

مجموعه مقالات ششمین کنفرانس انرژی و محیط زیست  
دوم دی ۱۳۹۵، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما  
۰۹۱۹۷۵۵۶۴۲۴ - ۰۲۱ - ۸۸۶۷۱۶۷۶  
 مجریان: انجمن علمی مهندسی حرارتی و برودتی ایران  
و هم اندیشان انرژی کیمیا  
www.Energyconf.ir



## واهمامیخت تنک داده‌های لرزه‌ای به روش اسپایک پراکنده و کاربرد آن در تشخیص لایه نازک

پروانه پاک منش<sup>۱</sup>، علیرضا گودرزی<sup>۲</sup>

کرمان-آتوبان هفت باغ علوی- دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفت کرمان  
parvapakmanesh@gmail.com

### چکیده

واهمامیخت به مسائل تخمین ورودی مجھول سیستم LTI زمانی که سیگنال و پاسخ سیستم معلوم باشد اطلاق می‌شود. در عمل سیگنال خروجی با نوفه همراه است برای بعضی سیستم‌ها مسئله واهمامیخت سر راست است، با این حال برای سیستم‌های معکوس ناپذیر یا تقریباً معکوس ناپذیر مسنله کمی پیچیده شده و استفاده از معکوس سیستم منجر به تقویت نوفه می‌شود. اگر انتظار داریم یا می‌دانیم ورودی مجھول سیگنال به یک سیستم LTI تنک است آنگاه واهمامیخت تنک رویکرد مناسبی برای تخمین X است. در پژوهش حاضر روش جدید واهمامیخت بر اساس الگوریتم MM ارائه شده است.

در این روش کمینه تابع هزینه با استفاده از نرم  $I_1$  و  $I_2$  تعریف می‌شود. الگوریتم MM از مزیت ساختار نواری ماتریس‌هایی که در مسائل واهمامیخت وجود دارد استفاده می‌کند. در این روش، تا حد زیادی، به هدف خود رسیده ایم و لایه‌های زمین تا حد قابل قبولی قابل نمایش هستند.

**واژه‌های کلیدی:** واهمامیخت، الگوریتم MM، وارون سازی، تنکی، منظم سازی.

۱-دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفت کرمان

۲-استادیار دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفت کرمان

## ۱- مقدمه

به طور کل، در مقوله اکتشاف نفت و گاز، رهیافت‌های اندازه‌گیری پارامترهای فیزیکی را می‌توان، به دودسته‌ی اصلی رهیافت‌های مستقیم و رهیافت‌های غیرمستقیم تقسیم کرد.

در رهیافت‌های مستقیم، توصیف و شناسایی پارامترهای فیزیکی با استفاده از روش‌های مستقیمی همچون استفاده از مغزه‌ها، بررسی نمونه‌های دست‌خورده و تخروده از چاهها، بررسی زمین‌شناسی منطقه، و نیز نگاره‌های چاه پیمایی صورت می‌پذیرد اما در رهیافت‌های غیرمستقیم با استفاده از روابط ریاضی و وارون کردن مسئله به جواب خواهیم رسید.

در لرزه‌شناسی انعکاس‌ها را با استفاده از فرستادن یک پالس موجک از سطح به اعمق، امواج منعکس شده از مرزهای لایه‌های زیر سطح زمین، توسط آرایه‌ای از حسگرها در سطح، به عنوان تابعی از زمان و موقعیت فضایی، ثبت می‌گردد [۱]. این مرحله اولین قدم در اکتشافات لرزه‌شناسی است که به عنوان جمع‌آوری اطلاعات شناخته می‌شود. با این فرض که پالس موجک ما در زمان انتشار دچار تغییر شکل نشده باشد (محیط کاملاً پلاستیک)، رد لرزه‌ی ثبت شده را می‌توان به عنوان خروجی همامیخت بین انعکاس و منبع موجک مدل کرد.

