انتشار یک مد موجی در پلاسما با اصلاح رابطه بوهم- گروس

احمد مهرآمیز، عضو هیات علمی دانشگاه

سمانه مجازی دلفارد، دانشجوی کارشناسی ارشد

گروه فیزیک دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره)، قزوین

چکیده:

در این مقاله با روشی نسبتا ساده تابع معرف رفتار الکترودینامیکی یک محیط پلاسمایی برای یکی از مدهای موجی معروف مورد بازنگری قرار می گیرد. نشان داده می شود که رابطه معروف بوهم-گروس، تحت تاثیر جنبه های غیر کلاسیکی ذرات پلاسما شکل تعمیم یافته تری به خود می گیرد.

Propagation of a plasma mode wave with Modification of Bohm-Gross relation

A. Mehramiz & S.Majazi Senior student of atomic physics

Mehramiz @sci.ikiu.ac.ir
Samanehmajazi@gmail.com

Imam Khomeini International,university ,Qazvin

۱. مقدمه

شناخت و اختراع پلاسما و لیزر از بزرگترین دستاوردهای دانش فیزیک به شمار می روند که پیشرفت هایی شگرف در علوم و فناوری پدید آورده اند. محیط های پلاسمایی در دو دسته بزرگ به نام پلاسماهای طبیعی و دست ساخته انسان قرار می گیرند[۱]. از پلاسماهای طبیعی می توان به مگنتوپلاسمای موجود در مگنتوسپهر زمین و پلاسمای درون محیط های ستاره ای اشاره نمود. پلاسماهای مصنوعی نیز در لیزر های گازی، تفنگ الکترونی، تلویزیون پلاسما، سوزن های پلاسمایی پزشکی و همجوشی کنترل شده و غیره نمود پیدا می کنند .

از ویژگی های مهم پلاسما، بروز انواع امواج و نوسانات الکترومغناطیسی است. تا اوایل قرن حاضر در بیشتر پژوهش های پلاسما، از روابط فیزیک کلاسیک بهره گرفته می شد. از نخستین پژوهش ها قرن بیستم در باره وجود امواج پلاسما می توان به کار لانگمیر در دهه ۲۰ میلادی[۲] و بوهم -گروس در دهه ۴۰ میلادی اشاره نمود[3]. در دهه های بعدی و تا اوایل قرن حاضر کار های زیادی در زمینه چگونگی انتشار امواج پلاسما انجام گرفته است.کمتر از دو دهه است که پیشرفت های اخیر در زمینه نانو ساختارهای فلزی و نیمه رسانا، میکرو پلاسماها، محیط های اختر فیزیکی بسیار چگال و غیره باعث شده تا جنبه های کوانتومی ذرات پلاسما و ارائه مدل های کوانتومی و تاثیر آنها بر رفتار محیط های پلاسمایی مورد توجه قرار گیرد[۴]. در کار حاضر با روشی نسبتا ساده، علاوه بر الزامات فیزیک کلاسیک حاکم بر معادلات پلاسما، جنبه ی کوانتومی ذرات نیز مورد توجه قرار گرفته و تاثیر آن بر روابط نشانگر پاشندگی یک نوع از امواج پلاسما برآورد می شود.

۲. فرضیات و مدل فیزیکی

یک شاره الکترومغناطیسی متشکل از ذرات بارداری همچون یون های تک بار یونیزه و الکترون ها با چگالی تعادلی و یکسان n_0 را در نظر می گیریم .فرض می شود الکترون های محیط دارای دمای متناهی T_e بوده و هیچ گونه میدان الکتریکی یا مغناطیسی خارجی بر محیط اعمال نگردد . سیستم مورد نظر در حالت تعادل وضعیت شبه خنثایی دارد ولی کمترین اختلال در هر یک از کمیت های فیزیکی باعث ایجاد میدان های الکتریکی نوسانی و در نتیجه حرکت نسبی ذرات محیط به ویژه الکترون ها می شود.فرض می شود یون ها به دلیل حرکت پذیری کمتر در حال سکون باقی بمانند. بنا بر این بروز میدان الکتریکی باعث پریشیدگی و نوسانی شدن کمیت های فیزیکی مرتبط با الکترون ها (چگالی و سرعت) و محیط (پتانسیل الکتریکی) می گردد.

فرض می شودکمیت های چگالی ،سرعت و میدان دارای دو بخش تعادلی (با اندیس صفر) و اختلالی(با اندیس یک) باشند. در ادامه با معرفی معادله حاکم بر سیستم و بررسی نحوه ی انتشار و اصلاح یک مد موجی پرداخته می شود.

نخستین معادله حاکم بر رفتار ذرات ، معادله پواسون است یعنی :

$$\nabla . \boldsymbol{D} = \rho_{0i} + \rho_e \qquad (۱)$$

که در آن ρ_{0i} و ρ_e به ترتیب چگالی های بار یون ها و الکترون ها هستند.

