پ ش نـ قا لـ ت اعتماد سـ ستم‌ها پ چ ده کمک ماره‌ها ترت

حسـ ن بـ ورانی[1] و کتور ور و چ کارلـ وف[2]

[1] دانشگاه تـ ر ز دانشکده ر ا
[2] دانشگاه دولتـ مسکو دانشکده ر ا ات محاسـ اتـ و سـ رنتـ ک

چکـ ده در ا ن مقاله ه عنوان و ژگی مهم قا لـ ت اعتماد ک سـ ستم سعی در رورد تعداد کل خـ اها ا نقصهای موجود ن سـ ستم دار م دن منـ ور اارا ه فر های اولـ ه ه فرا ند زمون سـ ستم جهت شکارسازی خـ اها پرداخته در ادامه ه ساخت مدل و رورد پارامتر کلـ دی ن عنی تعداد کل خـ اهای موجود در سـ ستم ا استفاده از روش راستنما ی ماکز مم خواه م پرداخت

واژه‌ها کلـ د قا لـ ت اعتماد مدل رشد قا لـ ت اعتماد سـ ستم‌های منـ م

مقدمه

کی از و ژگـ های مهم در حث قا لـ ت اعتماد سـ ستم‌های مختلف و ژه سـ ستم‌های رنامه‌ای نرم‌افزاری پـ ش ـنی تعداد کل خـ اها ا نقصهای موجود در نها است تاکنون مقالات متعددی در ا ن زمـ نه نوشته شده است که از ا ن مـ ان می‌توان ه کارهای مـ لز (Mills, 1972) جلـ نسکی و ماراندا (Jelinski, Moranda, 1972) نلسون Nelson, 1973) مارز Maerz, 1980) شانتـ کومار (Shanthikumar, 1983) کارپوفسکی و چ ژوف (Karpovcki, Chijov, 1990) و کارلـ وف Karolev, 1992 اشاره کرد

ا ن مقاله روش پـ ش نی تعداد کل خـ اها در سـ ستم‌های اصلاح پذ ر و منـ م را ارا ه کرده است منـ ور از سـ ستم اصلاح پذ ر سـ ستمی است که خـ اهای ن لافاصله پس از مشاهده قا ل اصلاح است همچنـ ن ک سـ ستم منـ م سـ ستمی است که در ن تغـ ر روی می‌دهد اگر و فقـ اگر خـ ا ا نقصی روی داده اشد

شرح مسـ له

در ا ن خش ا تدا فر های اولـ ه را جهت ساخت مدل ماری ان کرده سپس ه نحوه زمون سـ ستم جهت شکارسازی خـ اهای موجود پرداخته و در ادامه مدل ماری رای مسـ له معرفی می‌شود

Archive of SID

www.SID.ir

۱ فر ها اول ه

فرض کن م مجموعه مقاد ر ورودی ک رنامه را توان ا $[\ , N]$ نشان داد که هر نق ه از ا ن مجموعه م ا ق ک دنباله از دستورات اجرا ی است همچن ن فرض کن م که در ا ن رنامه n خ ا وجود دارد که در صورت مشاهده قا ل اصلاح هستند س ستم اصلاح پذ ر منا $I_1, I_2, \ldots, I_n$ را پاره‌خ های جدا از هم متعلق ه مجموعه $[\ , N]$ در ن ر می‌گ ر م هرکدام از ا ن پاره‌خ ها مجموعه نقا ورودی هستند که تنها از کی از n خ ای موجود در س ستم می‌گذرند ول ا ن پاره‌خ ها را ه ترت ا $X_1, X_2, \ldots, X_n$ نشان می‌ده م می‌توان فرض کرد مجمو X_iها عنی $\sum_{i=1}^{n} X_i$ ارها از N عنی ول پاره‌خ $[\ , N]$ کوچکتر است فرض کن م متغ رهای $X_1, X_2, \ldots, X_n$ مستقل و همتوز ا تا توز $F(x) = p(X \le x)$ هستند

زمون س ستم

فرا ند زمون س ستم ه صورت ز ر در ن ر گرفته می‌شود در لح ات ... ه تصادف نق ه‌ای از پاره خ $[\ , N]$ را انتخا می‌کن م ا ا ن فرض که انتخا نق ه‌ها در هر ار زما ش دارای توز کنواخت در ا ن پاره‌خ و منا زما شها مستقل از هم می ا شند ا ن زما ش تا زمانی تکرار می‌شود که در کی از پاره‌خ های $I_i; i = \ , \ , \ldots, n$ فت م ه محض افتن اول ن خ ا ن را اصلاح می‌کن م و ه زما ش تصادفی روی پاره‌خ $[\ , N]$ ادامه می‌ده م تا در I_i د گری فت م و خ ای ن اصلاح شود ه ا ن ترت تعداد پاره‌خ های شامل خ اها کاهش می ا د و در نت جه قا ل ت اعتماد س ستم افزا ش خواهد افت

