

## تشریح مدل‌بندی دوستخی در داده‌های طولی فشار خون

محمد غلامی، قاسم یادگارفر

گروه آمار زیستی، دانشگاه تربیت مدرس تهران

گروه آمار و اپیدمیولوژی، دانشگاه علوم پزشکی اصفهان

روش تحلیل چندسطхи روشنی کارا در تحلیل داده‌های همبسته و طولی می‌باشد. در این مقاله سعی داریم تا علاوه بر تشریح جنبه‌های نظری این تحلیل، به تجزیه و تحلیل عوامل موثر بر فشار خون در یک مطالعه طولی، بصورت گذشته‌نگر و با استفاده از پرونده‌های پزشکی پرسنل شاغل در کارخانه پلی اکریل اصفهان در طی سال‌های ۷۰ تا ۸۰ بپردازم.

**واژه‌های کلیدی:** تحلیل چندسطхи، مطالعه همگروهی گذشته نگر، کارخانه پلی اکریل، فشار خون دیاستولیک.

### ۱ مقدمه

در بسیاری از مطالعات انسانی و علوم بیولوژیکی ساختار خوش‌ای یا سلسله مراتبی قابل مشاهده می‌باشد. بطور مثال، فرزندان یک خانواده از لحاظ مشخصات فیزیکی و روحی، دارای شباهت بیشتری نسبت به دیگر افراد جامعه می‌باشند. (در این مثال فرزندان به عنوان سطح یک و خانواده‌ها به عنوان سطح ۲ در نظر گرفته می‌شوند) از جنبه آماری شباهت افراد به یکدیگر مovid مستقل نبودن داده‌ها می‌باشد. دو نفری که متعلق به یک پدر و مادر هستند از لحاظ بسیاری از شرایط مانند یکدیگرند [۱]. برای مثال اگر فرزند یک خانواده دارای بیماری خاصی مانند هپاتیت باشد امکان داشتن هپاتیت در برادر و خواهر وی افزایش می‌یابد. و یا در مطالعات اندازه‌های تکرار شده بر روی متغیرهای اثر گذار بر فشار خون، فشار خون نمونه‌ها در زمانهای مختلف اندازه گرفته می‌شود. مسلماً فشار خون هر فرد بخاطر وجود شرایط ذاتیش دارای تغییرات مخصوص به خود در طول زمان می‌باشد. در این مثال مجموعه اندازه‌های گرفته شده در زمانهای مختلف برای هر یک از اعضای نمونه واحدهای سطح اول می‌باشند که برای هر واحدی از سطح دوم (انسان‌ها) تعریف می‌شوند. اما در توجیه اینکه چرا اندازه‌های تکراری در مطالعات طولی به عنوان سطح یک در نظر گرفته می‌شوند، می‌توان به همبستگی

مشاهدات تکراری به خاطر تعلق خاص به یک فرد را عنوان نمود. همبستگی‌هایی از این نوع در طرح‌های مقطعی در ساختارهای آشیانه‌ای دیده می‌شوند. آنالیز جند سطحی معمولاً برای تجزیه و تحلیل داده‌های اجتماعی و زیستی که در بیش از یک سطح قرار گرفته‌اند، به کار می‌رود و در واقع حالت بسط داده شده از مدل‌های خطی تعمیم‌یافته می‌باشد که در آن علاوه بر مدل بندی متغیر پاسخ ضرایب رگرسیونی نیز مدل بندی می‌شود. این روش، روشی کارا در مدل‌سازی داده‌هایی با ساختار آشیانه‌ای می‌باشد و هدف آن مدل بندی متغیر وابسته بر اساس تابعی از متغیرهای پیشگو (مستقل) در بیشتر از یک سطح است [۲]. آنالیز چندسطحی با اسامی دیگری نظری مدل‌های خطی آشیانه‌ای، مدل‌هایی با ضرایب تصادفی و مدل‌های با اثرات تصادفی نیز شناخته می‌شود. از مزایای روش تحلیل چندسطحی به طرح اندازه مکرر در تحلیل داده‌های طولی می‌توان به قدرت تحمل داده‌های گمشده در برآش مدل بدون نیاز به برآورد و یا از دست داده‌ها، کنترل اثرات محیطی و ارائه مدل جمعی و فردی برای افراد مورد مطالعه اشاره نمود. اما یکی از اصلاحات مهم در تحلیل چندسطحی، تعریف سطح می‌باشد. سطح جزئی از داده‌های آشیانه‌ای می‌باشد. سطح یک متغیر توسط نحوه جمع آوری داده‌ها مشخص می‌شود. و در واقع سطح، مقطع جمع آوری داده‌ها می‌باشد. [۱]

