2ND. INTERNATIONAL CONFERENCE ON
MANAGEMENT & INDUSTRIAL ENGINEERING
ISTANBUL - TURKEY 18 March 2016
دومین کنفرانس بین المللی
مدیریت و مهندسی صنایع
استانبول – ترکیه ۲۸ اسفند ماه ۱۳۹۴

ارزیابی کارایی تحلیل پوششی داده با استفاده از سیستم IDMU و ADMU

مژده مفرح
دانشجوی ارشد مهندسی صنایع گرایش سیستمهای اقتصادی اجتماعی دانشگاه غیرانتفاعی ایوانکی
mozhdehmofarrah@gmail.com

دکتر علی‌محمد احمدوند[۱]، مهندس حسین اقبالی[۲]
ریاست و عضو هیات علمی دانشگاه غیرانتفاعی ایوانکی[۱]، عضو هیات علمی دانشگاه غیرانتفاعی ایوانکی[۲]
[2] h.eghbali@eyc.ac.ir, [1]ahmadvand@eyc.ac.ir

چکیده
در این مقاله در ارتباط با بحث تحلیل پوشش داده ها، دو مجموعه مجازی به نام های واحد تصمیم گیری ایده آل (IDMU) و واحد تصمیم گیری غیرایده آل (ADMU) معرفی می گردند. در نتیجه مدل های تحلیل پوششی داده ارائه شده را مدل های تحلیل پوششی داده ها به کمک واحد های ایده آل و ضد ایده آل می نامیم. در یک حالت، کارآیی واحد تصمیم گیری، از دیدگاه بهترین حالت ممکن، مورد بررسی قرار گرفته است. از ترکیب دو کارایی به دست آمده برای ایجاد یک شاخص جامع تحت عنوان نزدیکی تقریبی (RC) به IDMU استفاده شده است که شبیه به روشTOPSISدر مبحث میعارهای چندگانه می باشد. از شاخصRC جهت ارزیابی تمام DMU ها و رتبه بندی آنها استفاده شده است. برای نشان دادن کاربرد روش ارائه شده نیز، دو مثال در انتهای مقاله ذکر شده است.

واژگان کلیدی: ADMU، IDMU، معیارهای چندگانه، تاپسیس، شاخص RC.

Archive of SID
www.SID.ir

۱. مقدمه:

تحلیل پوششی داده ها (DEA[1])، توسط چارنز و همکارانش توسعه یافته است(Charnes, 1978)، معمولا واحدهای تصمیم گیری از نقاط نظرات مختلفی ارزیابی می شوند (DMU[2]ها) مثلا از یک نقطه نظر ممکن است دارای بهترین کارایی نسبی ممکن باشد. اگر واحد تصمیم گیری دارای بهترین کارایی نسبی ممکن باشد، به آن تحلیل پوششی داده کارا گویند در غیر این صورت به آن ناکارایی گویند. در زمینه تحلیل پوششی داده کارا در واحد تصمیم گیری همیشه تصور میشود که عملکرد بهتری نسبت به تحلیل پوششی داده ناکارا دارد. اگر تحلیل پوششی داده کارا باشد، دارای یک کارایی نسبی ضعیف تری نسبت به تحلیل پوششی داده ناکارا در واحد تصمیم گیری است، زمانیکه هر دو آنها از نقطه نظر بدترین کارایی نسبی ارزیابی شوند آیا میتوانیم بگوییم که تحلیل پوششی داده کارا در واحد تصمیم گیری عملکرد بهتری نسبت به تحلیل پوششی داده ناکارآ در واحد تصمیم گیری دارد؟

ارزیابی بهره وری متقابل اولین بار توسط سکستون، سیلکمن و هوگان در سال ۱۹۸۶ مطرح شد و بعد از آن توسط دویل و گرین در سال های ۱۹۹۴ و ۱۹۹۵ مورد بررسی قرار گرفته شد. ارزیابی بهره وری متقابل مجموعه ای منحصر به فرد از وزن های ورودی و خروجی را برای هرDMU تعیین می کند و سپس کارایی آن را با استفاده از تمام مجموعه وزن ها محاسبه می کند. بنابراین، هرDMU در عین حال جوابهای بهینه ی چندگانه خواهد داشت، که میانگین عملکرد کلی DMU را نشان می دهند. بر اساس میانگین بهره وری متقابل، واحدهای تصمیم گیری می توانند مقایسه و رتبه بندی شوند.

اتری و رویان در سال ۲۰۰۵ فواید ارزیابی بهره وری متقابل را برای تعیین بهترین انتساب کار در سیستم های تولید سلولی (CMS) به کار برنند. لیو و لو (a,2007b۲۰۰۷) عملکرد اقتصادی-محیطی۳۱ منطقه در چین را با در نظر گرفتن فاکتورهای محیطی متعدد بررسی کردند و سپس ارزیابی بهره وری متقابل را با تجزیه و تحلیل شاخه ای برای ساختن راهنمای شاخص آموزش برای مناطق ناکارآمد به منظور بهبود تدریجی کارایی، ادغام کردند. وو، لیانگ و یانگ در سال های ۲۰۰۸ و ۲۰۰۹ از ارزیابی بهره وری متقابل در رابطه با تجزیه و تحلیل خوشه ای برای رتبه بندی المپیک و تعیین شاخص استفاده کردند.

در این وضعیت نتیجه به طور مشخص غیر قطعی است، زیرا واضح است که تا بهترین و بدترین کارایی نسبی ترکیب شود تا یک ارزیابی کلی از هریک از واحدهای تصمیم گیری را ارائه دهد. Entani و همکارانش (Entani et al, 2002) راندمان تحلیل پوششی داده از هر دومنظر خوش بینانه و بدبینانه را در نظر میگیرد. در مدل پیشنهادی تحلیل پوششی داده ای که مورد استفاده آنها قرار گرفته است آنها بدترین و بهترین کارایی نسبی ممکن را در یک بازه ی زمانی تشکیل دادند. مدل آنها برای محاسبه از بدترین کارایی نسبی ممکن است، با این حال، یک نقطه ضعف مرگبار دارد که است برخی از اطلاعات در ورودی و خروجی را از دست است چرا که تنها یک ورودی و یک خروجی داده ها از واحد تصمیم گیری به طور موثر تحت ارزیابی قرار گرفته است و تمامی ورودی و خروجی دیگر داده موثر واقع نشدند.

وانگ و همکارانش (Wang et al, 2005) یک مدل تحلیل پوششی داده ای بازه ای برای اطلاعات دقیق ارائه کردند. مدل تحلیل پوششی داده بازه ای باعث می شود بیشتر از تمام ورودی و خروجی اطلاعات برای اندازه گیری بهترین و بدترین کارایی نسبی ممکن است از هر تحلیل پوششی داده با معرفی یک واحد تصمیم گیری مجازی ضد ایده آل (ADMU[3])، که بیشترین ورودی تنها به تولید حداقل خروجی مصرف میشود. بنابراین میتوان هر دو فاکتور بهره وری و بازه های ناکارآ را شناسایی کرد. در این مقاله، مشکلات ارزیابی بهره وری تحلیل پوششی با روشهای مختلف بکار گرفته شده است واحدهای تصمیم گیری ایده

[1] Data Envelopment Analysis
[2] Decision Making Unit
[3] Anti-Ideal Decision Making Unit

Archive of SID
www.SID.ir

آل مجازی (DMU) خواهد شد بیشتر به مدل تحلیل پوششی داده معرفی شده است. واحد تصمیم گیری ایده آل مجازی (DMU) بیشتر به مدل تحلیل پوششی داده ای معرفی خواهد شد. دو واحد تصمیم گیری مجازی ایده آل و غیر ایده آل برای ساخت دو مدل تحلیل پوششی داده برای محاسبه بهترین کارایی و بدترین کارایی نسبی ممکن استفاده می شوند و این دو راندمان متمایز با روش تاپسیس که یک روش چند معیاره(MADM[4]) شناخته شده است، یکپارچه میشوند تا یک شاخص مرکب به نام نزدیکی نسبی (RC) در یک واحد تصمیم گیری ایده آل(IDMU[5]) تولید کند.