معادله پایستگی، دیگر رابطه حاکم بر محیط الکترو مغناطیسی است که به صورت زیر داده می شود.

$$\partial_t n_{1e} + \nabla . (n_{0e} \boldsymbol{v}_1) = 0 \qquad (۲)$$

سومین معادله فیزیکی ، معادله تغییرات تکانه است که به صورت زیر بیان می گردد:

$$\partial_t \rho_m \boldsymbol{v} = \boldsymbol{F}_{pqe} \qquad (۳)$$

در این رابطه ρ_m نشان دهنده چگالی جرمی و $\boldsymbol{F}_{Pqe}$ نیروی کل وارد بر عنصر حجم شاره است که از جمع برداری سه نیروی ناشی از فشارکلاسیکی به صورت:

$$\boldsymbol{F}_p = -\nabla p_c = -\gamma K T \nabla n$$

و نیروی کوانتومی بوهم :

$$\boldsymbol{F}_q = -\nabla p_q = -\frac{\hbar^2}{2m^2} \nabla \left(\frac{\nabla^2 \sqrt{n}}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\boldsymbol{F}_e = -e\boldsymbol{E}$$ و نیروی الکتریکی

حاصل می گردد. برای هر یک از کمیت های چگالی ،سرعت و میدان الکتریکی شکل ترکیبی شامل دو بخش تعادلی و نوسانی (کوچک)

$$\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\psi}_0 + [\boldsymbol{\psi}_1 = \boldsymbol{\psi}_{10} e^{(ikx - \omega t)}]$$

را در نظر می گیریم $(\psi_1 \square \psi_0)$.

از خطی سازی وتبدیل فوریه روابط (۱) تا (۳) به ترتیب به روابط زیر می رسیم:

$$-i\omega n_1 + ikn_0 v_1 = 0 \rightarrow n_1 = \frac{kv_1 n_0}{\omega} \qquad (۴)$$

$$ikE_1 = \frac{e}{\varepsilon_0} n_1 \quad \boldsymbol{F}_{pqe} = \boldsymbol{F}_e = -e\boldsymbol{E}_1 \quad E_1 = \frac{ev_1 n_0}{i\omega\varepsilon_0} \qquad (۵)$$

$$-i\omega m n_0 v_1 = -en_0\left(\frac{-ev_1 n_0}{i\omega\varepsilon_0}\right) - \frac{ik^4\hbar^2 v_1}{4\omega m^2} - \gamma KTik\left(\frac{kv_1 n_0}{\omega}\right) \qquad (۶)$$

از ترکیب روابط(۴) و(۶) رابطه زیر به دست می آید:

$$-i\omega m n_0 v_1 = -en_0\left(\frac{-ev_1 n_0}{i\omega\varepsilon_0}\right) - \frac{ik^4\hbar^2 v_1}{4\omega m^2} - \gamma KTik\left(\frac{kv_1 n_0}{\omega}\right) \qquad (۷)$$

رابطه آخر را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$1 = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{\hbar^2 k^4}{4m^2\omega^2} + \frac{\gamma KTk^2}{m\omega^2} \qquad (۸)$$

که در آن از تساوی های زیر استفاده شده است:

$$\frac{1}{2}mv_{th}^2 = KT \;, \gamma = 3 \,, \omega_p^2 = \frac{ne^2}{\varepsilon_0 m} \qquad (۹)$$

بنابراین تابع رفتار الکترودینامیکی زیر برای محیط و موج منتشر شونده در آن بدست می آید:

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3}{2}v_{th}^2 k^2 + \frac{\hbar^2 k^4}{4m^2} \qquad (۱۰)$$

برای تحلیل رابطه بدست آمده حالت های ویژه زیر را در نظر می گیریم .

الف):محیط الکترو مغنا طیسی کلاسیک و سرد

به عنوان ساده ترین حالت فرض می شود که از اثرات گرمایی و کوانتومی ذرات محیط چشم پوشی گردد.
یعنی $(\boldsymbol{F}_{pqe} = \boldsymbol{F}_e = -e\boldsymbol{E}_1 \text{ و } \boldsymbol{F}_q = \boldsymbol{F}_P = 0)$ لذا در معادله (۳) با چشم پوشی از این اثرات معادلات قبلی شکل ساده ای به خود خواهند گرفت . معادله (۱۰) به شکل ساده زیر ساده می شود:

$$\omega^2 = \omega_p^2 \qquad (۱۱)$$

این معادله گویای این است که موج منتشر شونده ای در محیط وجود ندارد و صرفا نوساناتی با فرکانس ω_p (که تابعی از چگالی الکترون ها است) رخ می دهد.

ب): محیط الکترو مغنا طیسی کلاسیک و گرم

در این بخش $F_q = 0$ ولی $(F_P, F_q) \neq 0$ فرض می شوند. یعنی جنبه کوانتومی ذرات محیط نادیده گرفته می شود، در این حالت رابطه (۱۰) شکل زیر را به خود می گیرد.