## ۲ مدل دو سطحی

همانگونه که در تعریف تحلیل چند سطحی بیان نمودیم، این روش حالت بسط داده شده‌ای از مدل‌های خطی تعمیم‌یافته است که در آن علاوه بر مدل بندی متغیر پاسخ، ضرایب رگرسیونی نیز مدل بندی می‌شوند. حالت نمادین این تعریف را می‌توانید در قالب معادله ۱ برای متغیر پاسخ  $Y$  با  $K$  متغیر کمکی  $X_1, \dots, X_k$  و همچنین  $n$  متغیر کمکی  $W_1, \dots, W_n$  جهت توضیح ضرایب سطح یک مشاهده نمایید. معادله ۲ نیز فرضیات این مدل را در حالت کلی بیان می‌کند.

level 1:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + \beta_{2j}X_{2ij} + \dots + \beta_{kj}X_{kij} + e_{ij} \quad (1)$$

Level 2:

$$\begin{aligned} \beta_{0j} &= \gamma_{00} + \gamma_{01}W_{1j} + \gamma_{02}W_{2j} + \dots + \gamma_{0n}W_{nj} + u_{0j} \\ \beta_{1j} &= \gamma_{10} + \gamma_{11}W_{1j} + \gamma_{12}W_{2j} + \dots + \gamma_{0n}W_{1j} + u_{1j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_{kj} &= \gamma_{k0} + \gamma_{k1}W_{1j} + \gamma_{k2}W_{2j} + \cdots + \gamma_{kn}W_{nj} + u_{0j} \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$U = \begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{1j} \\ \vdots \\ u_{kj} \end{bmatrix} \approx N(0, G), \quad G = \begin{bmatrix} \sigma_{u0}^2 & \sigma_{01} & \cdots & \sigma_{0k} \\ \sigma_{01} & \sigma_{u1}^2 & \cdots & \sigma_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{0k} & \sigma_{1k} & \cdots & \sigma_{uk}^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$e_{0ij} \approx N(0, R), \quad Cov(\underline{U}, \underline{e}) = 0$$

همانگونه که مشخص است، سطح یک مدل (level 1) شبیه نوعی از مدل رگرسیون چندگانه، و قسمت دوم آن (Level 2) نشان دهنده نحوه ارتباط ضرایب رگرسیونی با متغیرهای سطح دو می‌باشد. و این یعنی اینکه شبیه‌ها و عرض از مبدها خود تابعی از متغیر سطح دوم یعنی  $W$  می‌باشد. همانگونه که در معادله ۱ مشخص است در این روش، علاوه بر منبع خطا  $e$ ، منبع  $u_0, u_1, \dots, u_k$  در مدل موجود می‌باشد. بیان به فرم معادلات ۱ و ۲ علاوه بر نمایش همه متغیرهای مستقل و وابسته ماهیت چندسطوحی مدل را نیز نمایش می‌دهد. به جای استفاده از چنین سیستم معادلاتی، می‌توانیم بخش‌های سطح دوی مدل را در داخل سطح یک جایگذاری کرده و پس از مرتباًسازی به معادله‌ای به فرم ۳ دست یابیم.

$$Y_{ij} = \underbrace{\sum_{x=1}^k \sum_{y=0}^n \gamma_{xy} X_{xij}}_{\text{قسمت تصادفی}} + \underbrace{\sum_{x=1}^k u_{xj} X_{xij} + u_{0j}}_{\text{قسمت ثابت}} + e_{ij} \quad (3)$$

ارائه مدل آماری به فرم ۳ دارای مزایایی نسبت به فرم ۱ می‌باشد. که از آن جمله می‌توان به فشرده‌تر بودن نحوه ارائه مدل، تعیین ساده‌تر اثرات ساده و تصادفی و نیز نزدیک بودن این مدل به خروجی نرم‌افزارهای متداول آماری اشاره نمود. اما علی‌رغم مزایای بیان شده تشخیص و تفسیر سطوح مدل در بیان به این فرم بسیار مشکل می‌باشد. در حالت کلی می‌توان معادله ۳ را بصورت ماتریسی و به فرم معادله ۴ نوشت.

$$y = X\alpha + Z\beta + e \quad (4)$$

که در آن ماتریس  $X$  مشاهدات مستقل برای اثرات ثابت،  $Z$  ماتریس مشاهدات مستقل برای اثرات تصادفی،  $\alpha$  بردار ضرایب ثابت مدل،  $\beta$  بردار ضرایب تصادفی مدل و درنهایت  $e$  خطای مدل می‌باشد.