شاخص RC به عنوان مدرکی برای ارزیابی کلی از هر واحد تصمیم گیری استفاده میشود که بر اساس آن به راحتی رتبه بندی کلی برای همه واحدهای تصمیم گیری می تواند تولید شود. این مقاله در ادامه به شرح زیر است در بخش۲ ما دو مدل تحلیل پوششی داده با واحد تصمیم گیری ایده آل و واحد تصمیم گیری غیرایده آل مجازی را برای گرفتن بهترین و بدترین حالت ممکن کارایی نسبی را توسعه داده ایم. در بخش ۳ شاخص نزدیکی نسبی که بهترین و بدترین کارایی نسبی ممکن هر واحد تصمیم گیری را ترکیب میکند تعریف شده است. دو مثال عددی در بخش ۴ برای نشان دادن برنامه های کاربردی از مدل های تحلیل پوششی داده ای پیشنهادی و شاخص RC ارائه شده است و در نهایت در بخش ۵ به پایان رسیده است.

۲. مدلهای تحلیل پوششی داده با واحد تصمیم گیری ایده آل و غیر ایده آل(IDMU وADMU)

فرض میکنیم که n تعداد واحد تصمیم گیری مورد ارزیابی قرار گرفته است. به طوریکه هر واحد تصمیم گیری با m ورودی و s خروجی باشد. ما مقادیر ورودی را با $X_{ij}\ (i=1,2,...,m)$ و و خروجی را با $Y_{rj}\ (r=1,2,...,s)$ مشخص می کنیم به طوریکه $DMU_j (j=1,2,...,n)$ بطوریکه همه شناخته شده و مثبت است. یک واحد تصمیم گیری ایده آل و یک واحد تصمیم گیری غیر ایده آل می تواند به شرح زیر تعریف شود:

تعریف ۱. یک واحد تصمیم گیری غیر ایده آل مجازی، که می تواند کمترین ورودی برای تولید خروجی باشد. در حالی که یک واحد تصمیم گیری غیر ایده آل که یک واحد تصمیم گیری بیشترین ورودی برای تولید حداقل خروجی باشد. توجه داشته باشید که واحد تصمیم گیری ایده آل مجازی ممکن است در فعالیت تولید عملی در کمترین سطح فنی جاری وجود نداشته باشد در حالیکه یک واحد تصمیم گیری غیر ایده آل مجازی ممکن است در فعالیت تولید عملی وجود داشته باشد، زیرا اتلاف منابع همیشه در نظریه مجموعه امکان تولید مجاز است. با توجه به تعریف فوق، ما نشان میدهیم که:

$X_i^{\min}(i=1,2,...,m)$ و $Y_r^{\max}(r=1,2,...,s)$ به ترتیب ورودیها و خروجیهای واحد تصمیم گیری ایده آل و $X_i^{\max}(i=1,2,...,m)$ و $Y_r^{\min}(r=1,2,...,s)$ ورودیها و خروجیهای واحد تصمیم گیری غیر ایده آل هستند، بطوریکه $X_i^{\min}$ و $Y_r^{\max}$ مینیمم و ماکزیمم ورودی iام و $Y_r^{\min}$ و $Y_r^{\max}$ مینیمم و ماکزیمم خروجی rام هستند. همانطور که توسط فرمولهای زیر نشان داده شده است:

$$X_i^{\min}=\min_j\{x_{ij}\}, X_j^{\max}=\max_j\{x_{ij}\}, i=1,2,...,m,$$

$$Y_r^{\min}=\min_j\{y_{rj}\}, Y_r^{\max}=\max_j\{y_{rj}\}, r=1,2,...,s.$$

هرچند واحد تصمیم گیری ایده آل یک واحد تصمیم گیری مجازی است، رفتار تولید آن باید به هریک از واحدهای تصمیم گیری هدف تبدیل شود. با توجه به مفهوم بهره وری، بهره وری از واحد تصمیم گیری ایده آل می تواند به صورت تعریف شود:

[4] Multiple Attribute Decision Making
[5] Ideal Decision Making Unit

Archive of SID
www.SID.ir

$$\theta_{IDMU} = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_r^{max}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_i^{min}}$$

که در آن u_r و v_i بیانگر وزنهای فاکتور rام خروجی و iام ورودی است. واضح است که واحد تصمیم گیری ایده آل باید قادر به دستیابی به بالاترین/ کارایی نسبی به بهترین شکل ممکن باشد. بنابراین، ما ممکن است مدل برنامه ریزی جزئی را به صورت زیر بسازیم:

$$\begin{aligned} &Maximazie \quad \theta_{IDMU} = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_r^{max}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_i^{min}} \\ &\text{subject to} \quad \theta_j = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^{max}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^{min}} \le 1, \ j = 1,2,...,n, \ u_r, v_i \ge \varepsilon, \forall r, i. \end{aligned} \quad (۱)$$

که در آن u_r و v_i متغییرهای تصمیم گیری هستند و ε عدد غیرارشمیدسی بینهایت کوچک است. با استفاده از تغییر شکل چارنز و کوپر مدل برنامه ریزی ارائه شده را به صورت جزئی به صورت مدل برنامه ریزی خطی زیر میتوان نوشت:

$$\begin{aligned} &Maximazie \quad \theta_{IDMU} = \sum_{r=1}^{s} u_r y_r^{max} \\ &\text{subject to} \quad \sum_{i=1}^{m} v_i x_i^{min} = 1, \\ &\qquad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \le 0, \ j = 1,2,...,n, \ u_r, v_i \ge \varepsilon, \forall r, i. \end{aligned} \quad (۲)$$

فارل[6] برای اولین بار تخمین کارایی به روش ناپارامتریک را مطرح کرد (۱۹۵۷). او به جای تخمین تابع تولید، مرزی را برای واحدهای تصمیم گیرنده درنظر گرفت که این مرز را ملاک سنجش کارایی قرار داد. اما تحلیل پوششی داده ها با تز دکتری ادوارد رودز[7] شروع شد و تحت راهنمایی کوپر و چارنز[8] ادامه یافت که در آن پیشرفت تحصیلی دانش آموزان مدارس آمریکا را در سال ۱۹۷۸ مورد ارزیابی قرار داده بودند و این تحقیق در نهایت به معرفی مدل CCR منتج گردید. (Charnes and et all, 1978). این مدل با فرض بازده به مقیاس ثابت(CRS)[9] و با نگرش به ورودی ها طراحی شده بود. اما فرض بازده به مقیاس ثابت زمانی مناسب است که همهٔ بنگاهها در مقیاس بهینه عمل کنند. بنکر، چارنز و کوپر(1984)[10] مدل CCR را بسط داده و فرض بازده به مقیاس متغیر(VRS)[11] را به آن افزودند که منجر به ارائه مدل BCC[12] شد (Charnes and et all, 1978).