۳ ساخت مدل

فرض کن م S_k مجمو ول پاره‌خ ها ی است که تا ه حال خ اهای نها اصلاح نشده است رای مثال $S_1 = \sum_{i=1}^{n} X_i$ و اگر اول ن خ ا در ی زمون س ستم در پاره‌خ jام شکار و اصلاح شده اشد نگاه $S_2 = S_1 - x_j$

اگر ν_k را تعداد زمونها ی که عد از افتن $(k - \ )$ام ن خ ا تا شکار شدن خ ای kام انجام می‌شود فرض کن م نگاه ه شر معلوم ودن مقدار S_k ν_k دارای توز هندسی ا پارامتر s_k/N است که البته می‌توان ن را کمک توز نما ی ا پارامتر s_k/N تقر زد Gnedenko 2001

نا را ن متغ ر تصادفی ζ_k ا فرض $\zeta_k = \nu_k/N$ ه شر $S_k = s_k$ دارای توز نما ی ا پارامتر s_k خواهد ود ه عبارتی $P(\zeta_k \ge t) = e^{-s_k t}$ همچن ن می‌توان ζ_k را مانند فاصله زمانی ن $(k - \ )$ام ن و kام ن شکار شدن خ ا فرض کرد

Archive of SID

www.SID.ir

اگر متغ ر تصادفی Y_k را ه صورت $Y_k = \sum_{j=1}^{k} \zeta_j$ نشان ده م نگاه Y_k زمان لازم رای افتن و اصلاح k خ ای اول در س ستم است و در نت جه Y_n زمان لازم رای افتن و اصلاح تمامی خ اهای موجود در س ستم خواهد ود

ک مس له افتن توز توام $(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n)$ است ا توجه ه خصوص ت مارههای ترت بی ثا ت می‌شود که توز توام $(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n)$ همانند توز توام مارههای مرت $(V_{(1)}, V_{(2)}, \ldots, V_{(n)})$ که از نمونه تصادفی مستقل و همتوز $V_1, V_2, \ldots, V_n$ ا تا توز $H(x)$ ه فرم ز ر استخراج شده‌اند Galtsov,Solovev 1991

$$H(t) = \int_{0}^{\infty} (\quad - e^{-tx}) d_{F(x)}, \quad t \geq \qquad (\ )$$

نا را ن اگر تا چگالی V را ا $h(v)$ نشان ده م نگاه تا چگالی توام لح ه‌های زمانی $(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n)$ ه صورت ز ر خواهد ود

$$g(y_1, y_2, \ldots, y_n) = n!\, h(y_1) h(y_2) \ldots h(y_n) \qquad (\ )$$

رورد تعداد کل خ اها

م ال ذکرشده در خش قبلی تنها در صورتی امکانپذ ر است که n عنی تعداد کل خ اها در س ستم معلوم اشد ا ا نکه رای شکارسازی تمام خ اها زمون را تا ی‌نها ت ادامه ده م که در عمل امکان پذ ر ن ست پس رورد n ه عنوان پارامتر و همچن ن مشخصه قا ا ت اعتماد س ستم کاری روری ن ر می‌رسد

۱ ۳ روش راستنما ی ماکز مم

حال فرض کن م که تا لح ه زمانی t m خ ا شکار شده است پس m لح ه زمانی $Y_1 \leq Y_2 \leq \ldots \leq Y_m$ معلوم هستند که در ن Y_i زمان وقو i ام ن خ ا در س ستم است ا توجه ه را ه و خواص مارههای ترت بی تا چگالی توام $(Y_1, Y_2, ..., Y_m)$ را می‌توان ه صورت ز ر نوشت

$$g(y_1, y_2, ..., y_m) = \frac{n!}{(n-m)!} (\quad - H(y_m))^{(n-m)} \prod_{j=1}^{m} h(y_j) \qquad (\ )$$

اکنون پارامتر n را کمک روش راستنما ی ماکز مم رورد می‌کن م دار م

$$\ell(n; y_1, y_2, \ldots, y_m, m) \propto U(n; y_m, m)$$

Archive of SID

که در ن تا ℓ لگار تم تا راستنما ی ماکز مم است و

$$U(n; y_m, m) = \sum_{j=n-m+1}^{n} logj + nlog(\ - H(y_m))$$

در نت جه خواه م داشت

$$\hat{n}_{MLE} = max(m, \hat{n}_I) \qquad (\ )$$

که

$$\hat{n}_I = \begin{cases} [\hat{n}] & , if \quad U([\hat{n}]; Y_m, m) \geq U([\hat{n}] + \ ; Y_m, m), \hat{n} > \hat{n} \\ [\hat{n}] + & , if \quad U([\hat{n}]; Y_m, m) < U([\hat{n}] + \ ; Y_m, m), \end{cases}$$