## ۳ روش‌های برازش مدل

در مدل‌های چند سطحی ما علاقه‌مند به برآورد سه نوع پارامتر: ضرایب ثابت، مولفه‌های تصادفی و همچنین پارامترهای پراکنده‌گی (واریانس و کواریانس) مدل هستیم. باید توجه نمود که ضرایب تصادفی ضرایبی پنهان می‌باشند. یعنی مولفه‌هایی غیر قابل مشاهده ولی اثرگذار بر سیستم. خوب‌بختانه علی رغم غیرقابل مشاهده بودن، این ضرایب قابل برآورد می‌باشند. از روش‌های برآورد می‌توانیم به روش درستنمایی ماکزیمم (ML)، روش باقیمانده درستنمایی ماکزیمم<sup>۱</sup> (REML) روش برآورد تکراری حداقل مربعات تعمیم یافته<sup>۲</sup> (IGLS)، روش برآورد تکراری حداقل مربعات تعمیم یافته محدود شده<sup>۳</sup> (RIGLS)، روش‌های بیزی، روش معادلات برآورد یابی تعمیم یافته<sup>۴</sup> (GEE) و روش‌های مونت کارلویی (MCMC) اشاره نماییم. روش باقیمانده درستنمایی ماکزیمم که در برخی از متون به آن روش درستنمایی مقدید<sup>۵</sup> نیز گفته می‌شود در واقع همان روش ML می‌باشد که در آنتابع درستنمایی اصلاح شده است. از مزایای روش REML به روش MLE می‌توان به دو نکته عدم وابستگی مولفه‌های واریانس مدل به برآورد اثرات ثابت مدل و دخیل شدن درجه آزادی برآورد اثرات ثابت مدل در برآورد مولفه‌های واریانس اشاره نمود([۴] و [۵]). در روش IGLS که در بخش ۱.۳ به آن خواهیم پرداخت. برآورد اثرات ثابت و تصادفی مدل بر اساس یک روش تکراری محاسبه می‌گردد. شایان ذکر است که ترتیج به دست آمده از این روش مشابه روش ML می‌باشد. نحوه محاسبه روش RIGLS نیز مانند روش IGLS می‌باشد. با این تفاوت که در محاسبه مولفه ماتریس واریانس-کواریانس مدل به جای استفاده از معادله ۷ از معادله<sup>۶</sup>  $X'(X'V^{-1}X)^{-1}X = V - X(X'V^{-1}X)(y - X\hat{\alpha})$  در واقع واریانس ضرایب ثابت مدل می‌باشد. که از مجموع روش مولفه<sup>۷</sup>  $X'(X'V^{-1}X)^{-1}X$  در واقع واریانس مولفه ماتریس واریانس مدل می‌باشد. در این روش برآوردهای ماتریس واریانس کل کم شده و باعث نالایی برآوردهای واریانس مدل می‌شود. از این رو برآوردهای محاسبه شده در روش RIGLS معادل با روش REML می‌باشد. [۱]

از دیگر روش‌های برآورد می‌توانیم به روش‌های مدل خطی بیزی اشاره نماییم. در این روش برای هر یک از ضرایب  $\beta_j$  یک توزیع پیشین با واریانس  $\sigma^2$  در نظر گرفته شده و برآوردها بر اساس آن محاسبه می‌شود. در روش برآوردهای بیزی کامل برای تک

<sup>1</sup>Residual Maximum Likelihood Estimation

<sup>2</sup>Iterative generalized least squares

<sup>3</sup>Restricted iterative generalized least squares

<sup>4</sup>Generalized Estimating Equations

<sup>5</sup>Restricted Maximum Likelihood Estimation

ضرایب ثابت و تصادفی مانند  $\beta$  و  $\sigma^2$  یک توزیع پیشین در نظر گرفته شده و برآوردیابی بر اساس آن انجام می‌شود. با قرار دادن فرض نرمال برای توزیع ضرایب ثابت و تصادفی، برآوردهای روش بیزی کاملاً مشابه برآوردهای روش IGLES و RIGLS خواهد شد. برایکی و را دنباش [۶] نحوه استفاده از الگوریتم EM را برای محاسبه چنین برآوردهایی توضیح داده‌اند. همچنین از روش‌های برآورد می‌توانیم به روش معادلات برآوردهایی تعمیم یافته GEE اشاره نمود[۷]. تفاوت اصلی GEE‌ها با دیگر روش‌ها در برآورد ماتریس واریانس  $V$  با استفاده از رگرسیون عادی یا دستورالعمل گشتاوری برپایه باقیماندهای خام می‌باشد. این روش برآورد بیشتر در فکر برآورد درست اثرات ثابت است تا بررسی اثرات تصادفی مدل. بنابراین برآوردهای ارائه شده توسط این روش سازگار و نه کاملاً کارآمد می‌باشند. از دیگر خصوصیات GEE، می‌توان به برآورد سریع و با مفروضات کمتر در مورد ماتریس واریانس  $V$  اشاره نمود. و در پایان از روش‌های مونت کارلویی خصوصاً نمونه‌گیری کیز برای حالاتی که حجم نمونه کم باشد، می‌توان در جهت دستیابی به برآوردهای دقیق استفاده نمود[۸]. نرم افزارهای HLM، MLwiN (به عنوان نرم افزارهای تخصصی) و R، LISREL، SPSS، SAS، SPLUS (Mplus) (به عنوان نرم افزارهای عمومی) قابلیت برآش مدل‌های چندسطحی با پاسخ نرمال را دارا می‌باشند، در ادامه به توضیح روش IGLES به عنوان روش برآش مدل نرم افزار MLwiN خواهیم پرداخت.