[6] Farrell
[7] Edward Rhodes
[8] Cooper And Charnes
[9] Constant Return To Scale (CRS)
[10] Banker, Charnes And Cooper
[11] Variable Return to Scale(VRS)
[12] Banker, Charnes and Cooper (BCC)

Archive of SID
www.SID.ir

$$
\begin{aligned}
&Min\ \theta \\
&s.t: \sum_{j=1}^{n} \lambda_j X_{ij} \le \theta X_{i0} \quad ,i = 1,2,...,m \\
&\quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j X_{rj} \le \theta X_{r0} \quad ,r = 1,2,...,s \\
&\quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1, \quad \lambda_j \ge 0 \qquad ,j = 1,2,...,n, \quad \theta: free
\end{aligned}
\tag{۳}
$$

اجازه دهید θ^*_{IDMU} را بهره وری بهینه واحد تصمیم گیری ایده آل بنامیم. از آنجاییکه مدل برنامه ریزی خطی ارایه شده در فرمول ۲ ممکن است موارد بهینه متعددی داشته باشد، ما با استفاده از مدل برنامه ریزی جزئی ارائه شده بهترین کارایی نسبی ممکن را به صورت DMU_0 تعیین میکنیم به طوریکه بهترین کارایی نسبی ممکن از واحد تصمیم گیری ایده آل بدون تغییر باقی بماند:

$$
\begin{aligned}
&Maximazie \quad \theta_{j0} = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj0}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij0}} \\
&\text{subject to} \quad \theta^*_{IDMU} = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_r^{\max}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_i^{\min}}, \\
&\qquad \theta_j = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \le 1, \quad j = 1,2,...,n, \\
&\qquad u_r, v_i \ge \varepsilon, r = 1,2,...,s, i = 1,2,...,m,
\end{aligned}
\tag{۴}
$$

که در آن j_0 واحد تصمیم گیری تحت ارزیابی قرار میگیرد و معمولا آنرا با DMU_0 نشان میدهند و θ^*_{IDMU} بهترین کارایی نسبی ممکن از واحد تصمیم گیری ایده آل است. مساله برنامه ریزی جزئی فرمول (۴) می تواند از طریق مدل برنامه ریزی خطی زیر حل شود:

$$
\begin{aligned}
&Maximazie \quad \theta_{j0} = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj0} \\
&\text{subject to} \quad \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij0} = 1, \\
&\qquad \sum_{r=1}^{s} u_r y_j^{\max} - \sum_{i=1}^{m} v_i (\theta^*_{IDMU} x_i^{\min}) = 0, \\
&\qquad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \le 0, \quad j = 1,2,...,n, \\
&\qquad u_r, v_i \ge \varepsilon, \forall r, i.
\end{aligned}
\tag{۵}
$$

Archive of SID

www.SID.ir

به طوریکه واحد تصمیم گیری غیر ایده آل میتواند به صورت $\varphi_{ADMU} = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_r^{min}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_i^{max}}$ نشان داده شود. در یک واحد تصمیم گیری غیر ایده آل کارایی آن آشکارا بدتر از هر واحد تصمیم گیری دیگری است که مدل برنامه ریزی جزئی آن به شرح زیر ایجاد میشود:

$$Mimizie \quad \varphi_{ADMU} = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_r^{min}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_i^{max}}$$
$$\text{subject to} \quad \varphi_j = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \quad j = 1,2,...,n, \quad u_r, v_i \geq \varepsilon, \quad \forall r, i, \tag{۶}$$

که میتواند از طریق مدل برنامه ریزی خطی زیر حل شود:

$$Mimizie \quad \varphi_{ADMU} = \sum_{r=1}^{s} u_r y_r^{min}$$
$$\text{subject to} \quad \sum_{i=1}^{m} v_i x_i^{max} = 1,$$
$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \geq 0, \quad j = 1,2,...,n, \tag{۷}$$
$$u_r, v_i \geq \varepsilon, \quad \forall r, i.$$

اجازه دهید φ^*_{ADMU} را بدترین بهره وری واحد تصمیم گیری غیرایده آل بنامیم. سپس مدل برنامه ریزی جزئی زیر را می توان برای تعیین بدترین کارایی نسبی ممکن به صورت DMU_0 تعیین میکنیم به طوریکه بدترین کارایی نسبی ممکن از واحد تصمیم گیری غیر ایده آل بدون تغییر باقی بماند. مدل برنامه نویسی جزئی بالا (۷) می تواند از طریق مدل برنامه ریزی خطی زیر حل شود:

Archive of SID

www.SID.ir

$$Mimizie \quad \varphi_{j0}=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj0}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij0}}$$

$$\text{subject to} \quad \overset{*}{\varphi}_{IDMU}=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_r^{\min}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_i^{\max}}, \qquad (8)$$

$$\varphi_j=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}}\geq 1,\ j=1,2,...,n,\ u_r,v_i\geq\varepsilon,\quad r=1,2,...,s,\ i=1,2,...,m.$$

مدل برنامه نویسی جزئی بالا (۸) می تواند از طریق مدل برنامه ریزی خطی زیر حل شود:

$$Mimizie \quad \varphi_{j0}=\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj0}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij0}=1, \qquad (9)$$

$$\sum_{r=1}^{s}u_r y_r^{\min}-\sum_{i=1}^{m}v_i(\varphi_{IDMU}^{*}x_i^{\max})=0,$$

$$\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}-\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}\geq 0,\ j=1,2,...,n,\ u_r,v_i\geq\varepsilon,\quad \forall r,i.$$

اگر θ_{j0}^{*} و $\overset{*}{\varphi}_{j0}$ به ترتیب بهترین و بدترین کارایی نسبی ممکن از DMU_0 باشد، بطوریکه مقادیر بهینه تابع هدف از مدلهای(۵)و(۹) باشند، پس ما باید تعاریف را ادامه دهیم.

تعریف۲. DMU_0 در DEA کارا بیان میکند که اگر $\theta_{j0}^{*}=1$ است و از طرف دیگر بیان میکند که آن NON-DEA کارا است.

تعریف۳. DMU0 در DEA ناکارا بیان میکند که اگر $\overset{*}{\varphi}_{j0}=1$ است و از طرف دیگر بیان میکند که آن NON-DEA ناکارا است.

توجه داشته باشید که روش مرسوم تحلیل پوششی لزوما تفاوتی بین NON-DEA کارا و واحدهای DEA ناکارا و استفاده از آنها بجای یکدیگر قائل نمیشود. در این تعریف هرچند NON-DEA کارا و DEA ناکارا و واحدهای NON-DEA ناکارا همه اکیدا متمایز هستند زیرا هریک از آنها معنای متفاوت را ارائه میدهند. مثلا واحدهای NON-DEA ناکارا لزوما بدین معنا نیست که آنها DEA کارآیی هستند. همچنین باید اشاره کرد که کارایی در مدل های(۶)و(۷) تحلیل پوششی بر اساس واحد

Archive of SID

www.SID.ir

تصمیم گیری غیر ایده آل تعریف شده بزرگتر یا مساوی یک است، که کاملا متفاوت از کارایی سنتی تحلیل پوششی یا ناکارایی سنتی تحلیل پوششی است که کمتر یا برابر یک تعریف شده است.

درحقیقت کارایی سنتی تحلیل پوششی ازمیان تحلیل پوششی داده کارا توانایی دارد تا واحدهای تصمیم گیری که عملکرد ضعیفی دارند را شناسایی کند اما برای شناسایی واحدهای تصمیم گیری که عملکرد بهتری دارند هیچ گونه توانایی ندارد. درحالیکه کارایی تعریف شده در مدل (۶) و (۹) دارای قابلیت شناسایی واحدهای تصمیم گیری با بهترین کارایی را دارد اما هیچ قابلتی برای تشخیص و شناسایی واحدهای تصمیم گیری با بدترین کارایی را ندارد. بنابراین دو تعریف از کارایی ذکر شده مکمل یکدیگرند.

۳. شاخص RC برای ترکیب بهترین و بدترین کارایی نسبی ممکن

در بخش قبل نشان داده شد که مدلهای تحلیل پوششی(۱)و(۲)و(۴)و(۵) براساس واحد تصمیم گیری ایده آل بهترین کارایی نسبی ممکن را از واحد تصمیم گیری ایده آل اندازه گیری میکند و n واحدهای تصمیم گیری واقعی است هنگامیکه مدلهای تحلیل پوششی(۶)و(۷)و(۸)و(۹) براساس واحد تصمیم گیری غیر ایده آل اندازه گیری میشود که بدترین کارایی نسبی ممکن از واحد تصمیم گیری غیر ایده آل و n واحدهای تصمیم گیری واقعی را دارد. این دو تمایز ارزیابی کارایی نسبی ممکن است منجر به نتایج متفاوتی شود. بنابراین انجا نیاز است که در یک ارزیابی کلی از هر واحد تصمیم گیری آنها را با هم درنظر بگیریم.

