

## شبیه‌سازی سه بعدی جریان گل حفاری در لوله غیر هم مرکز چرخان

موضعیه نادران طحان<sup>۱</sup>، محمد رضا صفاریان<sup>۲</sup>

دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران اهواز

[m-naderantahan@mscstu.scu.ac.ir](mailto:m-naderantahan@mscstu.scu.ac.ir)

### چکیده

هدف این تحقیق شبیه‌سازی سه بعدی جریان سیال غیرنیوتی است. بدین منظور جریان سیال غیرنیوتی CarboMethyl Cellulose 0.2% (CMC) در یک لوله غیر هم مرکز چرخان حل شد. از این سیال به عنوان گل حفاری در حفاری‌های جهت‌دار استفاده می‌شود. این سیال دارای ترکیبات ارگانیک است و در مقابل تخمیر و فساد مقاومت می‌کند. از CMC جهت جلوگیری از به هدر رفتن آب از ترکیب گل حفاری استفاده می‌شود. این سیال به صورت نازک شونده است و از مدل توانی پیروی می‌کند. ناحیه فیزیکی جریان سیال به صورت سه بعدی با المان‌های شش وجهی به طور باسازمان گسترشده شد. تعداد سلول‌های ناحیه محاسباتی ۲۰۰۰۰ عدد است. جریان سیال به صورت آشفته فرض شده و از مدل  $k - \omega$  دو معادله‌ای برای مدل‌سازی اغتشاش استفاده گردید. لوله مورد نظر دارای خروج از مرکزیت  $5/0$  و نسبت شعاع  $5/0$  است. سه حالت مختلف برای چرخش استوانه‌ها منظور شد. در حالت اول فقط استوانه داخلی می‌چرخد، در حالت دوم استوانه داخلی ثابت و فقط بیرونی می‌چرخد و در حالت سوم هر دو استوانه در گردش هستند اما خلاف جهت همدیگر. نشان داده شد توزیع سرعت محوری بین دو استوانه در ناحیه باریک با نتایج تجربی مطابقت دارد. همچنین نمودار تغییر تنفس برشی روی سطوح داخلی و خارجی با تغییر سرعت دورانی استوانه داخلی رسم گردید. با افزایش سرعت دورانی اندازه تنفس برشی بیشینه روی سطوح داخلی و خارجی لوله افزایش می‌یابد. در ضمن نتایج این شبیه‌سازی به صورت کانتور برای توزیع لزجت مولکولی، توزیع سرعت مماسی و توزیع فشار کل برای هر سه حالت ارائه شده است.

**واژه‌های کلیدی:** شبیه‌سازی، سیال غیرنیوتی، گل حفاری، لوله غیر هم مرکز، تنفس برشی

۱- دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک دانشگاه شهید چمران اهواز

۲- استادیار گروه مهندسی مکانیک دانشگاه شهید چمران اهواز

## ۱- مقدمه

جريان سیال بین استوانه‌های هم محور و غیر هم محور (Eccentric) همواره موضوع بسیاری از مطالعات آزمایشگاهی، تحلیل‌ها و شبیه‌سازی‌های عددی بوده است. در این پژوهش‌ها یا یکی از لوله‌ها در حال چرخش است یا هر دو در خلاف جهت هم‌دیگر می‌چرخند. دلیل این توجه، کاربردهای بسیار زیاد این لوله‌ها در صنعت مانند یاتاقان‌های ژورنال، تصفیه فاضلاب‌های صنعتی و حفاری چاه‌های نفت است [۱].