### ۱-۳ روش برآورد تکراری حداقل مربعات تعمیم یافته (IGLS)

همانگونه که گفته شد در روش IGLS برآورد اثرات ثابت و مولفه‌های واریانس مدل بر اساس یک روش تکراری محاسبه می‌شوند. طبق بخش ضمیمه، واریانس متغیر پاسخ برابر است با  $V$  که این واریانس خود به دو قسمت خطأ ( $R$ ) و تغییرات بین خوشه‌ای ( $ZGZ'$ ) تقسیم می‌شود. در صورتی که ضرایب ثابت مدل ( $\alpha$ ) برآورد گردیده و از متغیر پاسخ کم شده و سپس حاصلضرب خارجی آنها محاسبه شود. ماتریسی به دست می‌آید که امید ریاضی این ماتریس برابر با ماتریس  $V$  می‌باشد[۹]. باید به این نکته توجه نمود که  $y - X\hat{\alpha} - Z\hat{\beta}$  بدار خطای مدل نیست. زیرا بدار خطای مدل  $y - X\hat{\alpha} - Z\hat{\beta}$  می‌باشد. در روش IGLES با مساوی قرار دادن ماتریس حاصلضرب خارجی  $(y - X\hat{\alpha})(y - X\hat{\alpha})'$  با ماتریس  $V$  و حل معادلات خطی توان، با استفاده از روش تکراری به محاسبه مولفه‌های ماتریس واریانس مدل پرداخته می‌شود[۹]. همانگونه که در بخش ۲ ضمیمه ثابت شده است برآورد درستنمایی ماکزیمم  $\alpha$  برابر

است با

$$\hat{\alpha} = (X'V^{-1}X)^{-1}X'V^{-1}y \quad (5)$$

همانگونه که در معادله ۵ مشخص است برآورد ضرایب ثابت مدل خود تابعی از برآورد ماتریس واریانس-کواریانس  $V$  می‌باشد. در روش IGLS برای برآورد اولیه  $\hat{\alpha}$  با فرض نبود هیچگونه مولفه واریانس-کواریانس  $G = 0$  و تنها با وجود مولفه خطأ،  $\hat{\alpha}$  به صورت معادله ۶ برآورد می‌شود.

$$\hat{\alpha} = (X'X)^{-1}X'y \quad (6)$$

سپس با مساوی قرار دادن ماتریس حاصلضرب خارجی  $y - X\hat{\alpha}$  (معادله ۷) و حل معادله توان آن برآورد مولفه‌های ماتریس واریانس-کواریانس مدل  $V$  به دست می‌آید.

$$(y - X\hat{\alpha})(y - X\hat{\alpha})' = V \quad (7)$$

پس از برآورد مولفه‌های ماتریس واریانس-کواریانس  $V$  با استفاده از دستگاه معادلات ۷ از این مرحله به بعد  $\hat{\alpha}$  از معادله ۵ محاسبه می‌شود این بین معنی است که پس از برآورد  $\hat{\alpha}$  در معادله ۷ مولفه‌های ماتریس واریانس-کواریانس مدل از نو محاسبه شده و برآورد آن به جای ماتریس  $V$  جایگذاری می‌گردد. عمل محاسبه  $\hat{\alpha}$  باز دوباره با استفاده از برآورد  $V$  جدید به دست می‌آید. عمل تکراری برآورد  $\hat{\alpha}$  و  $\hat{V}$  را تا جایی ادامه می‌دهیم که به برازش‌هایی با دقت مورد نظر خود دست یابیم.

## ۲-۳ برآورد اثرات تصادفی مدل

با توجه به اینکه برای برآورد اثرات تصادفی فرض نرمالیتی اعمال می‌شود و این برآوردها از طریق IGLS به طور مستقیم قابل برآورد نیستند با به دست آوردن پارامترهای واریانس و اثرات ثابت از طریق روش IGLS و با استفاده از فرمول‌هایی که برای برآورد اثرات تصادفی از روش MLE بخش سوم ضمیمه ثابت شده است برآورد اثرات تصادفی مدل عبارتست از

$$\hat{\beta} = GZ'V^{-1}(y - Xa)$$

و واریانس این برآورد گر برابر است با

$$var(\hat{\beta}) = GZV^{-1}ZG - GZ'V^{-1}X(X'V^{-1}X)^{-1}X'V^{-1}ZG$$

### ۳-۳ روش‌های آزمون پارامترها و شاخص‌های کفایت مدل:

به منظور تست آماری ضرایب مدل از آزمون نسبت درستنمایی، آماره انحراف و آماره والد و به منظور انتخاب مدل از معیار اطلاع آکائیک (AIC)<sup>۶</sup> که به صورت  $AIC = -2\ln L + 2K$  یا  $AIC = -\ln L + K$  و یا معیار اطلاع بیزی<sup>۷</sup> ( $BIC$ ) که به صورت  $BIC = -2\ln L + p \ln(n)$  تابع بزرگنمایی تعريف می‌شود استفاده می‌کنیم. ( $L$  مدل بر روی داده‌ها می‌باشد) هر مدلی که دارای  $AIC$  یا  $BIC$  کمتری باشد مدل مناسب‌تری برای برآشش مدل مناسب می‌باشد<sup>۸</sup>. شاخص دیگری که در تحلیل داده‌های چندسطحی بسیار می‌باشد و عبارت‌ست از نسیت واریانس بین خوشه‌ای به کل واریانس موجود

