sigma(y_i - \hat{y}_i^{(i)})^{2}$ از براورد LLR به دست آمده برای $\hat{y}_i^{(i)}$ پاسخ وقتی iامین مشاهده را از مدل کنار بگذاریم حاصل می شود. مایز و بیرچ ماتریس هموارسازی $H^{(LLR)}$ به صورت زیر تعریف کردند:

$$H^{(LLR)} = \begin{bmatrix} h_1^{(LLR)} \\ h_2^{(LLR)} \\ . \\ . \\ . \\ h_d^{(LLR)} \end{bmatrix}$$

$$h_i^{(LLR)'} = x_i'(X'Q_iX)^{-1}X'Q_i\bar{y}$$

که در آن Q_iها ماتریس های قطری از کرنل ها هستند و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Q_i = diag(\sqrt{q_{i1}}, \sqrt{q_{i2}}, ..., \sqrt{q_{id}})$$
$$q_{ij} = \frac{K(x_i,x_j)}{\sum_{j=1}^{d} K(x_i,x_j)}$$

برای مشاهده‌های جدید نیز Q_0 به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Q_0 = diag(\sqrt{q_{01}}, \sqrt{q_{02}}, ..., \sqrt{q_{0d}})$$
$$q_{0i} = \frac{K(x_0,x_i)}{\sum_{i=1}^{d} K(x_0,x_i)}$$

به طور مشابه برای مدل واریانس داریم:

$$Q_0^* = diag(\sqrt{q_{01}^*}, \sqrt{q_{02}^*}, ..., \sqrt{q_{0d}^*})$$
$$q_{0i}^* = \frac{K(x_0^*,x_i^*)}{\sum_{i=1}^{d} K(x_0^*,x_i^*)}$$

بر اساس یافته‌های لین و کارول[12] (۲۰۰۰) براورد LLR برای واریانس در نقطه $x = x_0$ به‌صورت زیر به‌دست می آید:

$$\hat{V}ar(y_0) = \hat{\sigma}_0^2 = \exp[x_0^{*'}(x^{*'}Q_0^*x^*)^{-1}x^{*'}Q_0^*y^*] = \exp[h_0^{(LLR)}y^*] \qquad (۴)$$

[12] Lin and Carroll

آن‌ها همچنین برای براورد میانگین در نقطه $x = x_\circ$ از الگوریتم موزون رگرسیون خطی موضعی[13] (EWLLR) استفاده کردند که دارای گام‌های زیر می‌باشد:

گام اول: ابتدا با استفاده از رابطه (۴) $\hat{\sigma}_i^{2}$ را محاسبه و از آن برای محاسبه‌ی ماتریس $\hat{V}^{-1}$استفاده می‌گردد:

$$\hat{V}^{-1} = diag(\frac{1}{\hat{\sigma}_1^{2}}, \frac{1}{\hat{\sigma}_2^{2}}, ..., \frac{1}{\hat{\sigma}_d^{2}})$$

گام دوم: مقدار $W_\circ$ به‌عنوان وزن‌های متغیرهای جدید رگرسیونی به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$W_\circ = Q_\circ \hat{V}^{-1} Q_\circ$$

گام سوم: از $W_\circ$ استفاده کرده و براورد EWLLR میانگین در نقطه $x = x_\circ$ به صورت زیر به‌دست می آید:

$$\hat{E}(y_\circ)^{(EWLLR)} = x'_\circ (X' W_\circ X)^{-1} X' W_\circ y \qquad (5)$$

۳-۲ بهینه‌سازی با استفاده از روش ناپارامتری

پس از تعیین مقدار میانگین و واریانس برای نقاط مختلف همانند روش رویه‌ی پاسخ دوگان با استفاده از الگوریتم ژنتیک و بر اساس معیار MSD حالت بهینه سامانه پیدا می‌شود.