تعریف۴. اجازه دهید θ^*_{IDMU} و θ^*_{j0} را از بهترین کارایی نسبی ممکن به ترتیب واحد IDMU و DMU_0 بنامیم و آنرا با مدل تحلیل پوششی (۱)و(۲)و(۴)و(۵) نشان داده دهیم از طرفی φ^*_{IDMU} و φ^*_{j0} را از بدترین کارایی نسبی ممکن به ترتیب واحد ADMU و DMU_0 بنامیم و آنرا با مدل تحلیل پوششی(۶)و(۷)و(۸)و(۹) نشان دهیم.

که این شاخص به صورت نسبت DMU_0 به IDMU به شرح زیرنشان داده میشود:

$$RC_{j0} = \frac{\varphi^*_{j0} - \varphi^*_{ADMU}}{(\varphi^*_{j0} - \varphi^*_{ADMU}) + (\varphi^*_{IDMU} - \varphi^*_{j0})} \qquad (۱۰)$$

واضح است که بین θ^*_{j0} و φ^*_{ADMU} تفاوت وجود دارد و تفاوت کمی بین φ^*_{IDMU} و θ^*_{j0} وجود دارد و این بدان معنا است که بهترین عملکرد را DMU_0 دارد بنابراین ارزش بیشتر RCj_0 بهترین عملکرد DMU_0 را دارد. توجه داشته باشید که روش TOPSIS ارائه شده فاصله سودمندی و کاربردی یک نزدیکی نسبی را بیان میکند، در حالی که شاخص RC در این مقاله با استفاده از فاصله بهره وری تعریف شده است. از آنجا که شاخص RC بهترین و بدترین کارایی نسبی ممکن را از هر DMU ترکیب میکند، بنابراین آن شاخص یک ارزیابی کلی برای هر DMU فراهم می کند که بر اساس آن رتبه بندی کلی برای هر n واقعی ازDMU ها می تواند به راحتی بدست آید.

۴. مثالهای عددی

Archive of SID
www.SID.ir

ما در ادامه برنامه های کاربردی از مدل های تحلیل پوششی داده پیشنهاد شده و شاخصRC با استفاده از دو مثال عددی را نشان میدهیم. یک نمونه از مثالها مساله تحلیل پوششی داده ای است که در آن رتبه بندی کلی برایDMU ها به طور مستقیم به دست می آید. مساله دیگر یک ضریب عملکرد است که در آن رتبه بندی کلی برایDMU ها به طور مستقیم به دست می آید و تنها میتوان آنرا با شاخصRCپیشنهادی تعیین کرد. همه مدلها توسط نرم افزار اکسل حل شده اند و توسطExcel solverکه ابزاری قدرتمند است در بهینه سازی این برنامه ریزی خطی استفاده شده است. عدد بی نهیات کوچک غیر ارشمیدسی به صورت $\varepsilon = 10^{-10}$ تنظیم شده است.

مثال ۱. یک مساله ارزیابی کارایی DEA از پنج DMU، که هر DMU دو ورودی و یک خروجی دارد را در نظر بگیرید. مجموعه داده ها از اندرسن و پترسن (Andersen and Petersen, 1993) گرفته شده است و در جدول۱نشان داده شده است. همانطور که دیده می شود راندمان CCR از هر DMU در آخرین ستون جدول ۱ ارائه شده است. از نتایج رتبه بندی جدول ۱ چنین بر می آید که مدل CCR معمولی شناسایی شده از DMU_1 تا DMU_4 به عنوان واحدهای کارآ DEAاست، این بدان معناست که عملکرد همه آنها به طور یکسان خوب است. اما در واقع، بدیهی است که DMU_2نسبت به DMU_1بهتر است به این دلیل که DMU_2 منابع کمتری از ورودی ۲ برای تولید خروجی یکسان نسبت بهDMU_1 صرف میکند. به منظور رتبه بندی این چهار واحد کارآ از DEA ، اندرسن و پترسن(Andersen and Petersen, 1993) پیشنهاد کردند که از یک رویکرد رتبه بندی استفاده شود که در آن DMU را به صورت خطی با دیگر DMUها مقایسه و ارزیابی شود و خودDMU از مطالعه حذف شود. بر اساس این رویکرد مراتب رتبه بندی به شرح زیرخواهد بود:

$$DMU_2 \succ DMU_4 \succ DMU_3 \succ DMU_1 \succ DMU_5$$

که علامت $\succ$ به معناب عملکرد بهتر یا عملکرد برتر است. مراتب رتبه بندی زیر به طور مشخص تنها برای بهترین کارایی نسبی ممکن از هرDMUدر نظر گرفته میشود. بنابراین این رویکرد تا حد زیادی یک طرفه است. حال ما با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده ها باIDMU وADMU این پنج DMUرا مجددا مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. IDMU مجازی و ADMUدر دو دریف آخر جدول ۱ نشان داده شده اند. نتیجه رتبه بندی بهره وری و میزان ارزشRC در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۱. داده برای ۵ واحد تصمیم گیری با دو ورودی و یک خروجی

DMU	x_{1j}	x_{2j}	Y_{1j}	CCR efficiency
۱	۲	۱۲	۱	۱
۲	۲	۸	۱	۱
۳	۵	۵	۱	۱
۴	۱۰	۴	۱	۱
۵	۱۰	۶	۱	۰,۷۵

Archive of SID

www.SID.ir

IDMU	۲	۴	۱	----
ADMU	۱۰	۱۲	۱	----

جدول ۲. نرخ کارایی و مقدار RC برای ۵ واحد تصمیم گیری

DMU	$\frac{CCR}{IDMU}$ efficiency	$\frac{CCR}{ADMU}$ efficiency	*RC*	*Ranking*
۱	۰,۷۱۴	۱	۰,۲۴۴	۴
۲	۱	۱,۴۲۱	۰,۵۲۲	۲
۳	۱	۱,۵۴۳	۰,۵۶۱	۱
۴	۰,۷۱۴	۱,۱۷۴	۰,۳۳۶	۳
۵	۰,۶۲۵	۱	۰,۲۲۸	۵
IDMU	۱,۶۶۷	----	----	----
ADMU	----	۰,۶۹۲	----	----

همانطور که در جدول ۲ مشخص شده است مدلهای DEAبر اساس هر دو فاکتور IDMU وADMU برای چهار واحد کارآ DEA از DMU_1 تا DMU_4 به طور کامل یکسان نیست. مدل تحلیل پوششی داده ای بر اساس IDMU هر دوفاکتور DMU_2وDMU_3 را به طور کارا ارزیابی میکند اماDMU_1 و DMU_4 را به صورت متفاوتی از DEAکارا ارزیابی میکند اگرچه آنها به همان اندازه خوب رتبه بندی میشوند. همان طور که شنان داده شده است، مدل تحلیل پوششی داده براساس واحد تصمیم گیری غیر ایده آلDMU_3 وDMU_2 و DMU_4 را به عنوان بهترینDMU ارزیابی میکند و DMU_1 و DMU_5به عنوان بدترینDMU ها ارزیابی میشود. مشاهده نتایج رتبه بندی در جدول۲ نشان میدهد که، ما ممکن است که بفهمیم که مدل DEA بر اساسIDMU واحدهای کارآر DEA را شناسایی میکند، اما نمی توانیم تفاوت آنها را متوجه شویم، در حالی که مدل DEA بر اساس ADMU کاملا برعکس است، آن دسته از واحدهای ناکارا DEA را شنایایی میکند، اما نمی تواند آنها را متمایز کند. زمانیکه نتایج دو مدل مختلف تحلیل پوششی داده بدست آمد با هم درنظر گرفته میشود برای این مثال به طور مستقیم و به طور کامل ممکن است به یک رتبه بندی نائل شویم. و مراتب رتبه بندی نهایی باید به صورت زیر باشد.

$$DMU_3 \succ DMU_2 \succ DMU_4 \succ DMU_1 \succ DMU_5$$

چنین رتبه بندی می تواند با استفاده از شاخص سیستماتیکRC بدست آید، این مقادیر در ستون چهارم جدول ۲ برای پنج DMUارائه شده است. واضح است که رتبه بندی بدست آمده توسط اندرسن و پترسن نسبت به رتبه بندی کلی متفاوت است

Archive of SID

www.SID.ir

و این بدین دلیل است که رتبه بندی کلی شامل هر گروه بهترین و بدترین کارایی نسبی ممکن از هر DMU است. که قانع کننده تر است.