$$ICC = \frac{\sigma_{u_0}^2}{\sigma_{u_0}^2 + \sigma_e^2}$$

این شاخص درجه همبستگی داده‌ها را گزارش می‌نماید. هرچه مقدار عددی این شاخص به یک نزدیک‌تر باشد به معنای این است که مدل‌بندی چندسطحی مدل مناسبی برای تحلیل می‌باشد.

### ۴ به کارگیری مدل بندی دوستخطی برای تعیین عوامل موثر بر فشار خون :

پرفشاری خون یکی از بزرگ‌ترین مسائل سلامت هم در کشورهای توسعه یافته و هم در حال توسعه است. این مشکل شایع، بی علامت و در عین حال به سادگی قابل شناسایی و درمان پذیر است. که علی رغم پیشرفت روز افزون علم مکانیزم خطر رای آن هنوز دقیقاً روشن نشده است و در صورت عدم درمان سبب ایجاد عوارض کشنده می‌شود. از عوامل موثر بر فشار خون می‌توان به عواملی مانند سن، نژاد، رنگیک، جنسیت، وزن تولد پایین و ... به عنوان عوامل غیر قابل اصلاح و همچنین چاقی، مصرف الکل، شرایط تغذیه‌ای،

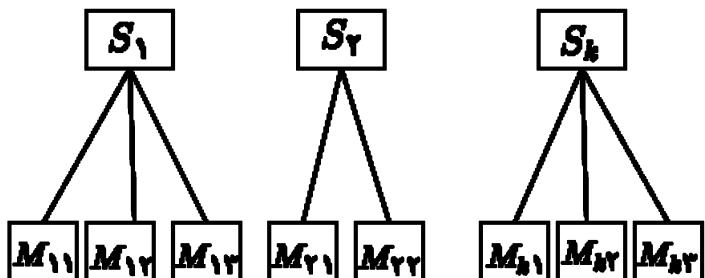
<sup>6</sup>Akaike Information Criterion

<sup>7</sup>Bayesian Information Criterion

<sup>8</sup>Intra Class Correlation

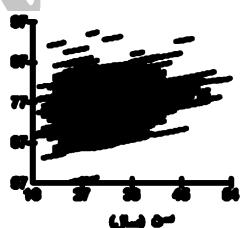
فعالیت بدنی، شرایط محیطی نظیر درجه حرارت و ارتفاع، استرس‌های محیطی و عوامل روانی-اجتماعی، کار در نوبت کاری، مواجهه‌های مختلف شغلی نظیر مواجهه با سر و صدای زیاد، مواجهه با سرب و ... به عنوان عوامل قابل اصلاح اشاره نمود [۱۱]. داده‌های استفاده شده در این مطالعه با مراجعه به پرونده‌های پزشکی کارکنان شاغل در پلی اکریل اصفهان در طی سال‌های ۸۷ تا ۲۰ جمع آوری شده‌است. تعداد همگروه مورد نظر در این مطالعه ۱۷ نفر بود. معیار ورود یک فرد به مطالعه استخدام رسمی و یا غیر رسمی فرد در طی سال‌های ۷۰ تا ۸۷ به شرط عدم ثبت بیماری خاص در پرونده پزشکی و معیار خروج آن استفاده از داروهای کاهش فشار خون در هر زمانی از مطالعه می‌باشد. متغیر پاسخ در این مطالعه فشار خون دیاستولیک و همچنین متغیرهای BMI، سن، جنسیت، نوبتکاری، وضعیت تأهل، میزان تحصیلات، نوع فعالیت، نوع استخدام به عنوان متغیرهای توضیح دهنده در نظر گرفته شده‌اند. تجزیه و تحلیل داده‌های این طرح به وسیله بسته‌های نرم افزاری SPSS و MLwiN انجام گشت. از ۱۷ نفر شرکت کننده در این مطالعه تعداد ۵۷۳ نفر (۲/۲%) زن و تعداد ۹۹۵ نفر (۹۷/۸%) مرد بودند. در این جمعیت تعداد ۶۸ نفر (۷/۶%) کار اداری و تعداد ۹۴۹ نفر (۹۳/۳%) دارای شغل غیر اداری بودند. از افراد مورد مطالعه ۸۴۲ نفر (۸۲/۸%) بصورت قراردادی و ۱۷۵ نفر (۱۷/۲%) بصورت رسمی استخدام شده بودند. میانگین تعداد فرزندان (۰/۰۹) با فاصله اطمینان (۰/۰۶۰۳، ۰/۰۲۴۳) بود. توزیع سطح تحصیلات شرکت کنندگان در مطالعه عبارت بود از ۴۱ نفر (۴%) زیر دیپلم، ۴۷۶ نفر (۴۶/۸%) دیپلم و ۴۹۰ نفر (۴۸/۲%) تحصیلات فوق دیپلم به بالا افراد مورد مطالعه در سه گروه روزکار (۵۴%) ۵۰۸ نفر، دونوبتکار (۶%) ۵۸ نفر و سه نوبتکار (۴۰%) ۳۷۶ نفر دسته بندی شده بودند. میانگین تعداد تکرار مشاهده برای هر نفر (۵/۰۰) با فاصله اطمینان (۴/۴۶، ۴/۳۶) با میانه ۴ بود. همچنین پس از ساخت متغیر وضعیت ازدواج نتایج به این قرار که ۵۷۳ نفر (۶۴/۸%) مجرد، ۲۸۱ نفر (۳۱/۸%) متأهل با یک فرزند و نهایتاً ۲۹ نفر (۳/۲%) متأهل با بیش از یک فرزند بودند. برای برآش مدل، ابتدا مدل با عرض از مبدأ تصادفی را برآش دادیم. سطح یک این برآش، مشاهدات و سطح دو کارگران در نظر گرفته شد. نمودار گرافیکی این مدل را می‌توانید در شکل ۱ مشاهده نمایید.

