

پیچیدگی الگوی جریان در مجاورت دیواره‌های بازتابنده و دیرگداز کوره‌های صنعتی

*علی اکبر جمالی^۱

عضو هیأت علمی دانشگاه امام حسین (ع) - دانشکده فنی و مهندسی - مرکز تحقیقات آئروپنایمیک قدر

چکیده:

حرکت درهم انتقال گرما و اندازه حرکت در فاصله دور تا نزدیک از دیواره در کوره‌های صنعتی بویژه در صنایع پالایش ناشی از حرکات نامنظم ذرات سیال صورت می‌گیرد. از این رو به دلیل حرکت و جریان ذرات سیال، پیش‌بینی می‌شود که میان ضریب اصطکاک و ضریب انتقال گرما تشابهی باشد که علیرغم یافته‌های بنیادین رینولدز، پرائنتل و کارمن، نیازمند بررسی‌های دقیق‌تر تجربی و تطبیق با سایر معادلات حاکم است. برای مطالعه اثر شناوری بر روی جدایش لایه مرزی در حالت آشفته در سطوح حرارتی عمودی از معادلات انتقال مدل شده برای محاسبات تنش‌های رینولدز و شدت حرارت آشفته استفاده می‌شود. بررسی ضریب پخش اندازه حرکت و نفوذ گردابه‌ای گرمایی در شرایط جریان‌های متلاطم حقایق بیشتری را برمی‌تاباند، نتایج نشان می‌دهد؛ که اهمیت عدد پرائنتل جریان مغشوش با افزایش عدد ریچاردسون کاهش یافته، حال آنکه این اثر در جریان‌های افقی کمتر نشان داده می‌شود.

مقدمه

در جریان درهم تنش برشی و شار گرمایی از دو بخش تشکیل می‌شود؛ یکی مربوط به حرکت آرام و دیگری متعلق به حرکت درهم که نسبت به حرکت آرام پیچیده تر است. بررسی انتقال حرارت در جریان ضربانی آرام و درهم داخل لوله با شار حرارتی ثابت و متغیر اصولاً مستلزم تحلیل‌های ویژه‌ای است. اثرات فرکانس، عدد پرائنتل و دامنه نیز نیازمند مطالعات بیشتری است. از این رو در کاری پژوهشی [۱]، به تحلیل انتقال حرارت در جریان ضربانی آرام داخل لوله با شار حرارتی ثابت اثرات فرکانس، عدد پرائنتل و دامنه پرداخته شده است. در پایان‌نامه دیگری [۲]، جابجایی طبیعی جریان آرام دو بعدی ماندگار (دایمی)، در محفظه بسته مستطیلی و مثلثی شکل مورد مطالعه قرار گرفته است. محفظه بسته مستطیلی با شرایط مرزی صفحات عمودی آدیاباتیک و اختلاف دما در صفحات هم دمای افقی که صفحه بالایی سرد و صفحه پایینی گرم می‌باشد و محفظه بسته مثلثی با دو شرایط مرزی، تابستان (جدار شیب دار گرم و جدار افقی سرد) و زمستان (جدار شیب دار سرد و جدار افقی گرم) به روش عددی مورد بررسی قرار گرفته اند. روش حل با استفاده از شیوه حجم کنترل بوده که معادلات غیر خطی پیوستگی، ناویراستوکس و انرژی را در حالت دو بعدی حل می‌کند. الگوریتم برنامه، سیمپلر بوده که سه پارامتر بی بعد مهم زیر قابل توجه است:

۱- ظرافت (رگراسیون)

۲- عدد پرائنتل

۳- عدد گراشف

حل در حالت ماندگار با محدوده ظرافت ۰/۲۵ تا ۱/۰ و عدد گراشف هزار تا یک میلیون و عدد پرائنتل ثابت ۰/۷ برای هوا صورت می‌گیرد. نتیجه حاصله وابستگی عدد نوسلت به ظرافت و عدد گراشف را نشان می‌دهد. کار تحقیقی دیگری [۳]، به حل عددی انتقال

* jamalis5@iust.ac.ir

حرارت ترکیبی شامل جابجایی مختلط و تشعشع در یک کانال عمودی پرداخته است که در آن اثرات تشعشع برای دیواره‌های کانال و همچنین برای سیال عامل در نظر گرفته شده است. در این پژوهش، جریان سیال در داخل کانال به صورت آرام، پایا و دو بعدی در نظر گرفته می‌شود. دمای دیواره‌های کانال متغیر بوده و به صورت تابعی خطی از طول کانال تعریف گردیده است. معادلات حاکم بر مسئله شامل معادلات پیوستگی، اندازه حرکت، انرژی و انتقال حرارت تشعشعی می‌باشد که با حل همزمان آن‌ها، میدان‌های سرعت، فشار و دما مشخص می‌گردند.

سیالات در خروجی مخازن و ورودی کانال‌ها به دلایل مختلفی از قبیل نامتقارنی هندسه خروجی، نامتقارنی جریان نزدیک شونده و ... دچار چرخش می‌شوند. با قدرت گرفتن این چرخش ممکن است یک راه هوایی از سطح سیال به خروجی مخزن ایجاد شده و به دلیل ورود هوا و یا چرخش به داخل خروجی مشکلاتی ایجاد شود. در تحقیقی مشروح [۴]، علل تشکیل گردابه، از لحاظ شکل، قدرت و مشکلات ناشی از جریان‌های چرخشی مورد بررسی قرار گرفته است. یکی از مباحث مهم گردابه‌ها، یافتن و حل معادلات حاکم بر آن‌ها می‌باشد. معادلات حاکم را معمولاً با در نظر گرفتن فرضیاتی معقول جهت ساده‌سازی مسأله بدست می‌آورند. در تحقیق مزبور با استفاده از این فرضیات به توضیح روش‌های حل روابط حاکم بر گردابه‌ها پرداخته شده است. شبیه‌سازی انجام شده توسط نرم افزار Ansys ارائه و به تجزیه و تحلیل آن‌ها پرداخته شده است.

جریان‌های لایه‌ای، جریان‌هایی هستند که ذرات سیال در آن با نظم خاصی حرکت می‌کنند؛ بطوری که خطوط جریان با هم موازی هستند. حل این جریان‌ها یعنی بدست آوردن میدان سرعت و فشار با توجه به شرایط مرزی مختلف که از معادلات Navier-Stocks حاصل می‌شوند. حل معادلات در شرایط مرزی مختلف از مسائل پیچیده ریاضی است که تا کنون با روش‌های اجزاء محدود (FE) و تفاضل محدود (FD) حل شده‌اند. اما این روش‌ها دارای یک مشکل عمده همگرایی حلقه‌های محاسباتی می‌باشند. در این تحقیق معادلات با یک شیوه جدید حل می‌شوند؛ بطوری که ابتدا میدان حل مسأله مشخص شده، سپس معادلات در این میدان جزء می‌گردند. معادلات از نوع غیرخطی بوده و برای همگرایی پاسخ‌ها، تکنیک‌های ویژه‌ای بکار گرفته می‌شود.