مثال ۲. شامل یک ضریب عملکرد پیچیده است که DMU،۴۸ دارد و هریک از آنها دارای هشت ورودی و یک خروجی است این مجموعه از داده ها در جدول ۳ارائه شده است. مدل سنتی CCR ۱۳ از ۴۸ DMU را ارزیابی می کند به طوریکه DEA کارآ باشد و نتوانیم بین آنها و بعدی تمایز قائل شویم. تصمیم گیرنده از بدست آوردن چنین نتیجه رتبه بندی که بیشتر DMUها دارای رتبه کارا درDEA باشند، خرسند نیستند. به منظور بدست آوردن بهبود نتیجه ارزیابی عملکرد و تولید یک رتبه بندی کلی قابل اعتماد برای ۴۸ DMU، مدلهای DEA باIDMU و ADMU برای ارزیابی مجدد عملکرد ۴۸ DMU انتخاب شده است. دو IDMU مجازی و ADMU در دو ستون آخر جدول ۳ تعریف شده است.

جدول۳. داده ها برای ۴۸ DMU با هشت ورودی و یک خروجی تنظیم شده

DMU	x_{1j}	x_{2j}	x_{3j}	x_{4j}	x_{5j}	x_{6j}	x_{7j}	x_{8j}	y_{1j}
۱	۲,۶۶۰,۸۲۲	۹۷۱,۲۰۴	۴۳,۴۴۸	۴۵۹,۴۳۴	۲۵۸,۲۲۱	۶۲۵,۱۶۷	۲۷۷,۲۵۰	۲۵۹,۹۱۷	۴,۸۸۴,۴۹۱
۲	۲,۷۷۴,۶۲۰	۱,۰۳۳,۶۱۷	۴۸,۲۱۵	۱۸۵,۱۰۳	۲۵۸,۲۲۱	۵۲۵,۱۶۷	۲۷۷,۲۵۰	۲۵۹,۹۱۷	۴,۷۲۳,۸۲۹
۳	۲,۷۷۳,۰۷۶	۹۷۳,۷۷۳	۳۵,۶۲۰	۱۹۰,۵۵۳	۲۵۸,۲۲۱	۶۲۵,۱۶۷	۲۷۷,۲۵۰	۲۵۹,۹۱۷	۴,۸۲۰,۰۰۵
۴	۲,۶۶۲,۸۳۵	۸۹۱,۰۷۸	۱۱۱,۱۶۲	۳۷۱,۴۷۷	۲۵۸,۲۲۱	۶۲۵,۱۶۷	۲۷۷,۲۵۰	۲۵۹,۹۱۷	۷,۳۳۴,۱۴۵
۵	۲,۷۱۰,۸۹۵	۹۵۲,۸۹۲	۸۹,۳۷۵	۴۱۰,۸۳۴	۲۵۸,۲۵۴	۵۵۶,۴۱۷	۳۲۳,۰۸۳	۶۳۵,۳۳۳	۶,۵۳۹,۸۸۵
۶	۲,۸۱۴,۳۴۲	۱,۰۵۶,۷۹۱	۹۱,۷۸۵	۵۶۰,۵۷۷	۲۵۸,۲۱۶	۶۱۱,۴۱۷	۲۸۶,۴۱۷	۳۳۵,۰۰۰	۵,۶۸۲,۴۷۹
۷	۲,۶۹۴,۱۳۴	۹۵۱,۰۸۵	۱۹,۶۵۰	۶۶۹,۸۰۲	۲۵۸,۲۱۶	۶۱۱,۴۱۷	۲۸۶,۴۱۷	۳۳۵,۰۰۰	۶,۲۷۷,۱۱۱
۸	۲,۷۰۳,۵۶۳	۹۵۸,۸۹۸	۱۸۲,۶۰۱	۴۶۹,۱۰۴	۲۵۸,۲۱۶	۶۱۱,۴۱۷	۲۸۶,۴۱۷	۳۳۵,۰۰۰	۵,۹۲۶,۰۹۹
۹	۲,۶۶۲,۸۸۸	۹۶۷,۶۵۱	۲۶,۲۰۳	۴۴۵,۵۱۰	۲۵۸,۲۱۶	۶۱۱,۴۱۷	۲۸۶,۴۱۷	۳۳۵,۰۰۰	۵,۷۱۸,۱۴۷
۱۰	۲,۷۲۲,۰۳۸	۱,۰۴۶,۱۳۱	۱۳۴,۵۴۶	۴۳۱,۷۳۶	۲۵۸,۲۱۶	۶۱۱,۴۱۷	۲۸۶,۴۱۷	۳۳۵,۰۰۰	۶,۱۴۷,۴۱۶
۱۱	۲,۶۲۷,۰۷۹	۹۵۸,۱۰۰	۶۸,۹۷۶	۸۹۱,۴۳۲	۲۵۸,۲۱۶	۶۱۱,۴۱۷	۲۸۶,۴۱۷	۳۳۵,۰۰۰	۵,۲۵۲,۹۱۲
۱۲	۲,۶۰۳,۶۷۸	۹۶۸,۶۱۰	۱۵۱,۷۱۷	۴۶۷,۵۰۵	۱۶۶,۰۵۶	۶۱۲,۵۱۷	۲۸۶,۴۱۷	۳۳۵,۰۰۰	۶,۳۸۲,۵۰۱
۱۳	۳,۵۹۰,۵۹۹	۱,۱۸۳,۶۴۶	۳۵,۸۱۶	۶۹۳,۳۵۷	۲۶۵,۴۸۸	۷۶۳,۰۸۳	۱,۰۰۴,۷۵۰	۳۲۲,۸۳۳	۱۲,۲۳۰,۸۶۸
۱۴	۳,۷۴۶,۴۰۹	۱,۲۳۹,۴۸۱	۱۶۹,۹۴۱	۷۹۳,۵۵۴	۲۶۵,۴۸۸	۷۶۳,۰۸۳	۱,۰۰۴,۷۵۰	۳۲۲,۸۳۳	۷,۵۵۷,۲۴۹
۱۵	۳,۷۲۲,۴۵۵	۱,۱۶۹,۴۳۳	۹۵,۶۶۳	۶۱۸,۴۹۰	۲۶۵,۴۸۸	۷۶۳,۰۸۳	۱,۰۰۴,۷۵۰	۳۲۲,۸۳۳	۸,۴۲۳,۸۹۳
۱۶	۳,۵۵۶,۵۵۳	۱,۰۴۶,۱۶۱	۱۵۰,۲۹۹	۱,۳۲۲,۹۹۳	۲۶۵,۴۸۸	۷۶۳,۰۸۳	۱,۰۰۴,۷۵۰	۳۲۲,۸۳۳	۱۰,۴۶۳,۹۰۱
۱۷	۳,۸۲۵,۱۵۵	۱,۱۴۰,۸۰۲	۲۰۶,۵۷۳	۱,۵۲۷,۲۸۷	۳۵۶,۰۶۵	۱,۰۵۸,۹۱۷	۱,۱۱۰,۵۸۳	۴۹۳,۲۵۰	۸,۳۰۰,۹۰۲
۱۸	۳,۷۴۸,۵۴۱	۱,۱۶۰,۷۸۸	۱۴۳,۵۵۵	۶۲۰,۰۳۱	۲۸۳,۶۰۳	۸۲۲,۲۵۰	۱,۰۲۵,۹۱۷	۳۵۶,۹۱۷	۹,۸۰۶,۳۰۸
۱۹	۳,۷۴۱,۷۲۸	۱,۱۶۹,۰۳۷	۱۶۱,۵۱۶	۱,۹۳۹,۹۷۸	۲۸۳,۶۰۳	۸۲۲,۲۵۰	۱,۰۲۵,۹۱۷	۳۵۶,۹۱۷	۱۰,۱۵۳,۳۸۳
۲۰	۳,۸۰۵,۷۲۳	۱,۱۵۷,۸۶۲	۴۲۶,۳۰۵	۱,۰۶۶,۷۰۷	۲۸۳,۶۰۳	۸۲۲,۲۵۰	۱,۰۲۵,۹۱۷	۳۵۶,۹۱۷	۸,۸۲۷,۲۵۲
۲۱	۳,۷۷۸,۴۰۹	۱,۱۶۷,۱۲۰	۹۶,۰۱۳	۱,۴۳۲,۷۲۶	۲۸۳,۶۰۳	۸۲۲,۲۵۰	۱,۰۲۵,۹۱۷	۳۵۶,۹۱۷	۸,۱۸۲,۹۰۹
۲۲	۳,۷۲۶,۱۱۲	۱,۱۸۳,۵۴۱	۱۷۳,۸۸۵	۱,۱۰۶,۳۴۸	۲۸۳,۶۰۳	۸۲۲,۲۵۰	۱,۰۲۵,۹۱۷	۳۵۶,۹۱۷	۱۰,۲۰۱,۷۹۴