شکل ۱: نمایش سطوح مطالعه در برآذش مدل دو سطحی  
 نماینده کارگران و  $M$  نمایش دهنده مشاهدات در طول زمان می‌باشد.

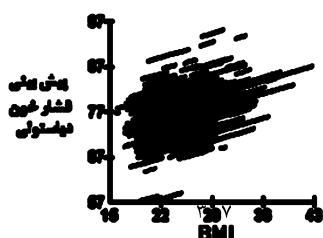


مقدار عددی ICC بدست آمده در این مطالعه برابر  $\approx 30\%$  بود. همچنین فرض صفر بودن واریانس بین خوشبای برای فشار خون دیاستولیک رد گردید ( $p < 0.00$ ). این دو شاخص نشان دهنده این نکته است که همبستگی بین داده‌های فردی بسیار زیاد می‌باشد و این یعنی اینکه مدل بندی دو سطحی برآذش خوبی را برای داده‌های موجود ارائه خواهد داد.

شکل ۲: نتایج حاصل از برآذش مدل دو سطحی به داده‌های فشار خون



شکل ۳: رابطه BMI با فشار خون دیاستولیک برای هر نفر



### جدول ۱: ضرایب متغیرهای مستقل با فشار خون دیاستولیک

P-value	فشار خون	سن	جنس	نوع کار	فکله اندیختن	تعداد سوار	ضریب
<0.001	2.971	7.976	7.18	5.458	عوف، آزمونها		
<0.001	-0.51	-0.51	-0.05	-0.51			BMI
<0.001	-0.12	-0.58	-0.02	-0.12			سن
-0.12	-1.72	-0.51	-0.58	-1.78	کارگاهی (کارگری)		
-0.12	-1.72	-0.52	-0.58	-0.12	وسایل (کارگاهی)		
<0.001	0.52	1.328	1.12	1.078	زندگی		
-0.12					نیوچاری		
-0.12	-1.15	0.52	-0.58	-0.12	دوایل (دوایل)		
-0.12	-0.52	0.1	-0.52	-0.52	ساده (دوایل)		
-0.12					تسربات		
-0.11	-0.52	-0.52	-0.51	-1.72	دیاگذاری (دیاگ)		
-0.12	-0.52	1.12	-0.52	-0.52	دیاگذاری (دیاگ)		
-0.12	-1.72	-0.51	-0.51	-0.12	پسرت (روابط)		
-0.12	-0.51	-0.51	1.12	-1.72	متخل (دون روزه) در مر		
-0.12	-0.51	-0.51	1.12	-1.72	متخل (آفروده) در مر		
<0.001	1.876	2.722	1.72	1.876			Tar(ز)
<0.001	2.809	5.072	1.72	3.777			Tar(ز)

\*: مطابق مرجع استناد شده می‌باشد

## ۵ بحث و نتیجه گیری :

قبل از بحث در مورد نتایج باید به این نکته اشاره کرد که منبع کلیه مطالبات گفته شده در این قسمت را می‌توانید در منبع [۱۱] این مقاله جستجو کنید. به علت زیاد بودن تعداد منابع از ذکر تک تک این منابع خودداری نموده و شما را به منبع ۱۱ این مقاله رجوع می‌دهیم. جدول متغیرهای موثر بر فشار خون دیاستولیک در جدول ۱ قابل مشاهده می‌باشد. همانگونه که این جدول نمایش می‌دهد متغیر BMI با فشار خون دیاستولیک رابطه نشان داد ( $0.00 < p$ ). جهت این ارتباط مانند مطالعات گذشته در جهت مثبت بوده و با افزایش یک واحد بر شاخص BMI فشار خون دیاستولیک را  $41/0$  میلیمتر جیوه افزایش می‌داد. متغیر سن نیز مانند مطالعات گذشته با فشار خون دیاستولیک رابطه مثبت نشان داد ( $0.00 < p$ ). با افزایش