۴ مقایسه‌ی روش‌های بهینه‌سازی رویه‌ی پاسخ دوگان و ناپارامتری در فرایند رنگرزی

باکس و دراپر[14] (۱۹۸۷) در مطالعه‌ای بر روی توانایی دستگاه رنگرزی برای رنگ کردن برچسپ ها که شامل متغیرهای سرعت (x_1)، فشار (x_2) و فاصله (x_3) بود یک طرح عاملی

[13] Estimated Weighted Local Linear Regression

[14] Box and draper

[۳]۳با ۳ تکرار در هر آزمایش را برای بهینه‌سازی سامانه پیشنهاد دادند. مقدار هدف برای این آزمایش ۵۰۰ بوده و جدول داده‌های حاصل در این مطالعه را نشان می دهد.

i	x_{1i}	x_{2i}	x_{3i}	x_{1i}	x_{2i}	x_{3i}	$\bar{y}_i$	S_i
۱	-۱	-۱	-۱	۳۴	۱۰	۲۸	۲۴	۱۲.۴۹
۲	۰	-۱	-۱	۱۱۵	۱۱۶	۱۳۰	۱۲۰.۳۳	۸.۳۹
۳	۱	-۱	-۱	۱۹۲	۱۸۶	۲۶۳	۲۱۳.۶۷	۴۲.۸۳
۴	-۱	۰	-۱	۸۲	۸۸	۸۸	۸۶	۳.۴۶
۵	۰	۰	-۱	۴۴	۱۷۸	۱۸۸	۱۳۶.۶۷	۸۰.۴۱
۶	۱	۰	-۱	۳۲۲	۳۵۰	۳۵۰	۳۴۰.۶۷	۱۶.۱۷
۷	-۱	۱	-۱	۱۴۱	۱۱۰	۸۶	۱۱۲.۳۳	۲۷۲۵۲
۸	۰	۱	-۱	۲۵۹	۲۵۱	۲۵۹	۲۵۶.۳۳	۴.۶۲
۹	۱	۱	-۱	۲۹۰	۲۸۰	۸۱۲۴۵	۲۷۱.۶۷	۲۳.۶۷
۱۰	-۱	-۱	۰	۸۱	۸۱	۹۳	۸۱	۰
۱۱	۰	-۱	۰	۹۰	۱۲۲	۳۷۶	۱۰۱.۶۷	۱۷.۶۷
۱۲	۱	-۱	۰	۳۱۹	۳۷۶	۱۵۴	۳۵۷	۳۲.۹۱
۱۳	-۱	۰	۰	۱۸۰	۱۸۰	۳۷۲	۱۷۱.۳۳	۱۵.۰۱
۱۴	۰	۰	۰	۳۷۲	۳۷۲	۳۹۶	۳۷۲	۰
۱۵	۱	۰	۰	۵۴۱	۵۶۸	۳۱۲	۵۰۱.۶۷	۳۸.۵
۱۶	-۱	۱	۰	۲۸۸	۱۹۲	۵۱۳	۲۶۴	۶۳.۵
۱۷	۰	۱	۰	۴۳۲	۳۳۶	۷۵۴	۴۲۷	۸۸.۶۱
۱۸	۱	۱	۰	۷۱۳	۷۲۵	۱۹۹	۷۳۰.۶۷	۲۱.۰۸
۱۹	-۱	-۱	۱	۳۶۴	۹۹	۲۶۶	۲۲۰.۶۷	۱۳۳.۸۲
۲۰	۰	-۱	۱	۲۳۲	۲۲۱	۴۴۳	۲۳۹.۶۷	۲۳.۴۶
۲۱	۱	-۱	۱	۴۰۸	۴۱۵	۱۸۲	۴۲۲	۱۸.۵۲
۲۲	-۱	۰	۱	۱۸۲	۲۲۳	۴۳۴	۱۹۹	۲۹.۴۴
۲۳	۰	۰	۱	۵۰۷	۵۱۵	۶۴۰	۴۸۵.۳۳	۴۴.۶۴
۲۴	۱	۰	۱	۸۴۶	۵۳۵	۴۶۸	۶۷۳.۶۷	۱۵۸.۲۱
۲۵	-۱	۱	۱	۲۳۶	۴۲۶	۴۰۳	۴۷۶.۶۷	۵۵.۵۱
۲۶	۰	۱	۱	۶۶۰	۴۴۰	۱۱۶۱	۵۰۱	۴۳۸.۹۴
۲۷	۱	۱	۱	۸۷۸	۹۹۱		۱۰۱۰	۱۴۲.۴۵

جدول ۱. داه‌های دستگاه رنگرزی .