Archive of SID

www.SID.ir

۲۳	۳,۷۷۸,۰۶۰	۱,۱۸۴,۷۲۶	۲۰۹,۳۸۹	۷۷۲,۹۱۴	۲۸۳,۶۰۳	۸۲۲,۲۵۰	۱,۰۲۵,۹۱۷	۳۵۶,۹۱۷	۷,۳۳۱,۸۰۷
۲۴	۳,۶۶۷,۰۱۶	۱,۱۷۷,۴۸۱	۴۷۰,۱۱۰	۱,۴۵۰,۸۹۱	۲۸۳,۶۰۳	۸۲۳,۵۵۰	۱,۰۲۵,۹۱۷	۳۵۶,۹۱۷	۹,۲۵۰,۷۴۱
۲۵	۲,۵۱۱,۵۱۷	۹۲۸,۰۳۰	۸۱,۹۳۰	۱۵۵,۲۵۸	۲۹۶,۴۴۸	۵۷۶,۶۶۷	۲۶۴,۹۱۷	۲۶۴,۹۱۷	۵,۳۶۲,۲۵۳
۲۶	۲,۳۷۰,۷۵۰	۹۱۱,۱۰۷	۱۴۵,۷۵۴	۱۵۲,۸۷۲	۲۹۶,۴۴۸	۵۷۶,۶۶۷	۲۶۴,۹۱۷	۲۶۴,۹۱۷	۶,۰۳۸,۱۴۵
۲۷	۲,۴۹۳,۸۸۴	۹۱۱,۳۵۰	۱۸۴,۳۲۱	۹۷,۱۸۹	۲۹۶,۴۴۸	۵۷۶,۶۶۷	۲۶۴,۹۱۷	۲۶۴,۹۱۷	۵,۷۵۶,۷۸۸
۲۸	۲,۶۰۸,۲۸۰	۹۱۹,۲۶۱	۱۶۳,۱۸۷	۱۲۸,۱۷۵	۲۹۶,۴۴۸	۵۶۳,۷۵۰	۳۰۹,۰۸۳	۳۰۹,۰۸۳	۵,۹۷۴,۸۱۹
۲۹	۲,۵۳۶,۷۹۷	۹۲۱,۲۶۸	۱۵۹,۷۸۹	۲۸۴,۴۷۲	۲۹۶,۴۴۸	۵۶۳,۷۵۰	۳۰۹,۰۸۳	۳۰۹,۰۸۳	۵,۹۷۴,۸۱۹
۳۰	۲,۵۶۸,۱۰۸	۹۲۱,۴۹۴	۱۲۳,۹۱۰	۱۰۲,۲۶۸	۲۹۶,۴۴۸	۵۷۴,۰۸۳	۲۷۳,۷۵۰	۲۷۳,۷۵۰	۶,۰۱۰,۹۲۵
۳۱	۲,۴۸۲,۸۱۳	۹۱۱,۱۵۷	۳۴,۷۴۲	۱۷۲,۲۴۳	۲۹۶,۴۴۸	۵۷۴,۰۸۳	۲۷۳,۷۵۰	۲۷۳,۷۵۰	۶,۲۱۹,۷۱۷
۳۲	۲,۵۱۴,۳۶۷	۹۱۲,۵۸۹	۲۵۹,۱۴۳	۱۹۴,۱۳۵	۲۹۶,۴۴۸	۵۷۴,۰۸۳	۲۷۳,۷۵۰	۲۷۳,۷۵۰	۶,۲۲۱,۲۳۷
۳۳	۲,۴۸۸,۰۶۱	۹۱۸,۸۶۷	۷۷,۳۷۳	۱۱۴,۰۸۳	۲۹۶,۴۴۸	۵۷۴,۰۸۳	۲۷۳,۷۵۰	۲۷۳,۷۵۰	۵,۵۱۷,۸۸۶
۳۴	۲,۳۷۴,۲۸۷	۸۸۲,۹۵۰	۱۵۲,۳۴۲	۱۳۱,۲۸۷	۲۹۶,۴۴۸	۵۷۴,۰۸۳	۲۷۳,۷۵۰	۲۷۳,۷۵۰	۶,۷۱۲,۱۰۵
۳۵	۲,۳۹۷,۹۶۱	۸۷۲,۹۰۳	۱۰۷,۴۵۴	۳۰,۰۴۹	۲۹۶,۴۴۸	۵۷۴,۰۸۳	۲۷۳,۷۵۰	۲۷۳,۷۵۰	۶,۲۸۱,۱۱۲
۳۶	۲,۶۷۰,۳۲۷	۹۶۴,۷۸۲	۳۶۷,۴۵۰	۷۶۵,۸۹۳	۲۹۶,۴۴۸	۵۷۴,۹۸۳	۲۷۳,۷۵۰	۲۷۳,۷۵۰	۶,۶۸۷,۹۵۴
۳۷	۳,۶۹۷,۶۷۸	۱,۲۶۶,۱۰۲	۳۳,۹۶۶	۳۵۰,۳۸۶	۵۱۱,۷۷۴	۷۶۸,۵۸۳	۳۹۶,۲۵۰	۳۳۹,۱۶۷	۷,۵۲۲,۹۸۸
۳۸	۳,۲۵۹,۸۰۷	۱,۳۴۹,۱۱۹	۷۲,۱۹۹	۲۴۴,۶۳۶	۵۱۱,۷۷۴	۷۶۸,۵۸۳	۳۹۶,۲۵۰	۳۳۹,۱۶۷	۹,۲۱۰,۶۳۰
۳۹	۳,۵۷۸,۹۷۸	۱,۲۵۶,۷۴۰	۴۳,۳۹۴	۲۶۲,۱۰۹	۵۱۱,۷۷۴	۷۶۸,۵۸۳	۳۹۶,۲۵۰	۳۳۹,۱۶۷	۸,۱۰۳,۳۰۸
۴۰	۳,۳۷۹,۸۴۸	۱,۱۳۹,۱۷۷	۴۵,۰۵۳	۲۲۹,۰۳۰	۵۱۱,۷۷۴	۷۶۸,۵۸۳	۳۹۶,۲۵۰	۳۳۹,۱۶۷	۸,۶۹۵,۸۳۹
۴۱	۳,۴۸۰,۱۹۴	۱,۲۰۵,۹۳۵	۳۸,۱۱۱	۱۸۱,۶۹۸	۵۱۱,۸۰۶	۶۲۶,۹۱۷	۴۳۷,۹۱۷	۲۵۹,۵۸۴	۸,۲۳۸,۷۷۴
۴۲	۳,۵۳۱,۱۷۲	۱,۳۱۰,۷۵۰	۲۷,۹۳۲	۴۴۰,۱۲۶	۵۱۱,۷۶۹	۷۴۰,۲۵۰	۴۰۴,۵۸۳	۳۲۳,۲۵۰	۸,۴۸۵,۸۷۷
۴۳	۳,۵۲۸,۸۴۳	۱,۲۶۶,۲۳۰	۱۹,۹۷۳	۱۵۸,۶۹۱	۵۱۱,۷۶۹	۷۴۰,۲۵۰	۴۰۴,۵۸۳	۳۲۳,۲۵۰	۸,۹۹۰,۰۷۰
۴۴	۳,۵۸۵,۴۱۲	۱,۲۲۷,۹۷۴	۷۶,۶۷۲	۳۸۲,۸۹۱	۵۱۱,۷۶۹	۷۴۰,۲۵۰	۴۰۴,۵۸۳	۳۲۳,۲۵۰	۹,۰۸۱,۵۵۸
۴۵	۳,۶۴۰,۶۹۸	۱,۲۲۳,۰۳۲	۶۰,۷۷۰	۹۹۴,۷۴۷	۵۱۱,۷۶۹	۷۴۰,۲۵۰	۴۰۴,۵۸۳	۳۲۳,۲۵۰	۹,۳۹۲,۴۷۱
۴۶	۳,۸۰۹,۹۰۶	۱,۳۱۹,۳۱۰	۱۵۷,۷۵۵	۵۵۲,۰۹۵	۵۱۱,۷۶۹	۷۴۰,۲۵۰	۴۰۴,۵۸۳	۳۲۳,۲۵۰	۱۰,۰۵۴,۷۲۱
۴۷	۳,۷۱۰,۵۳۹	۱,۲۸۷,۳۳۳	۶۴,۲۵۸	۱,۸۳۷,۲۱۶	۵۱۱,۷۶۹	۷۴۰,۲۵۰	۴۰۴,۵۸۳	۳۲۳,۲۵۰	۹,۰۹۸,۹۰۲
۴۸	۳,۵۷۵,۴۰۳	۱,۲۲۷,۲۸۴	۱۸۱,۳۴۷	۸۵۴,۹۳۲	۵۱۱,۷۶۹	۷۴۱,۵۵۰	۴۰۴,۵۸۳	۳۲۳,۲۵۰	۹,۵۲۴,۰۰۸
IDMU	۲,۳۷۰,۷۵۰	۸۷۲,۹۰۳	۱۹,۶۵۰	۳۰,۰۴۹	۱۶۶,۰۵۶	۵۲۵,۱۶۷	۲۶۴,۹۱۷	۲۵۹,۵۸۴	۱۲,۲۳۰,۸۶۸
ADMU	۳,۸۲۵,۱۵۵	۱,۳۴۹,۱۱۹	۴۷۰,۱۱۰	۱,۹۳۹,۹۷۸	۵۱۱,۸۰۶	۱,۰۵۸,۹۱۷	۱,۱۱۰,۵۸۳	۶۳۵,۳۳۳	۴,۷۲۳,۸۲۹