برای حل جریان در هر شرایط لازم است در ابتدا معادلات حاکم بر آن جریان شناخته شود. سپس معادلات با یکی از روش‌های تحلیلی یا عددی حل گردد. معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی است و حل تحلیلی این معادلات بسیار پیچیده و یا غیر ممکن می‌باشد. با افزایش حافظه و سرعت کامپیوترها، حل‌های بنا نهاده شده بر روش‌های محاسبات عددی آسانتر و سریعتر انجام می‌گیرند. معادلات حاکم بر جریان لایه‌ای، معادلات ناویر-استوکس هستند که در عدد رینولدز پایین بر جریان حاکم می‌باشند. این معادلات در دو بعد، شامل یک معادله پیوستگی و دو معادله ممنتوم در جهات X و Y در هر نقطه از میدان محاسبه بدست می‌آیند. حل عددی این معادلات با روش‌های مختلف از جمله روش‌های محدود، روش تفاضل‌های محدود و روش حجم محدود امکان پذیر است. در این تحقیق از روش حجم محدود برای حل این معادلات استفاده شده است. از آنجایی که در جریان‌های با سطح آزاد، ارتفاع سطح آزاد خود پارامتری مجهول محسوب می‌گردد؛ بنابراین باید معادله‌ای اضافه بر معادلات فوق داخل شود. برای حذف این پارامتر مجهول، در این تحقیق سطح جریان در شرایط بسته در نظر گرفته شده است. روش حجم محدود برای یک معادله عمومی به نام معادله کلی انتقال که دارای شکل خاصی است؛ بکار برده می‌شود تا آن را با روش خاص، حل کند. سپس از نتایج آن برای حل معادلات با شکل مشابه استفاده می‌شود. از آنجایی که معادلات ناویر استوکس نیز حالت خاصی از معادله کلی انتقال می‌باشند؛ بنابراین از نتایج آن، این معادلات هم حل خواهند شد. برای حل معادله کلی انتقال گام‌های زیر برداشته می‌شود:

۱- شبکه بندی میدان حل: از یک شبکه مستطیلی در داخل این میدان استفاده می‌شود.

۲- تعریف حجم‌های کنترل برای سلول‌های داخل میدان.

۳- انفصال معادله کلی انتخاب در داخل همه حجم‌های کنترل و تشکیل دستگاه معادلات.

۴- اعمال شرایط مرزی برای حجم‌های کنترل مجاور مرز.

۵- حل دستگاه معادلات به روش توماس.

سپس نتایج این روش در معادلات ناویر استوکس بکار برده شده و به کمک آن مساله حفره در حالت‌های مختلف و با اعداد رینولدز متفاوت حل و نتایج آن مقایسه شده است. در ضمن زمینه‌های توسعه این روش نیز مورد بحث قرار گرفته است.

انتقال حرارت از صفحات مشبک بوسیله مکش سیال، اخیراً در صنعت کاربردی مطرح شده است. عملکرد کلکتورهای خورشیدی بدون شیشه که از صفحات جاذب مشبک بهره می برند بر این اساس استوار است. مکش هوا باعث می شود تا لایه مرزی تشکیل شده در اثر وزش باد بر روی صفحه در حالت آرام باقی بماند و انتقال حرارت از صفحه به هوا بصورت تنگاتنگ انجام شود. بدین سبب بازده این کلکتورها بیشتر از کلکتورهای معمولی بوده و چون بخاطر نداشتن شیشه ارزانتر تمام می شوند؛ جاذبه‌ای دو چندان یافته‌اند. گرچه موضوع بالا بودن راندمان حرارتی در مورد صفحاتی که سوراخ های ریز و خیلی نزدیک به هم دارند؛ صدق می کند، لیکن در مورد صفحات مشبک که سوراخ های آن‌ها از یکدیگر فاصله دارند، موضوع باید مورد تامل و بررسی قرار گیرد. مطالعات انجام شده نشان داده اند که در مورد صفحات مشبک شیارداری که راستای شیار آن‌ها عمود بر راستای جریان موزای با صفحه است، به علت دو بعدی بودن جریان، لایه مرزی تشکیل شده در حالت آرام باقی مانده و به ضخامت ثابتی که بستگی به میزان مکش دارد می رسد. در این حالت بازده حرارتی همچنان بالا بوده و از حالت ایده آل چندان فاصله ای ندارد. در صورتی که راستای وزش باد بر روی صفحه موزای با راستای شیارهای صفحه باشد؛ جریان سیال سه بعدی بوده و عملکرد کلکتور ممکن است مغایر با حالت های گذشته باشد. در تحقیقی دیگر [۵]، چگونگی انتقال حرارت از صفحات شیاردار در حالت جریان سه بعدی مورد بررسی قرار گرفته است. با استفاده از یک برنامه کامپیوتری معادلات حرکت سیال و انتقال حرارت بصورت عددی حل شده است. نتایج حاصله نشان می دهد که در این حالت بازده حرارتی صفحه کمتر بوده و دسترسی به حالت ثبات حرکت سیال مشکل تر خواهد بود. همچنین تأثیر پارامترهای حرکتی و خصوصیات هندسی و حرارتی صفحات بر بازده حرارتی صفحات مورد بررسی قرار گرفته است.

بررسی تشکیل لایه های مرزی در مسائل مقدار مرزی اغتشاشی غیرعادی و کاربردی آن‌ها در قالب یک کار پژوهشی [۶]، متشکل از چند فصل می باشد؛ فصل نخست به بیان تعاریف و مفاهیم اساسی و مباحث ریاضی مورد نیاز در فصول آتی پرداخته شده است. در فصل دوم طرح مسائل مقدار مرزی و اغتشاشی از نقطه نظر شرایط مرزی بحث شده و فصل سوم، به مسائل اغتشاشی غیرعادی می پردازد. در این فصل روشی ارائه می شود که به وسیله آن تعیین می گردد که در مسئله اغتشاشی داده شده لایه مرزی در کدام نقطه مرزی تشکیل می شود. خصوصاً وقتی که شرایط مرزی مسئله به صورت غیرموضعی داده شود، این کار بوسیله دستگاه جبری متشکل از شرایط ضروری معادله دیفرانسیل و شرایط مرزی مسئله انجام می گیرد. از آنجا که در یک مسأله اغتشاشی غیر عادی جواب تقریبی مسئله به صورت جواب های داخل لایه مرزی و خارج لایه مرزی نوشته می شود. بنابراین ابتدا به روش هایی تعیین می گردد که در کدام نقطه مرزی، لایه مرزی تشکیل می شود تا بر اساس آن جواب داخل و خارج لایه مرزی نوشته شود. سپس شرط سازگاری مجانبی جواب ها هم در حالت شرایط مرزی موضعی و هم در حالت موضعی بحث می شود. نهایتاً با استفاده از ثابت های اختیاری که در جوابهای عمومی معادلات دیفرانسیل ظاهر می شوند، شرایط تناوبی جواب ها اعمال و نشان داده می شود که اگر داده های مسأله به صورت توابع تناوبی باشند؛ آنگاه می توان بوسیله ثابت های اختیاری، شرایط تناوبی را به منظور حصول به جواب های تناوبی اعمال کرد.