در مدل ساده لرزه‌ای [۲] اگر  $y(t)$  رد لرزه‌ی ثبت شده بر روی زمین،  $r(t)$  پاسخ ضربه زمین،  $w(t)$  سیگنال تنک و  $n(t)$  مقدار نوفه باشد، معادله‌ی همامیخت به فرم زیر نوشته می‌شود.

$$y(t) = w(t) * r(t) + n(t) \quad (1)$$

با توجه به اطلاعات مشاهده و اندازه‌گیری شده بر روی سطح زمین و سپس با معکوس کردن آن، به مشخصات لایه‌های زیرزمین می‌توان دست‌یافت. بازیابی ضرایب بازتاب زمین از دیتای لرزه‌ای با استفاده از واهمامیخت انجام می‌پذیرد. الگوریتم

واهمامیخت اسپایک پراکنده با استفاده از حداقل کردن تابع هزینه با نرم [۱] به بازیابی ضرایب بازتاب زمین می‌پردازد [۳]. اگر ما موجک و سری ضرایب را نداشته باشیم، معادلات به فرم دیکاتولوشن کور نوشته می‌شود و یک مسئله معکوس و غیرخطی خواهد بود. این نوع مشکلات به طور کلی به فرم بد وضع خواهد بود و موجک به فرم تنک فرض خواهد شد [۴].

جذب، جزبی از واقعیت زمین و تابعی از فرکانس است. اصطلاحاً می‌گویند که زمین یک فیلتر پایین گذر است [۵] که بر روی امواج عمل می‌کند؛ یعنی دامنه‌ی فرکانس‌های بزرگ نسبت به دامنه‌ی فرکانس‌های کوچک بیشتر کاهش می‌یابد. لذا جایی که جذب صورت می‌گیرد؛ فرکانس غالب در طیف دامنه- فرکانسی که بیشترین دامنه را دارد - به سمت فرکانس‌های کم می‌رود؛ و انتظار داریم که در رد لرزه‌ی ثبت شده، طول موجک بیشتر شود. درواقع پهنای موجک ارسال شده به داخل زمین، بعد از دریافت مجدد روی زمین بیشتر خواهد شد.

این موضوع سبب می‌شود که قدرت تفکیک زمان کاهش بیابد. اگر بخواهیم موجک دریافتی‌مان در حوزه‌ی زمان فشرده باشد؛ می‌بایست در حوزه‌ی فرکانس؛ باند فرکانسی موجک را وسیع کنیم یا به عبارتی به موجک فرکانس تزریق کنیم که در این صورت، با توجه به جمع شدن موجک؛ مسئله‌ی تداخل یا همان کاهش رزولوشن زمانی رخ نخواهد داد. فشرده شدن موجک منجر به افزایش رزولوشن زمانی و افزایش قدرت تفکیک لایه‌های زمین می‌شود. در روش پژوهش حاضر، موجک به فرم پایا و فیلتر اعمال شده به صورت ناپایا (time variant) عمل می‌کند.

## ۲- روش حداقل مربعات

یکی از روش‌های معمول حل معادله  $\mathbf{A}x = \mathbf{y}$  کمینه کردن انرژی  $x$  است.

$$\arg \min_x \|x\|_2^2 \quad (2)$$

به نحوی که  $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$  باشد، جواب معادله به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$x = \mathbf{A}^H (\mathbf{A}\mathbf{A}^H)^{-1} \mathbf{y} \quad (3)$$

در معادله (3)،  $\mathbf{A}^H$  ماتریس ترانهاده مختلط مزدوج  $\mathbf{A}$  است. وقتی  $\mathbf{y}$  نویفه‌دار باشد مطلوب نیست که دقیقاً معادله (1) حل شود. در این حالت، روش معمول برای حل تقریبی  $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$  این است که تابع هزینه کمینه شود:

$$\arg \min_x \|\mathbf{y} - \mathbf{Ax}\|_2^2 + \lambda \|x\|_2^2 \quad (4)$$

حل معادله (4) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$x = (\mathbf{A}^H \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{y} \quad (5)$$

توجه داشته باشید که هر کدام از دستگاه معادلات (3) و (5) به دنبال حل سیستمی از معادلات خطی هستند. در پردازش سیگنال، معادلات ممکن است به واسطه اینکه  $\mathbf{y}$  و یا  $x$ ، سیگنال‌های طولانی‌اند (یا تصویر)، خیلی بزرگ باشند. برای الگوریتم‌های کاربردی، ضروری است که روشی سریع و مؤثر برای حل سیستم‌های معادلات داشته باشیم. در بسیاری از موارد سیستم معادلات خواص و یا ساختاری دارند، که می‌توانند از این روش‌های سریع بهره ببرند. برای مثال بعضی وقت‌ها از تبدیل فوریه می‌توان بهره برد، در غیر این صورت باید از الگوریتم‌های تکراری استفاده کرد.