بهترین کارایی نسبی ممکن ازIDMU ها 5.088169732 و بدترین کارایی نسبی ممکن از ADMU ها 0.380911 است. هر دو حالت بهترین و بدترین ممکن کارایی نسبی و مقدارRC برای هریک از DMUها به ترتیب در یک سوم ستون پنجم جدول ۴ نشان داده شده است. همانطور که در جدول ۴ مشخص است مدل DEA با IDMU فقط DMU_{34}و DMU_{35} را به صورت کارا ارزیابی میکند و مابقی ۴۶ واحد تصمیم گیری را به صورتNON-DEA کارا ارزیابی میکند.

Archive of SID

www.SID.ir

تعداد واحدهای کاراز تحلیل پوششی داده ها به طور قابل توجهی کاهش می یابد. مدل DEA با ADMU تنها DMU_5، DMU_{17}، DMU_{24} و DMU_{36} را به عنوان DEAناکارا ارزیابی میکند و DMU۴۴ مابقی را به صورت-NON DEAناکارا ارزیابی میکند. شاخصRC نشان میدهد که DMU_{43} بهترین عملکرد کلی را دارند و DMU_{13}، DMU_{41}، DMU_{40}، DMU_{38}، DMU_{24}، DMU_{36}، DMU_5 و DMU_{17} بدترین عملکرد کلی را دارند. مراتب رتبه بندی کلی برای همه DMU ۴۸در آخرین ستون جدول ۴ قرار دارد، که آنرا میتوان در همه ۴۸ DMUکه رتبه بندی و مشخص شده، با توجه به تمایز و عملکردشان یافت. این یک مزیت قابل توجه از رویکرد DEAپیشنهاد شده نسبت به دیگر روشهای DEAاست.

جدول۴. ضریب عملکرد و مقادیر شاخصRC برای ۴۸ DMU

DMU	CCR Efficiency	CCR/IDMU Efficiency	CCR/ADMU Efficiency	RC	Rank
۱	۰,۷۸۸	۰,۱۹۲۴	۱,۴۵۳۴	۰,۱۷۹۷	۳۱
۲	۰,۷۹۳۷	۰,۴۰۷۷	۱,۵۹۲۳	۰,۲۰۵۶	۲۳
۳	۰,۸۲۲۶	۰,۴۲۶۲	۱,۶۷۹۱	۰,۲۱۷۸	۲۰
۴	۱	۰,۳۰۷	۱,۹۳۷۷	۰,۲۴۵۶	۱۱
۵	۰,۹۲۹۶	۰,۲۶۲۳	۱	۰,۱۱۳۷	۴۵
۶	۰,۷۹۸۸	۰,۱۷۳۸۳	۱,۲۶۳۴	۰,۱۵۲۲	۴۰
۷	۱	۰,۱۷۸۹	۱,۵۴۲۲	۰,۱۹۱۳	۲۷
۸	۰,۸۱۴	۰,۱۸۵	۱,۱۶	۰,۱۳۷۱	۴۲
۹	۰,۹۳۷۵	۰,۲۳۹۱	۱,۵۱۶۸	۰,۱۸۹۸	۲۸
۱۰	۰,۸۴۴۴	۰,۲۱۹۶	۱,۳۲۲۱	۰,۱۶۲	۳۷
۱۱	۰,۷۷۰۳	۰,۱۰۸۱	۱,۰۸۷۴	۰,۱۲۴۲	۴۳
۱۲	۱	۰,۲۰۸۷	۱,۳۴۳۷	۰,۱۶۴۸	۳۵
۱۳	۱	۰,۳۳۰۵	۲,۹۴۰۸	۰,۳۴۹۸	۲
۱۴	۰,۶۱۷۹	۰,۱۵۷۳	۱,۳۹۰۸	۰,۱۷	۳۳
۱۵	۰,۷۳۳۲	۰,۲۳۵۲	۱,۸۵۶	۰,۲۳۳۱	۱۵