هدف از مطالعه و بررسی تجربی و عددی هیدرودینامیک و انتقال حرارت جریان متلاطم هوا در کانال مستطیلی عریض [۷]، لزوماً شناخت پدیده خنک کردن و گرم کردن لایه ای شکافی به صورت دو بعدی و در شرایط پایدار می باشد. در این راستا در جهت شناخت بهتر چگونگی رفتار جریان سیال بر روی جداره تعیین پروفیل های سرعت و دما در مجاورت سطح و به دور از آن از اهمیت ویژه ای برخوردار است. یک مطالعه آزمایشگاهی [۸]، بر چگالش بخار در یک کانال در حضور جریان همسو یا متقابل آب با شیب کم انجام شده است. در این آزمایش ها سرعت های آب و بخار ورودی به همراه دمای آب ورودی تغییر می کند. ضرایب انتقال حرارت چگالش به صورت توابعی از سرعت های جریان آب و بخار و دمای آب ورودی تعیین می شوند. برای عدد ناسلت متوسط در حالت های سطح مشترک صاف و زبر، روابطی بدست آمده است. از این روابط ملاحظه می شود؛ وقتی که برگشت مایع اتفاق نیافتد، عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد رینولدز متوسط مایع و بخار و عدد پرانتل متوسط مایع افزایش می یابد. در ناحیه مایع برگشتی عدد ناسلت به شدت کاهش یافته و اثرات شدیدی در کاهش سرعت جریان فیلم مایع می گذارد. این موضوع نشان می دهد که ضریب انتقال حرارت به شدت تلاطم در فیلم مایع بستگی دارد.

جریان‌های دو فازی به طور وسیعی در صنایع پتروشیمی، فرایندهای شیمیایی، سیستم‌های تولید بخار و طراحی راکتورهای هسته‌ای کاربرد دارد. بر حسب تلفیق فازها، الگوهای متفاوتی حاصل می‌شود که دانستن این الگوها در طراحی تجهیزات ضروری است. در تحقیق مزبور [۹] به بررسی جریان در کانال افقی با مقطع مستطیلی پرداخته و نتایج حاصل را با مطالعات موجود در این زمینه مقایسه شده است. در این بررسی روش‌های مختلف تخمین افت فشار مورد ارزیابی قرار گرفته است. بر اساس مقایسات انجام شده با نتایج تجربی مشاهده می‌شود که تخمین افت فشار دو فاز با استفاده از تعادل نیروها در مجموعه فازها، نسبت به محاسبه آن به وسیله روابط پیشنهاد شده برای ضریب اصطکاک فصل مشترک، نتایج بهتری ارائه می‌دهد. همچنین یک نقشه الگوی جریان که به صورت تجربی بدست آمده، ارائه شده و گذار از الگو با مطالعات تئوری و تجربی مقایسه شده است. نتیجه اینکه گذار به الگویی منطبق بر شکل هندسی مقطع نیز بستگی دارد. همچنین رابطه تئوری پیشنهاد شده توسط فونادا و جوزف، انتقال مذکور را به خوبی پیش‌بینی می‌کند. در بررسی [۱۰] و حل دو بعدی جریان جابجایی آزاد متلاطم هوا، بین دو استوانه هم مرکز افقی همراه با پره‌های شعاعی بر روی استوانه داخلی در تحلیل جریان درهم، از مدل دو معادله‌ای K-E استفاده شده است. معادلات بقاء جرم، مومنتم و انرژی با استفاده از روش حجم کنترل و الگوریتم سیمپلر بصورت عددی حل شده است. محدوده عدد رایلی وسیع بوده و نتایج بصورت بردار سرعت، خطوط توزیع دما، انرژی جنبشی و لزجت درهم ارائه گردیده است. نتایج محاسبات برای عدد نوسلت روی استوانه داخلی و خارجی تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد. تأثیر تغییرات عدد پرانتل و نسبت به عدد شعاع نیز بررسی گردیده است. اثرات آرایش و اندازه طول پره‌های شعاعی بر روی استوانه داخلی بررسی شده است. منحنی عدد نوسلت بر روی استوانه داخلی با پره‌های شعاعی نسبت به سطح بدون پره تغییرات زیادی نموده است.

مبانی نظری

تاکنون بوسینیک [۱۱]، بیان داشته که تنش برشی درهم و شار گرمایی در رژیم‌های پیچیده توربولانت با هم مرتبط‌اند. اهمیت فیزیکی تنش رینولدز یا تنش چرخانه‌ای، متضمن انتقال خالص ممنتوم از یک سطح در یک سیال متلاطم است که از نوسانات سرعت سیال حاصل می‌شود. رابطه‌ای که تشابه بین انتقال جرم، حرارت و ممنتوم را نشان می‌دهد، آنالوژی رینولدز (Reynolds analogy) نام دارد. در محاسبات ضریب انتقال حرارت به منظور دخالت اثرات همرفت طبیعی در همرفت اجباری، کار قدری مشکل‌تر است. اگر چنانچه در نظر باشد زبری مجراهای استوانه‌ای نیز در روابط داخل شوند؛ باید از آنالوژی رینولدز که f با عدد استانتون به شرح $f = 8 * St * Pr^{0.66}$ مرتبط است؛ بهره برد. ضریب اصطکاک f ، با استفاده از نمودار مودی و رابطه $\Delta P = f \cdot \rho(L/D) \cdot (u^2/2g_c)$ بدست می‌آید. در کانال‌های مقطع غیرمذور بجای قطر کانال از قطر هیدرولیکی $D = 4(A/P)$ استفاده می‌شود. هدف از مطالعه و بررسی تجربی و عددی هیدرودینامیک و انتقال حرارت جریان متلاطم سیال مطابق آنچه که در کانال مستطیلی عریض [۷] بیان شده است؛ در اینجا در نظر گرفته می‌شود. لزوماً شناخت پدیده خنک کردن و گرم کردن لایه‌های شکافی به صورت دو بعدی و در شرایط پایدار می‌باشد. در این راستا در جهت شناخت بهتر چگونگی رفتار جریان سیال بر روی جداره تعیین پروفیل‌های سرعت و دما در مجاورت سطح و به دور از آن از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در مطالعه تجربی کانال جریان اصلی به سطح مقطع از ۵۰ تا ۵۰۰ میلی‌متر مربع اختیار شده است که منطقه مطالعاتی از نقطه ورود شروع شده و در این منطقه جریان اصلی و ثانوی کاملاً توسعه یافته است. در مطالعه عددی ابتدا معادلات حاکم بر جریان سیال که معادلات اساسی حرکت و انرژی به صورت معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی می‌باشند؛ بدست می‌آیند. سپس با استفاده از مدل توربولانسی استاندارد معادلات اساسی حرکت سیال به یک مجموعه کاملی از معادلات مورد نیاز در جهت تعمیم مقادیر سرعت متوسط فشار و دما تبدیل می‌شوند. معادلات مذکور به وسیله روش عددی مناسبی تحت عنوان المان‌های محدود برای حالت متلاطم و با استفاده از شرایط مرزی مناسب حل می‌شوند. رفتار هیدرودینامیکی و انتقال گرمای اختلاط دو جریان با اندازه گیری توزیع سرعت در جهت‌های عرضی و طولی تغییرات فشار استاتیکی جریان ناشی از فاکتورهای تزریق و توزیع تأثیر پذیری گرمایش لایه‌های مورد بررسی کمی و کیفی قرار می‌گیرند.