## ۳- راه حل تنکی

یک راه حل معمول حل معادله (1) کمینه کردن مجموع مقادیر مطلق  $x$  است. از جمله حل مسئله بهینه‌سازی:

$$\arg \min_x \|x\|_1 \quad (6)$$

به نحوی که  $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$  باشد؛ که  $\|x\|_1$  نرم  $l_1$  است. مسئله (6) را مسئله Basic Pursuit یا BP می‌گویند. برخلاف مسائل حداقل مربعات حل مسئله BP را به صورت صریح نمی‌توان نوشت. جواب این دسته از مسائل را تنها با الگوریتم‌های عددی تکراری می‌توان به دست آورد. وقتی  $\mathbf{y}$  نویفه‌دار باشد حل معادله (1) منطقی نیست. در این حالت با کمینه کردن تابع هزینه می‌توانیم به جواب تقریبی برسیم.

$$\arg \min_x \|y - Ax\|_2^2 + \lambda \|x\|_1 \quad (7)$$

مسئله شماره (7) را BPD Basic Pursuit Deniosing می‌نامند [۶]. این مسئله نیز حل صریح ندارد و تنها از طریق الگوریتم‌های تکرار جواب آن به دست می‌آید. اگرچه به نظر می‌رسد معادلات (۴) و (7) یکسان‌اند، ولی در عمل دارای حل‌های متفاوتی هستند. تنها تفاوت این دو در عملگر به توان دو رساندن است. توجه داشته باشید وقتی مجموعه‌ای از مقادیر مجدول و باهم جمع می‌شوند، مجموع آن‌ها به بزرگ‌ترین مقدار آن مجموعه حساس است. بنابراین وقتی  $\|x\|_2^2$  کمینه می‌شود، خیلی مهم است که بزرگ‌ترین مقدار  $x$  کوچک شود زیرا که بیشتر از کوچک‌ترین مقادیر به حساب می‌آید. به همین دلیل جوابی که از کمینه کردن نرم  $\|x\|_2$  به دست می‌آید، دارای مقادیر کوچک بسیاری است که مهم نیستند. درنتیجه حل حداقل مربعات معمولاً تنک نیست. بنابراین وقتی انتظار داریم که حل ما تنک باشد، بهتر است که از نرم  $\|x\|_1$  به جای نرم  $\|x\|_2$  استفاده کنیم [۷].

#### ۴- تئوری روش

فرض کنید که اطلاعات نوفه‌دار ما به شکل زیر باشد

$$y(n) = (h * x)(n) + w(n) \quad (8)$$

که  $h(n)$  پاسخ ضربه سیستم LTI،  $x(n)$  سیگنال تنک و  $w(n)$  نوفه سفید گاوی است. علامت \* نشان‌دهنده آمیختگی است. فرض می‌کنیم که سیستم LTI را با یک معادله بازگشتی توصیف کنیم که فرم ماتریسی آن به شکل زیر نشان داده می‌شود.

$$Ay = BX \quad (9)$$

که  $A$  و  $B$  ماتریس‌های نواری هستند. برای مثال اگر معادله از مرتبه اول باشد:

$$y(n) = b(0)x(n) + b(1)x(n-1) - a(1)y(n-1) \quad (10)$$

آنگاه  $A$  و  $B$  به شکل زیر خواهند بود:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ a_1 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & a_1 & 1 \\ & & & a_1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_0 & & & \\ b_1 & b_0 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & b_1 & b_0 \\ & & & b_1 & b_0 \end{bmatrix}$$

می‌توان خروجی سیستم را به شکل زیر دوباره بازنویسی کرد:

$$y = A^{-1}Bx = Hx \quad (11)$$

که ماتریس  $H$  برابر است با:

مجموعه مقالات ششمین کنفرانس انرژی و محیط زیست  
 دوم دی ۱۳۹۵، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما  
 ۰۹۱۹۷۵۵۶۴۲۴ - ۰۲۱ ۸۸۶۷۱۶۷۶  
 مجریان: انجمن علمی مهندسی حرارتی و برودتی ایران  
 و هم اندیشان انرژی کیمیا  
 www.Energyconf.ir



$$H = A^{-1}B \quad (12)$$

توجه داشته باشید که اگرچه  $A$  و  $B$  ماتریس‌های نواری هستند،  $H$  ماتریس نواری نیست. (معکوس یک ماتریس نواری در حالت کلی نواری نیست [۸]. اطلاعات مدل در دسترس را می‌نوان به شکل زیر نوشت:

$$y = Hx + w \quad (13)$$

www.Energyconf.ir

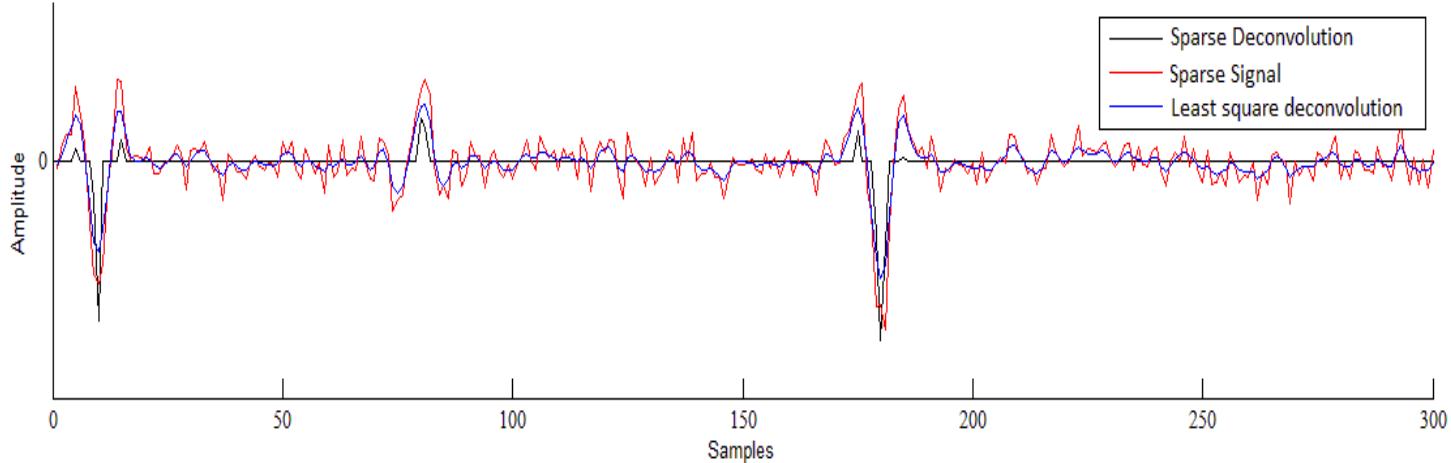
مجموعه مقالات ششمین کنفرانس انرژی و محیط زیست  
دوم دی ۱۳۹۵، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما  
۰۹۱۹۷۵۵۶۴۲۴ - ۰۲۱ (۸۸۶۷۱۶۷۶)  
 مجریان: انجمن علمی مهندسی حرارتی و بروودتی ایران  
و هم اندیشان انرژی کیمیا  
www.Energyconf.ir



## ۵- اعمال الگوریتم بر داده‌ی مصنوعی

### ۵-۱- اعمال الگوریتم بر روی رد لرزه مصنوعی

تولید رد لرزه به فرم مصنوعی، با استفاده از همامیخت موجک ریکر با فرکانس ۴۰ هرتز در ماتریس مورد نظری که به عنوان سری ضرایب زمین فرض شده است، اعمال می‌شود. سپس نویز به صورت تصادفی به داده اضافه می‌شود. برای اعمال الگوریتم MM بر روی رد لرزه ایجاد شده، پارامتر منظم سازی با مقدار ۱،۸ انتخاب و میزان ۵۰۰ تکرار در نظر گرفته شده است.