تاکنون تحقیقات بسیاری پیرامون سیال‌های نیوتونی و بررسی ناپایداری جريان میان استوانه‌های چرخان انجام شده است اما در اغلب جريان‌های صنایع نفت و گاز سیال‌های غیرنیوتونی وجود دارد. از این سیال‌ها معمولاً در حفاری چاه نفت برای انتقال تکه‌های کنده شده به سطح و نگهداشتن ذرات جامد به حالت سوسپانسیون در دوره سکون استفاده می‌شود [۱-۳]. در حفاری‌های جهت‌دار (Directional Drilling)، استوانه‌ها خارج از مرکز می‌شوند که باعث پیچیده‌تر شدن جريان می‌شوند. در این لوله‌ها تکه‌های کنده شده (Cuttings) تمایل دارند در باریکترین فضا که سرعت در آن حداقل است تجمع کنند. از آنجایی که اغتشاش تمایل دارد که چنین تجمعی را متوقف کند، به دست آوردن پروفیل سرعت در لوله‌های غیر هم مرکز برای طراحی و عملکرد این حفاری‌ها لازم است. همچنین دانستن توزیع سرعت و افت فشار جريان برای دستیابی به نرخ جريان مطلوب و تعیین نرخ انتقال حرارت جريان حائز اهمیت است.

محققان زیادی جريان سیال نیوتونی بین دو استوانه هم محور را هم به صورت تجربی و هم به صورت تئوری و عددی مورد مطالعه قرار داده‌اند. فردریکسون (Frederickson) [۴] در پژوهشی روی جريان سیال‌های غیرنیوتونی، که از مدل‌های قانونی قانون توانی (Power Law) و پلاستیک بینگهام (Bingham Plastic) پیروی می‌کردند، ارتباط بین نرخ جريان و گرادیان فشار اصطکاکی را به صورت نمودار نمایش داد. نوری و همکاران [۱] توزیع سرعت جريان سیال نیوتونی در لوله‌های هم محور و غیر هم محور را با تغییر عدد رینولدز (Reynolds) تا آشفته شدن جريان آزمایش کردند. اسکودیر و گولدسان (Escudier & Gouldson) [۵] نشان دادند که تأثیر چرخش روی توزیع سرعت محوری در اعداد رینولدز پایین نمایان‌تر است. عدد رینولدز بحرانی هم با افزایش عدد رینولدز چرخشی و هم با افزایش نسبت خروج از مرکزیت (Eccentricity) کاهش می‌ابد [۱ و ۲ و ۶]. کیم (Kim) [۷] جريان سیالات نیوتونی و غیرنیوتونی در لوله‌های هم مرکزی که لوله داخلی در حال چرخش باشد بررسی کردند. تحلیل عددی جريان سیال غیرنیوتونی بین استوانه‌های چرخان و محاسبه عدد رینولدز بحرانی با استفاده از روش شبکه بولتزمن توسط خالی (Khali) و همکارانش صورت گرفته است [۸].

در مطالعه حاضر، جريان سیال غیرنیوتونی محلول آبی  $0/2$  درصد CarboMethyl Cellulose (CMC) که از مدل قانون توانی پیروی می‌کند به صورت عددی در نرم‌افزار فلوئنت (Fluent) شبیه‌سازی شده است. جريان سیال بین دو استوانه خارج از مرکز قرار دارد و سه حالت مختلف برای چرخش استوانه‌ها در نظر گرفته شده است. در حالت اول استوانه داخلی در حال چرخش، در حالت دوم فقط استوانه بیرونی می‌چرخد و در حالت سوم دو استوانه در خلاف جهت هم می‌چرخند. در این شبیه‌سازی از مدل  $\omega - k$  برای مدل‌سازی آشفتگی استفاده شده و نتایج تحلیل سه بعدی با نتایج تجربی موجود [۲] مقایسه شده‌اند.