مطابق بررسی‌های نظری و مطالعات تجربی در لایه‌های برشی نازک و افقی، وابستگی شدید توربولانسی و میزان درهمی با خاصیت ذاتی سیال یعنی لزجت سیال [۱۱] و یا چگالی [۱۳]، بارها تجربه و بحث شده است. در اینجا جهت‌مندی محاسبات بر پایه معادلات انتقال مدل شده در تنش و شدت جریان استوار است که برای پیش‌گویی پدیده جریان و آنالیز آثار چگالی مطابق رفتار جریان و سازوکار آشفستگی و درهمی موفق بوده است.

عوامل ثقلی بر روی جریان‌های عمودی اثرهای اندکی دارد. آقای ردی، در برآورد روش‌های محاسبات برای جریان‌های شناور پیش‌گویی جزئی از گستره آرایش‌های حرارتی عمودی ارائه داده است. در این نوع جریان‌ها گرادیان‌های سرعت متوسط و دما دارای یک علامت بوده و آثار تولید فوق‌العاده انرژی به تأثیرات نیروهای شناوری نسبتاً ساده می‌باشد.

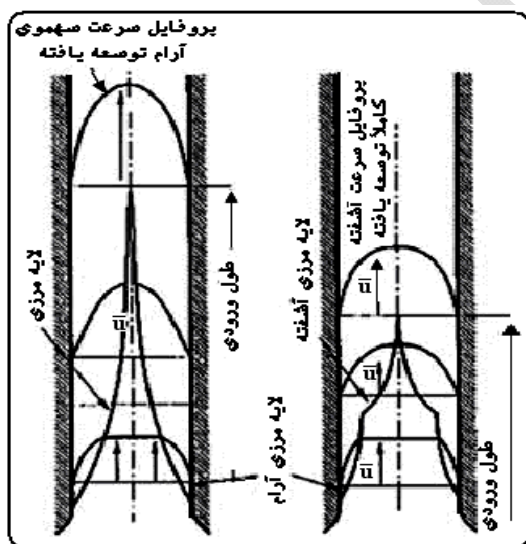
در مقابل، جریان‌های موجود آمده توسط نیروی شناوری، در نزدیکی سطوح عمودی حرارت دیده بعضی پدیده‌های استثنایی بوجود می‌آورد که موضوع مطالعات فعلی است. تغییرات عدد پرانتل آن در رینولدزهای بالا با الهام از تحقیقات صورت گرفته توسط آقایان Gibson, Launder با تعبیر GL تعیین شده است [۱۳]. بر اساس پیشنهاد بوسینیک که تنش برشی درهم و شارگرایی در رژیم‌های پیچیده توربولانت با هم مرتبط‌اند؛ در حرکت آرام عدد پرانتل اجالتاً نسبت ضریب نفوذ ممنوم به ضریب نفوذ گرمایی تعریف می‌شود. اینک با توجه به پدید آمدن ضریب پخش درهم، عدد پرانتل مطابق:

$$Pr_f = \varepsilon_M / \varepsilon_H \quad (1)$$

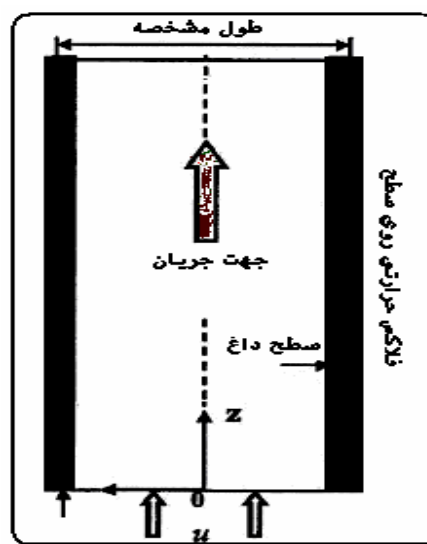
ارائه می‌شود. عدد ریچاردسون برای معادله لایه نزدیک سطوح افقی حرارتی به شرح (۲) $R_f = -G/P$ تعریف می‌شود. در اینجا ε_M و ε_H به ترتیب نفوذ چرخانه‌ای در اندازه حرکت و حرارت است که P, G نسبت‌های تولید انرژی اغتشاشی توسط نیروهای شناوری و متوسط نیروهای برشی است که نتیجه نهایی به قرار زیر است.

$$Pr_f = 0.92 - 3.09 * R_f / 1 - 6.1 * R_f \quad (3)$$

این تابع تک متغیره برای کلیه R_f های منفی، مطلوب و قابل استفاده است. اصولاً انرژی تولیدی مثبت برای نیروهای شناوری مطرح و برای شرایط همگرایی مقادیر بحرانی $R_f = 0.164$ که مربوط به از بین رفتن و محو درهمی جریان است؛ منفی می‌باشد. مطالعات حاضر دقیقاً در امتداد روش محاسباتی [۱۳] GL بوده و فقط در اینجا سطوح، عمودی می‌باشند.



شکل ۳: نمایش شماتیک پروفیل سرعت آرام و آشفته توسعه یافته و در حال توسعه و برای سیال همجوار با دیواره داغ عمودی



شکل ۴: نمودار شماتیک سیستم فیزیکی همراه با نمایش همجوار سیال با رینولدز بالا در حاشیه دیواره داغ عمودی بستر جریان

نقطه حرکت سیستم دقیقاً با معادلات تنش رینولدز و انتقال حرارت آشفته منطبق است. تعادل های جزئی در نظر و معادلات توسط مدلسازی کرنش- فشار محاسبه می گردند و مؤلفه های معادل، دقیقاً همانند مؤلفه های تصحیح دیوار نزدیک که توسط GL فرض شده است؛ انتخاب می گردند. کانال، لوله و یا مجرای گذر سیال متضمن قالب یا بستری است که سیال در داخل آن جریان یافته و همزمان گرم یا سرد شود. به مجرد آنکه سیال لزجی وارد مجرا شود، بر اساس نظریه پراتل در سیالات کم لزجت در طول دیواره لایه مرزی تشکیل خواهد شد. لایه مرزی بتدریج در کل سطح مقطع مجرا توسعه می یابد و از آن به بعد جریان کاملاً توسعه یافته و یا به عبارتی فراگیر می شود. معمولاً اگر طول مجرای استوانه ای بلندتر از ۱۰ برابر قطر لوله شود؛ جریان توسعه یافته تلقی می شود. اگر چنانچه دیواره مجرا گرم یا سرد شود، لایه مرزی گرمایی نیز در طول دیواره مجرا توسعه خواهد یافت. اگر گرمایش یا سرمایش، از ورودی مجرا شروع شود، هر دو نمودار توزیع سرعت و هم نمودار توزیع دما بصورت همزمان توسعه می یابند. مسأله انتقال گرما در این شرایط، به مسأله طول ورودی هیدرو دینامیکی و گرمایی تبدیل می شود که در بر گیرنده چهار حالت مختلف است. با عنایت به اینکه هر کدام از دو لایه مرزی سرعت و دما در چه وضعیتی بسر می برند؛ جریان کاملاً توسعه یافته و یا در حال توسعه قلمداد می شوند. در ناحیه کاملاً توسعه یافته در داخل لوله، عملاً لایه مرزی وجود ندارد. چون دو ناحیه مختلف، که یکی با سرعت جریان آزاد و دیگری تحت تأثیر دیواره باشد، وجود نخواهد داشت و در سرتاسر مجرا، تمام نواحی تحت تأثیر دیواره قرار دارند. از آنجا لایه مرزی، اصولاً مقاومتی در برابر انتقال حرارت است؛ لذا بیشترین میزان ضریب انتقال حرارت جابجایی در ابتدای لوله، یعنی در جایی که ضخامت لایه مرزی صفر است، مشاهده می شود. مقدار این ضریب بتدریج، همزمان با افزایش ضخامت لایه مرزی و در نتیجه افزایش مقاومت در برابر انتقال حرارت، کاهش می یابد تا به مقدار آن در ناحیه کاملاً توسعه یافته برسد که تقریباً مقداری ثابت است.