و

$$\hat{n} = \frac{m}{H(Y_m)} \qquad (\ )$$

رای اثبات از را ه

$$U(n; y_m, m) - U(n - \ ; y_m, m) = log\frac{n(\ - H(y_m))}{n - m}$$

استفاده نموده و nی را می ا م که ن را مثبت نما د

هما ن ور که ملاح ه می‌شود رای رورد تعداد کل خ اهای موجود در س ستم کافی است مقدار m و $H(y_m)$ را داشته اش م در ادامه توز   راوردگر $\hat{n}$ را معرفی و خواص ن را ررسی می‌کن م

۳ خواص بر ورد بدست مده برا n

 نا ه و ژگ های ماره‌های ترت بی ذرنوش   ا معلوم ودن تا توز H ماره $\hat{n}$ همتوز است ا $mW_{(n-m+1)}$ که در ن $W_{(n-m+1)}$ ($n - m +$)ام ن ماره ترت بی ساخته شده از نمونه‌ای ه حجم n از توز   پارتو ا ا ه $W(x) = \ - x^{-1} \ ; \ x \geq$ است عنی دار م

$$\hat{n} =^d= mW_(n - m + \ )$$

$$p_n(\hat{n} < x) = (\frac{m}{x})^n \sum_{i=n-m+1}^{n} {C_n}^i (\frac{x}{m} - \ )^i \ ; \ x \geq m \qquad (\ )$$

Archive of SID

از را ه امد ر ا ی و وار انس $\hat{n}$ ه راحتی دست می د

$$E(\hat{n}) = \frac{mn}{m-} \qquad ( )$$

$$Var(\hat{n}) = \frac{m^{۲}n(n-m+\ )}{(m-\ )^{۲}(m-\ )} \qquad ( )$$

و ا توجه ه را ه ک راورد نار رای nعبارت است از

$$\hat{n}_{۱} = \frac{(m-\ )}{m}.\hat{n} = \frac{m-}{H(Y_m)} \qquad ( )$$

که راوردگر جد د کاهش وار انس را هم دنبال دارد منا توز ن ا توجه ه را ه ه صورت ز ر خواهد ود

$$p_n(\hat{n}_{۱} < x) = (\frac{m-}{x})^n \sum_{i=n-m+۱}^{n} C_n{}^i(\frac{x}{m-} - \ )^i \ ; \ x \geq m- \qquad ( )$$

نت جه‌گ ر

اگر تا لح ه زمانی t تعداد m خ ا ه کمک زمون تصادفی در س ستم شکار شده اشد نگاه ا داشتن تا توز $F(x)$ ا تدا کمک را ه $H(t)$ را محاسبه و سپس اm و $H(y_m)$ می‌توان ک رورد نا‌ار رای تعداد کل خ اهای موجود در س ستم دست ورد منا چون توز ا ن راوردگر معلوم است محاسبه فاصله ا م نان $(\alpha -\ )$ رای $\hat{n}$ امکان پذ ر است

مراج

[1] Mills, H. D. (1972), On the statistical validation of computer programs, Report 72-615, IBM Federal Systems Division. Gaithesburg, MD.

[2] Jelinski, Z. and Moranda, P. B. (1972) Software reliability research, Statistical Computer performance Evalation, New York, 1972, p. 465-484.

[3] Nelson, E. C. (1973), A statistical basis for software reliability assessment, Report TRW-SS-73-03. TRW Software Series, Redondo Beach, CA.

Archive of SID

www.SID.ir

[4] Maerz, G. J. (1980), Software reliability, M. (in Russian).

[5] Shanthikumar, J. G. (1983), Software reliability models: a review, Microelectronics Reliability, Vol. 23, No. 5, p. 903-943.

[6] Karpovcki, E. Ya. , Chijov C. A. (1990) Software reliability package, Kiev, (in Russian).

[7] Galtsov, M. V. , Solovev A. D. (1991), An elementary model of complex software testing, Vecthik Mockobckova yhiversiteta, Cer. Matematika, Mexahika, No 5, p. 74-76, (in Russian).

[8] Korolev, V. Yu. (1992), Probabilistic and statistical methods for software reliability, Vecthik Mockobckova yhiversiteta, Cer. VMEK, No. 3, p. 3-12, (in Russian).

[9] Gnedenko, B. V. (2001), A course in probability theory, M. ORSS (in Russian).

رنولد الاکر شنان نگاراجا ترجمه ذرنوش ح نخستین درس آمارهای ترتیبی
انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد

Archive of SID

www.SID.ir