یک سال بر سن افراد فشار خون دیاستولی  $2/0\%$  میلیمتر جیوه افزایش می‌یافتد. نوبتکاری با فشار خون دیاستولی  $876/0\% = p$  رابطه نشان نداد. در مطالعات پیشین روابط متناقضی در مورد رابطه با فشار خون و نوبتکاری گزارش شده است. که اکثر آنها در جهت تایید فرضیه افزایش فشار خون نوبتکارها به نسبت روزگارها بوده است. رابطه بین متغیر وضعیت ازدواج با فشار خون دیاستولیک  $0/04\% = p$  پذیرفته شد. با متأهل شدن و سپس بچه دار شدن افراد فشار خون سیستولی مرتبا کاهش می‌یافتد. البته مطالعات مختلف نیز نتایج متناقضی در مورد اثر وضعیت تأهل با فشار خون نشان داده اند. البته نکته مهمی که ممکن است رابطه مشاهده شده در مورد تغییر وضعیت تأهل را در این مطالعه مخدوش کند عامل سن است زیرا با افزایش سن، افراد متأهل و سپس فرزند دار می‌شوند. بنابراین امکان دارد که رابطه مشاهده شده ناشی از سن باشد و نه وضعیت تأهل. البته از آنجایی که سن در این مطالعه تغییرات زیادی را دارا نبود احتمال مخدوش شدگی رابطه مشاهده شده با سن بسیار ناچیز می‌باشد. همچنین نتایج نشان دهنده عدم ارتباط نوع شغل با فشار خون دیاستولیک  $14/0\% = p$  بود. نتایج همچنین نشان دهنده کاهش فشار خون کارگران نسبت به کارمندان اداری بود. در مطالعات مختلف فشار شغلی از عوامل موثر بر فشار خون بوده است. البته در مشاهده رابطه نوع شغل و فشار خون باید به این نکته نیز توجه داشت که کارگران بخاطر انجام کارهای فیزیکی عموماً افرادی لاغرتر هستند. ضمن اینکه افرادی کارگر می‌شوند که از لحاظ پرشکی افراد سالم‌تری باشند.

نوع استخدام نیز با فشار خون و دیاستولیک  $27/0\% = p$  رابطه نشان نداد. ذکر این نکته خالی از لطف نیست که افراد شاغل رسمی دارای سن بیشتر نسبت به افراد با استخدام قراردادی بودند.

متغیر تحصیلات نیز با فشار خون دیاستولیک  $6/0\% = p$  رابطه نشان نداد. در اکثر مطالعاتی که بین سطح تحصیلات و فشار خون رابطه مشاهده شده بود، این رابطه یک رابطه کاهشی بود یعنی اینکه با افزایش تحصیلات افراد فشار خون کاهش می‌یافتد. همچنین نتایج نشان داد که مردها فشار خون دیاستولیک  $11/00\% < p$  بیشتری نسبت به زنان دارا می‌باشند. این ارتباط می‌تواند ناشی از آرامش بیشتر مردان نسبت به زنان باشد. این افزایش فشار خون برای فشار خون دیاستولیک  $25/10\%$  میلیمتر جیوه بود. این ارتباط با مطالعات پیشین نیز هماهنگی داشت [11].

## ۶ ضمیمه:

### بخش اول: محاسبه امید و واریانس متغیر تصادفی $Y$

$$E(y) = E(X\alpha + Z\beta + e) = X\alpha \quad (8)$$

$$\begin{aligned} V(y) = var(X\alpha + Z\beta + e) &= var(X\alpha) + var(Z\beta) + var(e) \\ &= Z var(\beta)Z' + var(e) \implies V(y) = ZGZ' + R \end{aligned}$$

### بخش دو: محاسبه ضرایب ثابت مدل (α)

همانگونه که می‌دانید تابع درستنمایی نرمال چند متغیره عبارتست از

$$L = \frac{\exp[-\frac{1}{2}(Y - X\alpha)'V^{-1}(Y - X\alpha)]}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}|V|^{\frac{1}{2}}} \quad (9)$$

با لگاریتم گرفتن از معادله بالا داریم

$$\log(L) = K - \frac{1}{2}[\log|V| + (Y - X\alpha)'V^{-1}(Y - X\alpha)]$$

با گرفتن مشتق ماتریسی از معادله بالا داریم

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial\alpha} \log(L) &= \frac{\partial}{\partial\alpha} (K - \frac{1}{2}[\log|V| + (Y - X\alpha)'V^{-1}(Y - X\alpha)]) \\ &= \frac{\partial(Y - X\alpha)'V^{-1}(Y - X\alpha)}{\partial\alpha} = -2X'V^{-1}(Y - X\alpha) \end{aligned}$$

حال با مساوی قرار دادن معادله بالا با صفر داریم

$$\hat{\alpha} = (X'V^{-1}X)^{-1}X'V^{-1}Y$$

### بخش سوم: محاسبه مولفه‌های تصادفی مدل

در ابتدا اندیس گذاری زیر را در نظر بگیرید.