بازنمایی دلیل افزایش ضریب انتقال حرارت نیز مهم است. ضریب انتقال حرارت در جریان آشفته و نیز جریان آشوبناک و بی نظم Chaotic، بدلیل انتقال ممنوم های زیاد، بیش از ضریب انتقال حرارت در جریان آرام است، پس هر عامل یا ابزاری که کمک کند؛ جریان به سمت آشفته شدن یا آشوبناک شدن پیش رود، خواه در مورد جریان در داخل لوله و خواه در مورد جریان بر روی لوله باعث افزایش ضریب انتقال حرارت جابجایی می شود. از آنجا که انتقال حرارت باعث تغییر چگالی سیال و ایجاد یک حرکت انتقالی در اثر نیروی ارشمیدس می گردد. در صورت تقویت این حرکت به سمت توربولانس شدن پیش می رود و یا روی حرکت کلی جریان تأثیر می گذارد و آن را به سمت آشفته گی و درهمی پیش می برد، که نهایتاً منجر به افزایش ضریب انتقال حرارت جابجایی می شود.

آنالیز مؤلفه ها و تحلیل

به فاصله ای که در طی آن سرعت کاملاً توسعه یافته می شود؛ طول ورودی هیدرو دینامیکی و به امتدادی که در طی آن نمودار توزیع دما کاملاً توسعه یافته می شود؛ طول ورودی گرما اطلاق می گردد. هنگامی که عدد رینولدز به حد کافی بزرگ است، در مقایسه با اعداد کوچکتر تا مرز گذرایی و جریان آرام، حرکت سیال به صورت ایزوتروپیک فرض می شود. دسته معادلات تنش و شدت حرارت حاکم بر اجزای تعادلی جریان برشی درهم به قرار زیر است:

$$-u_i u_k \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - u_j u_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \frac{\alpha}{T} (g_j u_i \theta + g_i u_j \theta) + \frac{P}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon = 0 \quad (4)$$

$$-u_i u_k \frac{\partial T}{\partial x_k} - u_k \theta \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{\alpha g_i \theta^2}{T} + \frac{p \partial \theta}{\rho \partial x_i} = 0 \quad (5)$$

سرعت و دمای متوسط و متغیر به ترتیب توسط حروف U, T, u, θ نشان داده شده است. g بردار شتاب ثقلی و α ضریب بی بعد انبساط حجمی می باشد. G ، میزان پراکندگی انرژی در شرایط درهمی است که برای تعادل های موضعی برابر با میزان کل تولید $0.5(P_{ii} + G_{ii}) = P + G$ فرض شده است. تغییرات دما θ^2 از مدل تعادل موضعی برای این مقادیر بدست می آید:

$$\overline{\theta^2} = -C_\theta \frac{K}{\varepsilon} u_k \theta \frac{\partial T}{\partial x_k} \quad (6)$$

که برابر با معادله GL می باشد. حال در مورد جریان های نزدیک سطوح عمودی، بردار ثقلی برابر است با (γ) ، $g_i = -\delta_{ii} g$ ، حال اگر معادلات (۴ و ۵) بطور کامل و مفصل نوشته شوند و تقریبات لایه مرزی در لایه های برشی عمود نازک بکار برده شود؛ آنگاه در

مؤلفه‌های بوجود آمده g ظاهر خواهد شد؛ از آنجا که در معادلات $\overline{u_1\theta}, \overline{u_1u_3}, \overline{u_1^2}$ وجود دارند، بنابراین تمام انرژی درهمی تولید شده در مؤلفه $\overline{u_1^2}$ ، بروز و ظهور می‌یابد. کمیت بدون بعدی که در مطالعه جریان چند لایه‌ای (stratified) بکار می‌رود؛ عدد ریچاردسون به تعبیری نسبت انرژی به پتانسیل و در مباحث حرارت، وجه تمایز کنوکسیون آزاد و اجباری (Lewis Fry Richardson (1881-1953) ناشی از تغییر دانسیته در عمق سیال است. عدد مزبور، معادل با حاصل ضرب شتاب جاذبه در گرادیان جرم حجمی سیال تقسیم بر حاصل ضرب جرم حجمی سیال و مجذور گرادیان سرعت در دیواره است. در مسیر تشابه‌سازی با جریان‌های افقی، عدد ریچاردسون (Richardson Number) توسط معادله (۲) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R_f = \frac{\alpha g \overline{u_1\theta}}{T \overline{u_1u_3}} \left/ \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right. \quad (۸)$$

و سپس دستگاه روابط زیر مربوط به جریان‌های افقی بدست می‌آید.

$$\frac{\overline{u_1^2}}{K} = \frac{2}{3}(1+a_4) + a_5 \frac{\overline{u_3^2}}{K} - 2a_3 \frac{R_f}{1-R_f} \quad (۹)$$

$$\frac{\overline{u_2^3}}{K} = \frac{2}{3} \frac{1-a_2}{1-2a_5} - \frac{2a_7}{1+2a_5} \frac{R_f}{1-R_f} \quad (۱۰)$$

$$-\frac{\overline{u_1u_3}}{K} = a \frac{\overline{u_3^2}}{\varepsilon} \frac{\partial U_1}{\partial x_3} - a' \frac{\alpha g \overline{u_3\theta}}{T \varepsilon} \quad (۱۱)$$

$$-\overline{u_1\theta} = a_\theta \frac{K}{\varepsilon} \overline{u_1u_3} \frac{\partial T}{\partial x_3} \quad (۱۲)$$

$$+ a'_\theta \frac{K}{\varepsilon} \overline{u_3\theta} \frac{\partial U_1}{\partial x_3} + a''_\theta \frac{\alpha g}{T} \left(\frac{K}{\varepsilon} \right)^2 \overline{u_3\theta} \frac{\partial T}{\partial x_3}$$

$$-\overline{u_3\theta} = a_{\theta_1} \frac{K}{\varepsilon} \overline{u_3^2} \frac{\partial T}{\partial x_3} \quad (۱۳)$$