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3}{2} v_{th}^2 k^2 \qquad (۱۲)$$

در رابطه بدست آمده وجود مد موجی منتشر شونده که ریشه در جنبه گرمایی ذرات محیط دارد آشکار است،این رابطه توسط لانگمیر و بوهم-گروس معرفی شده بود.

پ) : محیط الکترومغناطیسی کوانتومی و سرد

در سومین حالت فرض می شود $F_p = 0$ و $(F_p, F_q) \neq 0$ باشد یعنی از جنبه گرمایی ذرات محیط چشمپوشی شده وتاکید بر نقش جنبه کوانتومی ذرات است.در این حالت رابطه (۱۰) شکل زیر را خواهد داشت.

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{\hbar^2 k^4}{4m^2} \qquad (۱۳)$$

این رابطه بیانگر وجود مدهای موجی منتشر شونده است که ریشه در جنبه کوانتومی در نظر گرفته شده برای محیط دارد. از وابستگی فرکانس موج به طول موج آشکار است که جنبه ای کوانتومی در مد های موجی با کاهش طول موج بیشتر خود نمایی می کنند.

مقایسه عددی : همانطور که بدست آوردیم در اثر گرادیان فشار کلاسیکی در رابطه پاشندگی به جمله $\frac{3}{2}v_{th}^2k^2$ و در اثر گرادیان فشار کوانتومی به جمله $k^4\hbar^2/4m^2$ رسیدیم. هر کدام از این دو باعث به وجودآمدن موج در رابطه‌ی پاشندگی می‌شوند. حال می‌خواهیم ببینیم اثر جمله کلاسیکی گرادیان فشار در رابطه‌ی پاشندگی بیشتر است یا اثر جمله کوانتومی؟

برای محاسبه‌ی عددی یک پلاسمای آزمایشگاهی را با پارامترهای عمومی زیر در نظر می‌گیریم.

$K=1.38\times 10^{-23}\ J\ K^{-1}$

$\hbar$ =1.054× 10^{-34} j.s

λ =10^2 m

T=10^8 k

m=9.1× 10^{-28} kg

$v_{th}^2 = {2KT}/{m}$

$k = {2\pi}/{\lambda}$

$k = {2 \times 3.14}/{10^2} = 0.062$

$k^2 = 0.0038$

$\frac{3}{2} v_{th}^2 k^2 = 13 \times 10^9$

$\frac{\hbar^2 k^4}{4m^2} = 0.03 \times 10^{-18}$

در مورد یک پلاسمای کیهانی نیز داریم:

$\lambda = 10^{25} m$

$T = 10^7 k$

$V_{th}^2 = \frac{2KT}{m}$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\frac{3}{2} v_{th}^2 k^2$

$\frac{\hbar^2 k^4}{4m^2}$

همانطور که در مورد یک پلاسمای زمینی جمله‌ی کوانتومی و کلاسیکی را محاسبه کردیم در اینجا نیز محاسباتی که در مورد پلاسما آزمایشگاهی انجام دادیم را برای یک پلاسما کیهانی مورد بررسی قرار می دهیم، خواهیم دید جمله ای که از گرادیان فشار کوانتومی بدست می آید خیلی کوچکتر از جمله ای است که از گرادیان فشار کلاسیکی حاصل شده است.

نتیجه گیری: اگر محیط الکترومغناطیسی ،کلاسیک و سرد باشد تنها نوسانات پلاسمایی را داریم و موجی در محیط به وجود نخواهد آمد،

اما اگر محیط الکترومغناطیسی ،گرم و کلاسیک یا سرد وکوانتومی باشد در محیط موج به وجود خواهد آمد.همچنین در حالت کلی اگر محیط الکترومغناطیسی، هم گرم و هم کوانتومی باشد باز هم موج در محیط داریم .در مقایسه جمله گرادیان

فشار کوانتومی در برابر جمله گرادیان فشار کلاسیکی طبق محاسبات عددی بالا می بینیم تأثیر جمله کلاسیکی در بـه وجـود آمدن موج خیلی بیشتر از تأثیر جمله کوانتومی است.

منابع :

[1]. مقدمه ای بر فیزیک پلاسما و همجوشی کنترل شده، نوشته فرانسیس اف چن ترجمه دکتر صمد سبحانیان ،انتشارات دانشگاه تبریز، ۱۳۸۰ .

[2]. I. Langmuir, Irving, "The Arrangement of Electrons in Atoms and Molecules". Journal of the American Chemical Society ***41*** *(6), 868–934. (1919).*

[3]. D. Bohm and E. P. Gross, Theory of plasma oscillations. A. Origin of mediumlike Behavior, B. Excitation and damping of illations, phys. Rev.75, 1851(1949) p.1864.

[4]. F. Haas, Phys. Plasmas ***12****, 012110 (2005).*