در این جدول با توجه به این که در مشاهده دهم و چهاردم انحراف معیار نمونه ای صفر است، به جای $\log s_i^2$ از $\log(s_i^2 + 1)$ استفاده کرده و در روش رویه‌ی پاسخ دوگان رویه‌های میانگین و واریانس را تعیین مـی‌کنیـم، همچنین در روش ناپارامتری از رابطه‌ی $PRESS^{**}$

برای پیدا کردن پهنای باند برای دو رویه‌ی میانگین و واریانس استفاده می‌کنیم که برای میانگین مقدار۰/۵۲ و برای واریانس مقدار ۰/۶۳ به‌دست می آید. حال در هر یک از دو روش با براورد مقدار واریانس و میانگین برای هر یک از داده‌هایی که توسط الگوریتم ژنتیک تولید می‌شوند مقدار MSD محاسبه و تولید داده‌های جدید به‌وسیله عملگرهای تلاقی و جهش تا جایی ادامه پیدا می‌کند که سامانه به حالت بهینه همگرا شود. تمامی محاسبات توسط نرم افزار R انجام داده شده و مکان‌های بهینه برای روش‌های پارامتری و ناپارامتری در جدول زیر آورده شده است:

	$x_۱$	$x_۲$	$x_۳$	$\hat{E}[y_i]$	$v\hat{a}r[y_i]$	MSD
روش پارامتری	۱	۰/۳۵۸	-۰/۱۱۲	۴۹۷/۶۱۹	۱۷۲۳/۶۹۳	۱۷۲۹/۳۶۳
روش ناپارامتری	۱	۱	-۰/۳۵۲	۴۹۶/۸۶۶	۱۰۸۸/۴۵	۱۰۲۵/۱۵

جدول ۱. مقایسه‌ی روش‌های بهینه‌سازی پارامتری و ناپارامتری در داده‌های ماشین رنگ زنی .

همانگونه که ملاحظه می‌گردد، روش ناپارامتری مقدار MSD کم‌تری نسبت به روش پارامتری به دست می دهد، همچنین واریانس در روش ناپارامتری کاهش یافته است که نشان دهنده عملکرد بهتر این روش در مقایسه‌ی با روش پارامتری می‌باشد.

مراجع

[1] Anderson-Cook, C.M., Prewitt, K., (2006), "Some Guideline for Using Nonparametric Methods for Modeling Data from Response Surface Design", Journal of Modern Applied Statistical Methods, 4, 106-119.

[2] Bartlett, M.S., Kendall, D.G., (1946)," The statistical analysis of variance hetero-geneity and the logarithmic transformation", Journal of the Royal Statistical Society, Series B 8,128-138.

[3] Box, G., and Draper B. (1987), Empirical Model Building and Response Surface, Wiley, New York.

[4] Lin, X., Carroll, R.J., (2000),"Nonparametric function estimation for clustered data when the predictor is measured without/with error", Journal of the American Statistical Association, 95, 520-534.

[5] Mays, J. E. and Birch J. B.,(1998), "Smoothing Considerations in nonparametric and Semi-parametric Regression", Virginia Tech, Department of Statistics, Technical Report, No. 98-2, 24 pages.

[6] Pickle, S.M., Robinson, T.J., Brich, J.B., and Anderson-cook, C.M. (2005), "Robust Parameter design : A semi-parametric approach," Technical report, No.05-7, Department of Statistics, Virginia Tech, Blacksburg, VA.

[7] Vinning, G. G. and Myers, R. H. (1990). "Combining Taguchi and Response Surface Philosophies: A Dual Response Approach", Journal of Quality Technology, pp. 38-45.

[8] Vinning, G.G., and Bohn, L. (1998), "Response Surface for the Mean and the Process Variance Using a Nonparametric Approach", Journal of Quality Technology, 30,282-291.