همرفت آزاد در نتیجه حرکت سیال بخاطر تغییرات در جرم مخصوص آن‌ها در مراحل حرارتی بوجود می‌آید. حرکت و جایجایی سیال سنگین سرد، بجای سیال گرم سبک بالا رونده در اثر نیروی شناوری است. ضریب a و ثوابت توصیه شده توسط GL در مقاله [۱۳]، فهرست شده است. پارامتر f ، تابع میرائی دیواره بوده که مقدار آن در دیواره برابر واحد و در جریان برشی آزاد صفر می‌باشد. ضریب انبساط حجمی، از روی خواص سیال تعیین می‌شود. معادلات (۹) و (۱۰)، برای تنش‌های عمودی بدون بعد بوده و همچنین در نتیجه، توزیع کرنش فشاری یک ترم کوچک R_f را در معادله $\overline{u_3^2}$ ظاهر می‌سازد. حال بر اساس تعریف بعد شناوری (به عنوان یک پارامتر) می‌توان نوشت:

$$B = \frac{K}{\varepsilon} \frac{\alpha g}{T} \frac{\partial T / \partial x_3}{\partial U_1 / \partial x_3} \quad (۱۴)$$

$$-\overline{u_1u_3} = \beta \frac{K}{\varepsilon} \overline{u_3^2} \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \quad (۱۵)$$

$$\beta \equiv a + a' a_{\theta_1} B \quad (۱۶)$$

$$\text{Pr}_f \equiv \frac{\overline{u_1u_3} \frac{\partial T}{\partial x_3}}{\overline{u_3\theta} \frac{\partial U_1}{\partial x_3}} = \frac{a}{a_{\theta_1}} + a' B \quad (۱۷)$$

با جایگزینی $\overline{u_1\theta}$ از معادله (۱۲) در (۸)، R_f به شرح روبرو حاصل می‌شود.

$$R_f = -B \left\{ a_\theta + \frac{a'_\theta + a''_\theta B}{\text{Pr}_f} \right\} \quad (۱۸)$$

نهایتاً، هنگامی که B از معادلات (۱۷) و (۱۸) حذف شود به رابطه‌ای بین Pr_f ، R_f که به صورت معادله درجه دوم می‌باشد؛ حاصل می‌شود. در نهایت:

$$\left(a_{\theta} + \frac{a_{\theta}''}{a'}\right) Pr_t^2 + \left(a'R_f + a'_g - a \frac{a_{\theta}}{a_{\theta_1}} - 2a \frac{a_{\theta}''}{a'a_{\theta_1}}\right) Pr_t - \left(\frac{aa'_{\theta}}{a_{\theta_1}} - a^2 \frac{a_{\theta}''}{a'a_{\theta_1}^2}\right) = 0 \quad (19)$$

این معادلات بسیار پیچیده تر از روابط جریان افقی می باشد و Pr_t را می توان به عنوان تابعی از R_f فرض نمود. مثال های محدودی بیان می کنند که محدوده ای از R_f های مثبت وجود دارد که مقادیر واقعی برای Pr_t نمی تواند وجود داشته باشد. برای گرایان عدد ریچاردسون در این محدوده تعریف زیر برای R_i مناسب تر خواهد بود:

$$R_i \equiv -\frac{ag}{T} \frac{\partial T}{\partial x_3} \bigg/ \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \bigg|_{\frac{\partial U_1}{\partial x_3}} \quad (20)$$

در اینجا علامت منفی قدرمطلق برای آن است که اطمینان حاصل شود R_i در مجاورت دیوار حرارت دیده شده مثبت و علامت آن با شیب سرعت تغییر می کند. R_i به R_f در (۱۸) توسط رابطه ۲۱ مربوط می شود.

$$R_i = a_{\theta_1} B Pr_t \frac{u_3^2}{u_1 u_3} \quad (21)$$

که تنش برش از رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{u_1 u_3}{K} = \pm \left[\frac{\beta}{1-R_f} \frac{u_3^2}{K} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

و هنگامی که β بزرگتر از صفر باشد؛ علامت بکاربرده شده مخالف با علامت $\partial U_1 / \partial x_3$ است. حال برای دیوار عمودی حرارت دیده با شرایط امکان جدایی برای لایه مرزی و جایگزینی x_0 با Z واقعیات زیر بدست می آید.

۱- در هر کجا، شیب دما $\partial T / \partial Z$ منفی است.

۲- سرعت در دیواره و در فاصله بسیار دور از دیوار صفر است. $\partial U_1 / \partial Z$ در Z های کوچک مثبت و در Z های بزرگ، منفی هستند.

۳- تنش برش $(\tau \equiv -u_1 u_3)$ در Z های کوچک و در Z های بزرگ، منفی است. چون مؤلفه آخر در (۱۱) مثبت می باشد با داخل کردن مقادیر مناسب برای جریان نزدیک دیواره و $f=1$ ، از رابطه (۱۶) در $\tau=0$ در $R_i = 63/3$ مقدار B به شرح $B = -a/a_{\theta_1} - 4.69$ است.

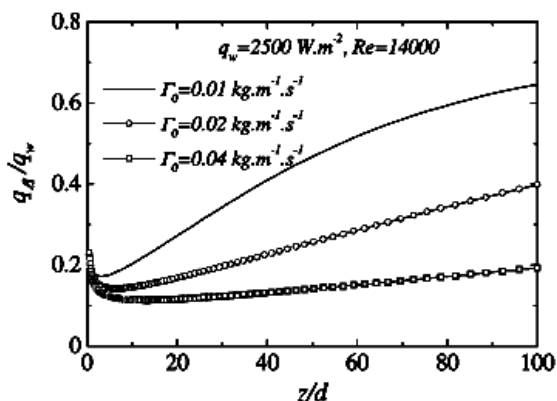
۴- شدت انتقال حرارت متلاطم عمودی $\overline{u_1 \theta}$ برای Z های کوچک منفی، برای Z های بزرگ مثبت است. با دوباره مرتب کردن (۱۲) و استفاده از (۱۳) و (۱۵) و (۱۶) و (۱۷) می توان نوشت:

$$-\overline{u_1 \theta} = a_{\theta} \frac{K}{\varepsilon} \frac{u_1 u_3}{\partial x_3} \left\{ 1 + \frac{a'_{\theta} + a_{\theta}'' B}{aa'_{\theta} / a' + a' a_{\theta} B} \right\} \quad (23)$$

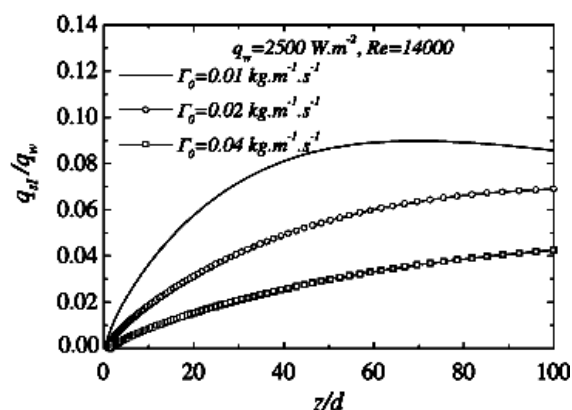
۵- با توجه به تغییرات مقطعی جریان، R_f دست یافتنی است. این مقدار (کمیت بیشینه در دیوار) مثبت بوده و برای دیگر مناطق منفی است. با نسبت دادن مقدار خاص با بررسی معادله درجه دوم (۱۹) برای Pr_t ، مشاهده می شود که برای ریشه های حقیقی، R_f نمی توان مقادیر مثبت بین $0/2$ و $34/7$ پیدا نمود. مقادیر مثبت بزرگ R_f که با ناحیه منفی کار برشی مربوط است، انتشار بسیار مهم بوده و در اینجا تجزیه و تحلیل های موجود بر مبنای تعادل موضعی مشکلات عدیده ای را در بر دارد. وابستگی R_f به B می تواند در [۱۳] نمایان شود. مقدار ماکزیمم از R_f در $R_i = 0.127$ و $B = -0.625$ بدست می آید.