$\gamma_R$  : پارامترهای واریانس ماتریس  $R$

$\gamma_G$  : پارامترهای واریانس ماتریس  $G$

$\gamma$  : پارامترهای واریانس ماتریس  $V$

بر اساس اندیس گذاری بالا می‌توانیمتابع درستنمایی را به صورت زیر تعریف کیم:

$$L(\alpha, \beta, \gamma, y) = L(\alpha, \gamma_R, \gamma| \beta) L(\gamma_G, \beta) \quad (10)$$

با داشتن توزیع نرمال شرطی می‌توانیم معادله بالا را به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$\begin{aligned} L(\alpha, \beta, \gamma, y) &\propto |R|^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}(y - X\alpha - Z\beta)' R^{-1} (y - X\alpha - Z\beta)\right] \\ &\quad \times |G|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2}\beta' G^{-1} \beta\right) \end{aligned}$$

با لگاریتم گیری از معادله قبل داریم

$$\log(L) = -\frac{1}{2}[\log|R| + (y - X\alpha - Z\beta)' R^{-1} (y - X\alpha - Z\beta)] + \log|G| + \beta' G^{-1} \beta + K$$

که در آن  $K$  همه مقادیر ثابتی است که در ماکریم نمودن تابع درستنمایی نقشی ایفا نمی‌کند با مشتق گیری از  $\beta$  در معادله بالا داریم.

$$\partial \log(L) / \partial \beta = Z'R^{-1}(y - X\alpha - Z\beta) - G^{-1}\beta = -(Z'R^{-1}Z + G^{-1})\beta + Z'R^{-1}(y - X\alpha)$$

با مساوی قرار دادن این معادله با صفر داریم

$$(Z'R^{-1}Z + G^{-1})\hat{\beta} = Z'R^{-1}(y - X\alpha)$$

$$\hat{\beta} = (Z'R^{-1}Z + G^{-1})^{-1}Z'R^{-1}(y - X\alpha)$$

با دانستن این نکته که  $R = ZGZ' + V$  می‌توانیم معادله قبل را به فرم دیگر، و به شکل زیر بنویسیم.

$$\hat{\beta} = GZ'V^{-1}(y - X\alpha)$$

## تشکر و قدردانی

بدین وسیله از بنیاد ملی نخبگان به خاطر حمایت‌های بی دریغ این نهاد خدمتگذار و نخبه پرور از اینجانب و همچنین آفای دکتر صنعتی بخاطر زحمات بی اندازه شان کمال تشکر و قدردانی را دارم.

## مراجع

- [1] Goldstein, H. Multilevel Models in Educational and Social Research ,London 1987, Griffin.
- [2] Hox, J. Multilevel Analysis: Techniques and Applications. Mahwah 2002., N.J.: Lawrence Erlbaum Associates
- [3] Douglas A.Luke,Multilevel modeling.A sage university paper series 2004 .Quanitative applications in social sciences;143
- [4] McCulloh,C.Searel,S.Generalized,Liner, and Mixed Models,Wiley 2001,New York.
- [5] Brown,H . Prescott,R(2006). Applied Mixed Model in Medicine , Second Edition , John Wiley & Sons,Ltd ,UK
- [6] Bryk, A.S. and Raudenbush,S.W. :Hierarchical linear models. Newbury Park: 1992 Sage.
- [7] Liang, K. and Zeger, S.L: Longitudinal data analysis using generalized linear models. Biometrika 1986; 73:45-51
- [8] Zeger, S.L. and Karim, M.R: Generalised linar models with random effects ; a Gibbs Sampling approach. Journal of the American Statistical Society 1991; 86:79-102
- [9] Brown,H . Prescott,R. Applied Mixed Model in Medicine , Second Edition , John Wiley & Sons,Ltd , 2006;UK
- [10] Myers R.H., Montgomery D.C., Vining G.G., Generalized Linear Models with Application in Engineering and Sciences, John Wiley &

Sons, Inc. 2002, New York.

- [۱۱] غلامی، م. کاربرد روش تحلیل چند سطحی در بررسی برآورد کننده‌های تغییرات طولی فشار خون در یک کوهورت گذشته‌نگر شاغل در پایی اکریل اصفهان از سال ۷۰ تا ۸۷، ۱۳۸۸ رساله کارشناسی ارشد. دانشکده علوم پزشکی اصفهان، دانشکده بهداشت.