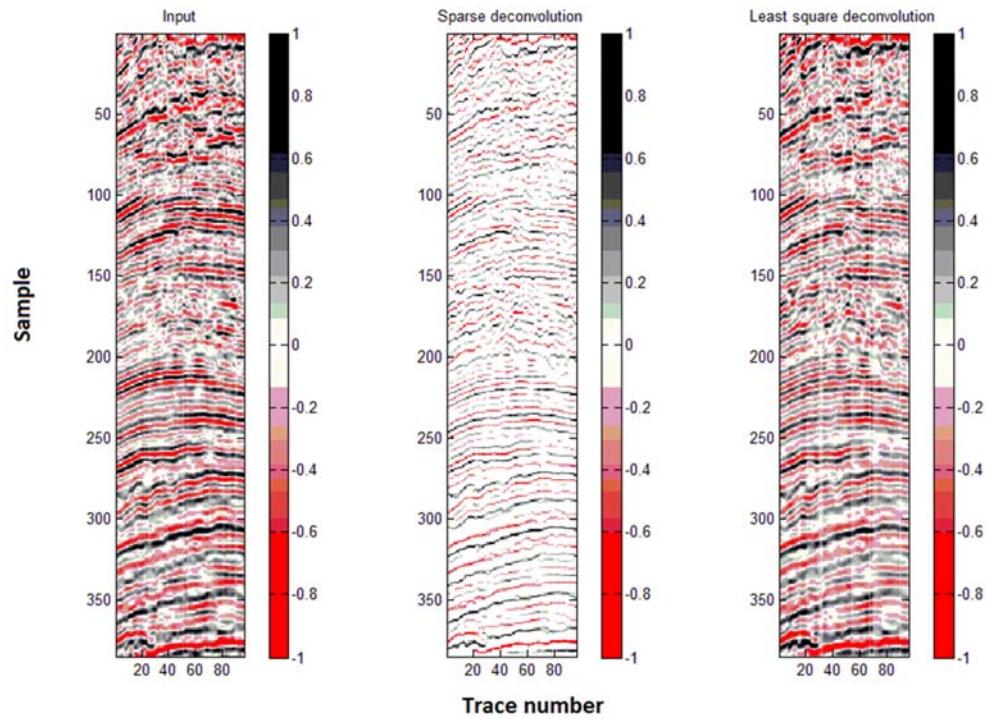


شکل ۱: رد لرزه قرمز رنگ داده تنک به همراه نویز (Sparse signal). رد لرزه‌ی آبی رنگ اعمال روشن حداقل مربعات بر داده‌ی تنک نویز دار

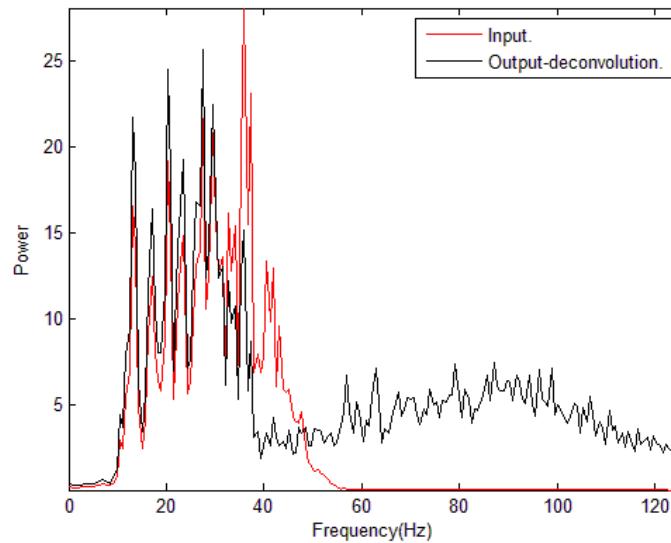
(Sparse deconvolution)، اعمال الگوریتم MM بر داده نویزی منجر به سیگнал تنک شده است (Least square deconvolution)

## ۶- اعمال الگوریتم بر داده واقعی

در نهایت با اعمال الگوریتم مورد نظر با پارامتر منظم سازی ۱،۸ و تعداد ۵۰۰ تکرار برای اجرای الگوریتم، بر روی مقطع پس از بر انبارش یکی از مخازن جنوب ایران، به نتایج زیر خواهیم رسید.