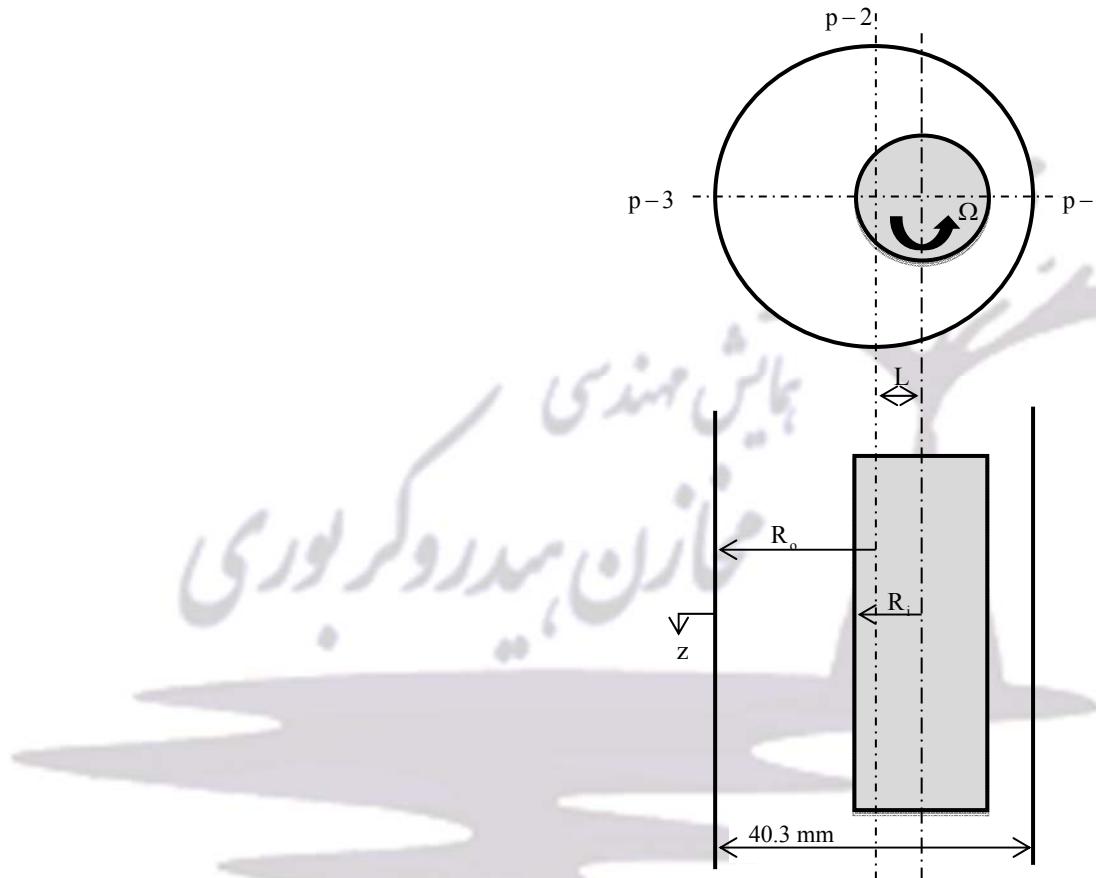
## ۲- مدل‌سازی

نمایی از لوله غیر هم محور همراه با اندازه‌های آن در شکل ۱ نمایش داده شده است. برای لوله‌های غیر هم مرکز پارامتری به نام خروج از مرکزیت  $e$  به صورت رابطه ۱ تعریف می‌شود [۲]. در این رابطه  $L$  فاصله بین مرکز دو لوله،  $R_1$  و  $R_2$  به

مجموعه مقالات چهارمین کنفرانس ملی مهندسی مخازن هیدرورکبروری و صنایع بالادستی  
۷ خرداد ۱۳۹۴، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما  
 مجری: هم اندیشان انرژی کیمیا ۰۲۱ - ۸۸۶۷۱۶۷۶  
www.Reservoir.ir

ترتیب شعاع لوله داخلی و خارجی است. خروج از مرکزیت لوله برای این مسئله  $5/0$  و نسبت قطرها هم  $5/0$  در نظر گرفته شده است.