۶- به لحاظ موجودیت انرژی درهمی برش تولیدشده، عدد پراانتل درهمی، تابعی خطی از B می باشد و در برخی از نواحی منفی و یا مثبت است. در شرایط غیرشناوری این دو نقطه بر هم منطبق می باشند.

از آنجا که تأثیرات دما می‌تواند در تغییرات ویسکوزیته مطلق بسیار مؤثر باشد. بنابراین تأثیرات شار حرارتی یا نرخ گرمابخشی به جداره مدور نباید از نظر پنهان بماند. شکل ۴ و ۵ نمایانگر نرخ تغییرات و وابستگی ضریب انتقال حرارت در طول لوله متأثر از فلاکس حرارتی محسوس و گرمای نهان در فصل مشترک دو سیال مورد توجه محققان است. بدیهی است بدلیل جاذبه ملکولی، افزایش دما باعث کاهش گرانروی در فاز مایع است. لیکن این افزایش نرخ گرمابخشی به لحاظ تبادل وانتقال ممنوم فوق‌العاده در بستر فاز گاز، موجب کاهش بیش از پیش سیالیت و نتیجتاً افزایش لزجت دینامیکی است. به همین دلیل است که در بررسی پدیده جذب مناسب‌تر آن است که تغییرات و تأثیرات هر دو ضریب انتقال حرارت وانتقال جرم توأم در نظر گرفته شود.



شکل ۵: نمایش ضریب انتقال حرارت در طول لوله متأثر از تبادل گرمایی و شار حرارتی مشخص



شکل ۴: نمایش ضریب انتقال حرارت در طول لوله متأثر از فلاکس حرارتی محسوس (غیر نهان)

بحث و نتیجه‌گیری

در بررسی جریان مغشوش سیال به صورت دو بعدی معادلات حاکم بر جریان شامل معادله پیوستگی، مومنوم و انرژی؛ با تعبیر بقای‌ها، اجزاء بطور همزمان در راکتور در نظر گرفته شده و حل می‌شوند. برای بدست آوردن توزیع دما و غلظت در هر هندسه از جریان، ابتدا معادلات پیوستگی و مومنوم حل شده سپس با استفاده از این فرض که معادلات انتقال حرارت و انتقال جرم بر معادله مومنوم به دلیل ثابت بودن خواص فیزیکی تأثیرگذار نیستند؛ توزیع سرعت بدست می‌آیند. معادله انرژی و غلظت با استفاده از معادله ناوراستوکس حل می‌شوند. برای حل معادلات از روش متوسط‌گیری رینولدز و برای مدل کردن تنش رینولدز از مدل k-E و به منظور بررسی اثرات دیواره، از تصحیح کنار دیواره استفاده می‌شود. معادلات دیفرانسیل حاکم با استفاده از روش حجم محدود به یک دستگاه معادلات جبری تفاضل متناهی تبدیل و با استفاده از شبکه جابجا شده برای مولفه‌های سرعت و بکار بردن الگوریتم سیمپلر حل می‌شوند. نتایج بدست آمده از حل عددی معادلات در یک راکتور لوله‌ای و یک کانال یا هر تجهیزاتی که در صنعت با سطح مقطع مدور موجود است با تحلیل عددی سایر محققان مقایسه می‌شوند. در هر قسمت با توجه به نمودارهای ارائه شده، اثر عدد رینولدز، پراکتل، اشمیت و در صورت واکنش، انرژی اکتیواسیون، ثابت سرعت واکنش و گرمای ناشی از واکنش شیمیایی بررسی می‌شوند. وقتی که انرژی اکتیواسیون کم باشد؛ فرض پلاگ بودن چندان صحت ندارد و این فرض برای گرمای واکنش‌های عادی معتبرتر است. برای انتقال حرارت از دو شرط مرزی دما ثابت و شار ثابت نیز استفاده می‌شود. البته مناسب‌تر آن است تا حدالامکان از بی‌بعدسازی در ارائه نتایج استفاده شود. حال مسأله را محدود به نواحی از جریان کرده که قدرمطلق R_f کوچک بوده و توازن انرژی درهمی از تعادل موضعی آنچنان زیاد نباشد. تغییرات Pr_f و R_f با R_f تعیین می‌شود. اصولاً R_f در داخل محدوده (نزدیک دیواره) مثبت است. ناحیه‌ای که تابع میرائی دیواره f برابر واحد فرض شده است؛ خارج محدوده و منفی تلقی می‌گردد. ناحیه‌ای که f صفر

می‌باشد؛ برای پیدا کردن ضرایب مناسب است. عدد پراتنل درهمی با افزایش R_i به دلیل افزایش ورود و روبرو شدن حرارت به دیواره عمودی، در هر دو ناحیه جریان کاهش می‌یابد. در شرایط موجود جدایش لایه مرزی در نتیجه نسبت کارشناوری به برشی در شرایط ماکزیمم ($u_1 u_3 / K$)، سه درصد بالاتر از مقادیر طبیعی است. این مقدار با افزایش R_i کاهش می‌یابد. این امر که کار برشی متوسط و شناوری حاصل از انرژی درهمی در جزء u_1^2 واقع شده است؛ مطمئن می‌سازد که نسبت تنش‌های نرمال وجود داشته؛ لیکن بر روی مقادیر R_f تأثیر اندکی دارد.

در اینجا مدل معادلات تنش‌های رینولدز و شدت انتقال حرارت درهمی برای بررسی اثر شناوری بر روی جدایی لایه مرزی در صفحات عمودی حرارت دیده مورد استفاده قرار گرفته است. هر چند مطالعات مزبور چند پدیده جالب را آشکار می‌سازد؛ ولی روی هم رفته آثار نیروهای شناوری بر روی جریان‌های عمودی نسبت به جریان‌های افقی اثر کمتری دارند. در جریان‌های نزدیک دیوار توزیع نیروی شناوری بر انرژی درهمی اثر گذاشته و تغییر جزئی در تعدیل کلی عدد ریچاردسون گذارده است. هر چند میزان تنش نسبی اثر دارد ولی تأثیر آن کم بوده و از این رهگذر قابلیت پیشگویی تنش برشی از بین می‌رود. همانطور که مشاهده می‌شود؛ در جریان‌های افقی، عدد ریچاردسون به حدی کوچک است که آن را غیر قابل درک می‌نماید. نتیجه اصلی آن است که با افزایش عدد R_i عدد پراتنل درهمی کاهش می‌یابد. وقتی شرایط $0 < R_i < 0.5$ برقرار است؛ رابطه پراتنل بطور تقریبی از $0.92 - 0.8R_i \approx$ تبعیت دارد و در خارج ناحیه، R_f (در نزدیک حدود خطی) تابع با رگرسیون مطلوبی از R_i می‌باشد. در محدوده $0 < R_f < -1$ ، پراتنل، مطابق $(0.3 - 0.67R_f)$ و در محدوده $0 < R_i < -0.5$ پراتنل از هم‌ارزی با $Pr \approx 0.67 - 0.53R_f$ بهره می‌برد.