شکل ۲: در ستون سمت چپ، داده‌ی ورودی یکی از مخازن جنوبی ایران است. (Input) در ستون وسط، اعمال الگوریتم MM بر داده‌ی واقعی، که به بیشترین مقدار تنکی رسیده است (sparse deconvolution) در ستون بعد، اعمال روش حداقل مربعات بر داده‌ی ورودی به عنوان یک روش مرسوم (Least square deconvolution) می‌باشد.



شکل ۳- طیف بسامدی در رد لرزه: رنگ قرمز طیف بسامدی رد لرزه قبل از واهمامیخت و رنگ مشکی، طیف بسامدی رد لرزه بعد از واهمامیخت را نشان می دهد.

### نتیجه گیری

در الگوریتم MM به علت وجود دو بخش متفاوت درتابع هزینه و وجود ۱۱ و ۱۲ نرم، می توان روند کار را بهبود بخشد. در پژوهش حاضر روشنی جدید واهمامیخت بر اساس الگوریتم MM ارائه شده است. اگر انتظار داریم یا می دانیم ورودی مجهول سیگнал به یک سیستم LTI تنک است، آنگاه واهمامیخت تنک رویکرد مناسبی برای تخمین  $\mathbf{x}$  است، که در آن بدون اینکه آسیبی به سیگнал وارد شود، حداقل فشردگی بر آن اعمال می شود. اما در روش حداقل مربعات، به عنوان روش مرسوم، فرم تنگ کنندگی خوبی ندارد و تنها نقش هموار کردن داده را ایفا می کند و این موضوع یکی از معایب این روش بر Sherman می شود. در روش واهمامیخت تنک، تا حد زیادی، به هدف خود رسیده ایم و لایه های زمین تا حد قابل قبولی قابل نمایش هستند.

### مراجع

- [1] Özdoğan Yilmaz. (1990) "Society of Exploration Geophysicists,". Seismic data processing. Video Studios of Western Atlas International,
- [2] Robinson, Enders A., and Sven Treitel. (1967): "Principles of digital Wiener filtering." Geophysical Prospecting 15.3 311-332.
- [3] Dossal, Charles, and Stéphane Mallat. 2005. "Sparse spike deconvolution with minimum scale." Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations (SPARS workshop).
- [4] Lopes, Renato Rocha, and John R. Barry 2001 "Blind iterative channel identification and equalization." Communications.

مجموعه مقالات ششمین کنفرانس انرژی و محیط زیست  
دوم دی ۱۳۹۵، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما  
۰۹۱۹۷۵۵۶۴۲۴ - ۰۲۱ (۸۸۶۷۱۶۷۶)  
 مجریان: انجمن علمی مهندسی حرارتی و برودتی ایران  
و هم اندیشان انرژی کیمیا  
www.Energyconf.ir



ICC 2001, IEEE International Conference on. Vol. 7.

- [5] Sheriff, Robert E., and Lloyd P. Geldart. 1995. Exploration seismology. Cambridge university press.
- [6] Chen, Scott Shaobing, David L. Donoho, and Michael A. Saunders. (2001) "Atomic decomposition by basis pursuit." SIAM review 43.1: 129-159.
- [7] Selesnick, Ivan. (2012). "Introduction to sparsity in signal processing." Connexions
- [8] Selesnick, Ivan. (2012). "Sparse deconvolution (an MM algorithm)." Connexions
- [9] Claerbout, Jon F., and Francis Muir. (1973) "Robust modeling with erratic data." Geophysics 38.5: 826-844.
- [10] Figueiredo, Mário AT, José M. Bioucas-Dias, and Robert D. Nowak. (2007) "Majorization–minimization algorithms for wavelet-based image restoration." IEEE Transactions on Image processing 16.12: 2980-2991.
- [11] Selesnick, I. (2012). Total variation denoising (an MM algorithm). NYU Polytechnic School of Engineering Lecture Notes.
- [12] Figueiredo, Mário AT, et al. 2006 "On total variation denoising: A new majorization-minimization algorithm and an experimental comparison with wavalet denoising." 2006 International Conference on Image Processing. IEEE,
- [13] Repetti, Audrey, et al. (2015) "Euclid in a taxicab: Sparse blind deconvolution with smoothed regularization." IEEE Signal Processing Letters 22.5: 539-543