Archive of SID

www.SID.ir

۲۲	۰,۲۱۲۲	۱,۷۱۳۵	۰,۱۴۱	۰,۹۶۷۸	۱۶
۴۸	۰,۱۱۰۳	۱	۰,۰۹۵۳	۰,۷۰۴	۱۷
۱۴	۰,۲۳۶۷	۱,۸۷۸۶	۰,۲۵۸	۰,۸۴۱۴	۱۸
۳۶	۰,۱۶۴۲	۱,۳۶۱۷	۰,۰۹۵۶	۰,۸۴۰۴	۱۹
۴۴	۰,۱۲۱۲	۱,۰۶۶۲	۰,۱۲۰۴	۰,۷۳۷۷	۲۰
۳۸	۰,۱۶۱۳	۱,۳۳۹۴	۰,۱۰۵۷	۰,۶۷۸۴	۲۱
۲۵	۰,۲۰۲۸	۱,۶۳۴۵	۰,۱۵۸۹	۰,۸۳۴۱	۲۲
۴۱	۰,۱۴۵۳	۱,۲۲	۰,۱۵۰۵	۰,۵۹۸۹	۲۳
۴۷	۰,۱۱۰۴	۱	۰,۰۹۷۵	۰,۷۶۰۲	۲۴
۲۱	۰,۲۱۳۴	۱,۶۳۵۳	۰,۴۶۴۳	۰,۸۴۶۲	۲۵
۲۴	۰,۲۰۵۴	۱,۵۸۶۴	۰,۴۲۳۸	۰,۹۲۱۳	۲۶
۲۹	۰,۱۸۳۴	۱,۴۲۵۳	۰,۴۳۹۳	۰,۹۰۳۹	۲۷
۳۰	۰,۱۸۰۵	۱,۴۰۵۷	۰,۴۳۴۴	۰,۸۹۳۲	۲۸
۳۴	۰,۱۶۵۸	۱,۳۳۶۹	۰,۲۷۶۸	۰,۸۴۶۵	۲۹
۱۹	۰,۲۲۰۹	۱,۶۶۴۱	۰,۵۶۱۹	۰,۹۲	۳۰
۶	۰,۲۷۵۵	۲,۰۸۶۶	۰,۶۰۱۹	۱	۳۱
۳۹	۰,۱۵۷	۱,۲۷۴۲	۰,۲۹۱۲	۰,۹۱۳۷	۳۲
۱۷	۰,۲۲۷۲	۱,۷۰۱۲	۰,۵۹۶۸	۰,۸۷۰۱	۳۳
۱۸	۰,۲۲۶۴	۱,۷۲۳۵	۰,۴۹۹۶	۱	۳۴
۱۰	۰,۲۶۶۹	۱,۸۶۸۹	۱	۱	۳۵
۴۶	۰,۱۱۰۸	۱	۰,۱۲۰۸	۰,۹۴۴۲	۳۶
۱۳	۰,۲۴۲۴	۱,۸۸۵۲	۰,۳۸۷۸	۰,۸۳۷۷	۳۷

Archive of SID

www.SID.ir

۵	۰,۲۹۰۵	۲,۲۲۴۲	۰,۵۸۷۲	۱	۳۸
۹	۰,۲۶۹۴	۲,۰۶۲۳	۰,۵۲۹۴	۰,۸۹۱۳	۳۹
۴	۰,۲۹۴	۲,۲۳۵۲	۰,۶۳۵۲	۱	۴۰
۳	۰,۳۴۰۲	۲,۶۱۶۶	۰,۷۵۱۳	۱	۴۱
۷	۰,۲۷۱۴	۲,۱۴۲۸	۰,۳۵۷۸	۰,۹۳۷۷	۴۲
۱	۰,۳۵۲۵	۲,۶۰۶۶	۱	۱	۴۳
۸	۰,۲۷۰۹	۲,۱۲۴۲	۰,۳۹۵۸	۰,۹۷۹۵	۴۴
۱۶	۰,۲۲۸۷	۱,۸۳۷۹	۰,۱۷۵۶	۱	۴۵

۵. نتیجه گیری ها

در این مقاله ما دو مدل DEA را بر اساس ADMU مجازی و از سوی دیگر ADMU توسعه داده ایم. اولی DMU ها را با استفاده از بهترین کارایی نسبی ممکن ارزیابی می کند و می تواند برای شناسایی واحد کارآی DEA بکار رود؛ در حالیکه دومیDMU ها را با استفاده از بدترین کارایی نسبی ممکن ارزیابی می کند و می تواند برای شناسایی آن دسته از واحدهای ناکارآی DEA بکار رود. که در نتیجه ارزیابی عملکرد کلی از دو کارایی متمایز با استفاده از شاخص نزدیکی نسبی، از هر DMU را ارائه میدهد و بدین ترتیب میتواند به عنوان اساس مقایسه و رتبه بندی DMU ها استفاده شود. این روش پیشنهادی در مقایسه با روش DEA موجود، این قابلیت را دارد که هر DMU را از دیگر DMU ها بر اساس عملکرد کلی تشخیص میدهد. در این راستا دو مثال عددی بیان شد که، نشان دهنده مزیتهای بالقوه و عملکرد بهتر این روش پیشنهادی در تحلیل پوششی داده ای براساس شاخصRC بود.

۶. منابع:

[1] A. Charnes, W.W. Cooper, E. Rhodes, Measuring the efficiency of decision making units, European Journal of Operational Research 2 (1978) 429-444.
[2] C.L. Hwang, K. Yoon, Multiple Attribute Decision Making, Springer-Verlag, Berlin, 1981.
[3] Charnes, A., Banker, R. D., Cooper, W.W., (1984), “Some Models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis”, Management science 30(9), pp. 1078-1092.
[4] Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E., (1978), “Measuring the efficiency of decision making units”, Eur. J. Oper.Res.2, pp. 429-444.
[5] Farrell, M. J., (1957), “The measurement of productive efficiency”, Journal of the Royal Statistical Society Series a, 120 (III), pp. 253-281.
[6] Lu, W. M., & Lo, S. F. (2007a). A closer look at the economic–environmental disparities for regional development in China. European Journal of Operational Research, 183, 882–894.
[7] Lu, W. M., & Lo, S. F. (2007b). A benchmark-learning roadmap for regional sustainable development in China. Journal of the Operational Research Society, 58,841–849.
[8] P. Andersen, N.C. Petersen, A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis, Management Science 39 (1993) 1261-1264.

Archive of SID
www.SID.ir

[9] Sexton, T. R., Silkman, R. H., & Hogan, A. J. (1986). Data envelopment analysis: critique and extensions. In R. H. Silkman (Ed.), Measuring efficiency: An assessment of data envelopment analysis. San Francisco, CA: Jossey-Bass

[10] T. Entani, Y. Maeda, H. Tanaka, Dual models of interval DEA and its extension to interval data, European Journal of Operational Research 136 (2002) 32-45.

[11] Y.M. Wang, R. Greatbanks, J.B. Yang, Measuring the performances of decision making units using interval efficiencies, European Journal of Operational Research, submitted for publication.

[12] Wang, Y. M., Luo, Y., & Liang, L. (2009). Ranking decision making units by imposing a minimum weight restriction in the data envelopment analysis. Journal of Computational and Applied Mathematics, 223, 469–484.

[13] Wong, Y. H. B., & Beasley, J. E. (1990). Restricting weight flexibility in data envelopment analysis. Journal of the Operational Research Society, 41, 829–835.

[14] Wu, D. (2009). Performance evaluation: An integrated method using data envelopment analysis and fuzzy preference relations. European Journal of Operational Research, 194, 227–235.

[15] Wu, J., Liang, L., & Chen, Y. (2009). DEA game cross-efficiency approach to Olympic rankings. Omega, 37, 909–918.

[16] Wu, J., Liang, L., Wu, D., & Yang, F. (2008). Olympics ranking and benchmarking based on cross efficiency evaluation method and cluster analysis: The case of Sydney 2000. International Journal of Enterprise Network Management, 2, 377–392.

[17] Wu, J., Liang, L., & Yang, F. (2009a). Achievement and benchmarking of countries at the Summer Olympics using cross efficiency evaluation method. European Journal of Operational Research, 197, 722–730.

[18] Wu, J., Liang, L., & Yang, F. (2009b). Determination of the weights for the ultimate cross efficiency using Shapley value in cooperative game. Expert Systems with Applications, 36, 872–876.

[19] Wu, J., Liang, L., Yang, F., & Yan, H. (2009). Bargaining game model in the evaluation of decision making units. Expert Systems with Applications, 36,4357–4362.

[20] Wu, J., Liang, L., Zha, Y., & Yang, F. (2009). Determination of cross-efficiency under the principle of rank priority in cross-evaluation. Expert Systems with Applications, 36, 4826–4829.

Archive of SID

www.SID.ir