همانگونه که بحث شد؛ نتایج مربوط به جدایش لایه مرزی ناشی از تجزیه و تحلیل فوق برای کلیه جریان‌های شناور عمودی با تقارن موضعی قابل استفاده است. پیش‌بینی اینکه معادلات GL منطقاً صحیح بوده و البته دلایلی بر این ادعا وجود دارد [۱۱]؛ امر مهمی است. در جریان‌های تحریک شده توسط نیروی شناوری، با آنالوژی لایه‌های لگاریتمی از جریان نامعلوم برشی محرک، هیچ ناحیه تعادلی وجود ندارد. برای اعمال اثر پخش از راه حل تقریبی، استفاده از تکنیک مدل‌سازی جبری ارائه شده توسط ردی مفید است. ولی دقت در رفتار معادلات اشاره بر این دارد که این تقریب برای جریان‌های شناور مناسب نیست. در حل کامل معادلات دیفرانسیل حرکت اثرهای جریان بطور صحیح انتخاب شده‌اند. ولی در مواردی که از انواع مولفه‌های دیگر جریان در لایه مولکولی نزدیک دیواره اطلاعی در دست نیست؛ استفاده از این راه توصیه نمی‌شود. نتایج قابل توجه دیگری نیز در حاشیه مطالعات حاصل شده است. ضخامت لایه مرزی بتدریج در طول لوله افزایش می‌یابد و بعد از به هم پیوستن لایه‌های مرزی اطراف لوله جریان کاملاً توسعه یافته می‌شود. از آنجا که به صورت نظری، نزدیک شدن به نمودار توزیع سرعت کاملاً توسعه یافته، مجانبی است، تعیین محلی معین و دقیق که در آنجا جریان در مجرا کاملاً توسعه یافته است، غیر ممکن می‌باشد. با این حال برای تمام کاربردهای عملی طول ورودی هیدرودینامیکی محدود است. از طرفی چون اثرات گرمایش سطحی بر کاهش نیروی پسا [۱۸] مؤثر است؛ در ادامه این تحلیل مناسب است که از یک آنالیز عددی استفاده شود. لذا در اینجا و برای ادامه بررسی، پیشنهاد می‌شود معادلات ناویراستوکس دو بعدی مربوطه با استفاده از مدل توربالنس بلدوین-لوماکس حل گردند. به منظور تعیین سطح بهینه گرمایش به ازای انتقال حرارت ثابت، بخش صاف به پنج بخش مساوی تقسیم شود [۱۸] و اثر تغییرات دما در سطوح مختلف و همچنین تغییرات تعداد سطوح گرم شونده بر کاهش نیروی پسا بررسی گردد.

منابع

- [۱] معرفت- مهدی، محمد شعبانلو، تحلیل انتقال حرارت در جریان ضربانی آرام داخل لوله با شار حرارتی ثابت اثرات فرکانس، عدد پراتنل و دامنه، مجموعه مقالات هفتمین کنگره ملی مهندسی شیمی ایران، جلد چهارم (شبیه سازی، کنترل فرایندها و مهندسی فرایند)، ص ۶۶۱، تهران، موسسه چاپ و انتشارات دانشگاه امام حسین (ع)، ۱۳۸۱، ص ۳۱ تا ۴۳.
- [۲] مقیمی درونکلائی - مرتضی، علی اصغر باستانی، حسن خالقی، بررسی عددی جابجائی طبیعی انتقال حرارت محفظه بسته مستطیلی و مثلثی شکل، پایان نامه (کارشناسی ارشد) - دانشگاه مازندران، دانشکده فنی و مهندسی، ۱۳۸۰.

- [۳] نظام آبادی - مرتضی، فرزاد بازدید، تهرانی، حل عددی انتقال حرارت ترکیبی (جابجایی مختلط - تشعشع) داخل کانال عمودی برای حالت دمای متغیر دیواره ها، پایان نامه (کارشناسی ارشد) - دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی مکانیک، ۱۳۸۱.
- [۴] داودآبادی - علیرضا، نوروز محمدنوری، تحلیل جریان تخلیه سیال از مجرای عمودی استوانه ای در مجاورت سطح آزاد، پایان نامه (کارشناسی ارشد) - دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی مکانیک، ۱۳۸۱.
- [۵] باقری نژاد - علیرضا، علی اکبر گلنشان، آنالیز سه بعدی جریان سیال همراه با انتقال حرارت روی صفات مشبک تحت مکش، پایان نامه (کارشناسی ارشد) - دانشگاه شیراز، شیراز، ۱۳۷۹.
- [۶] جهانشاهی - محمد، بهمن مهري، بررسی تشکیل لایه های مرزی در مسائل مقدار مرزی اغتشاشی غیرعادی و کاربردی آن‌ها، پایان نامه (دکتری)، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده علوم پایه، ۱۳۷۹.
- [۷] سلیمانی نژاد - رحیم، اسماعیل اسماعیل زاده، بررسی تجربی و عددی هیدرودینامیک و انتقال حرارت جریان متلاطم هوا در کانال مستطیلی عریض با تزریق جریان ثانوی از شیار مماسی، پایان نامه.
- [۸] بابایی - شهناز، محسن نصرافهانی، اندازه گیری ضریب انتقال حرارت میعان در تماس مستقیم جریان آب و بخار درون کانال افقی
- [۹] حسینی - محسن، اسماعیل زاده، مطالعه تجربی جریان دو فازی آب و هوا در کانال افقی با مقطع مستطیلی عریض، کار تحقیقی.
- [۱۰] فرهادی - موسی، محمد رهنما، انتقال حرارت جابجایی آزاد جریان درهم بین دو استوانه هم مرکز افقی با پره های شعاعی.
- [۱۱] جمالی - علی اکبر، بررسی اثر ویسکوزیته در عملیات واحد صنعتی جذب گاز و تأثیر برخی متغیرهای پارامتریک متأثر از آشفستگی فیلم مایع، نشریه نفت و انرژی، شماره اول، آذرماه ۱۳۸۴.
- [۱۲] رحمانی - امیر، علی اکبر جمالی، عدد پرانتل درهمی در جریان های نزدیک سطوح حرارتی عمودی، پروژه تحقیقی دانشجویی در رشته مکانیک سیالات، تهران، دانشگاه امام حسین (ع)، دی ماه، ۱۳۸۴.

13. Gibson, M.M., Leslie D.C., The Turbulent Prandtl Number in the flow near a heated vertical surface, INT. COMM., Heat Mass Transfer, Pergamon Press Ltd., Vol.11,1984, pp 73-84.

14. Brian R. Kramer, Brooke C. Smith, Joseph P. Heid "Drag reduction experiments using boundary layer heating", AIAA Paper 99- 0134, (1999).

15. T.H. Pulliam, "Solution methods in computational fluid dynamics", NASA Ames Research center, (1992).

16. R.M. Beam and R.F. Warming, "An implicit factored for the compressible navier-stokes equation", AIAA Journal, Vol.16, No.4, April (1978)

17. B. Bladwin and H. Lomax, "Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows", AIAA Paper, (1978), p:157.

18. J.C. Lin, and R.L. Ash, "Wall temperature control of low-speed body drag", J. Aircraft, Vol. 23, No.1, January, (1986).

19. D. Joye, J. Bushinsky, and P. Saylor, Mixed Convection Heat Transfer at High Grashof Number in a Vertical, Tube, Ind. Eng. Chem. Res. 1989, P:28.