$$e = \frac{L}{R_o - R_i} \quad (1)$$



شکل ۱ : شماتیک لوله‌های خارج از مرکز

ناحیه فیزیکی جریان بین دو استوانه با استفاده از المان‌های شش وجهی (Hexahedral) به صورت باسازمان (Structural) گسسته‌سازی و حل عددی با ۲۰۰۰۰ المان انجام شده است. شکل ۲ نمایی از ناحیه محاسباتی را نشان می‌دهد. به علت وجود گرادیان شدید سرعت در نزدیک دیواره‌ها، شبکه محاسباتی غیریکنواخت است. شرط مرزی استوانه داخلی و خارجی دیوار و برای صفحه‌های بالا و پایین آن شرط مرزی تناوبی در نظر گرفته شده است. با فرض عدد رینولدز [۲] می‌توان جریان سیال را آشفته در نظر گرفت. سرعت و نرخ دبی جرمی سیال با توجه به عدد رینولدز و مشخصات فیزیکی سیال تعیین می‌شود. در جدول ۱ خواص جریان ذکر شده است.

سیال مورد بررسی در این پژوهش محلول  $0/2$  درصد آبی (CMC) است که از داده‌های ویسکومتری [۲] استفاده شده است. این سیال از مدل توانی پیروی می‌کند و مناسب برای به کار بودن در حفاری چاههای نفت است. این ماده دارای ترکیب ارگانیک است و در مقابل تحمیر و فساد مقاومت می‌کند. از CMC جهت جلوگیری از به هدر

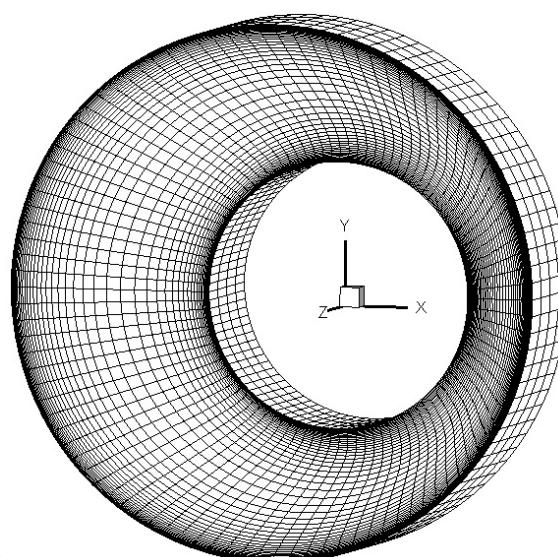
## مجموعه مقالات چهارمین کنفرانس ملی مهندسی مخازن هیدروکربوری و صنایع بالادستی

۷ خرداد ۱۳۹۴، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما

مجری: هم اندیشان انرژی کیمیا ۰۲۱ - ۸۸۶۷۱۶۷۶

www.Reservoir.ir

رفتن آب از ترکیب گل حفاری استفاده می‌شود. تنش برشی سیال با استفاده از رابطه (۲) [۹] محاسبه می‌شود. همچنین در جدول ۲ اطلاعات مربوط به معادله این سیال ارائه شده است.



شکل ۲: شبکه محاسباتی با ۲۰۰۰ سلول شش وجهی باسازمان

جدول ۱: خواص جریان [۲]

پارامتر	مقدار
چگالی سیال	۱۰۰ kg / m <sup>3</sup>
سرعت حجمی (Bulk Velocity)	۲/۷۲ m / s
قطر هیدرولیکی	۲۰/۳× ۱۰ <sup>-۳</sup> m
لزجت در دیواره	۶× ۱۰ <sup>-۳</sup> kg / m.s

جدول ۲: مشخصات معادله توانی سیال

پارامتر	مقدار
ضریب ثابت (Consistency Index)	۰/۰۴۴
ضریب قانون توانی (Power Law Index)	۰/۷۵
حد کمینه لزجت	۰/۰۰۰۱
حد بیشینه لزجت	۱۰۰

### ۳- معادلات حاکم

در این شبیه‌سازی سه بعدی، معادله پیوستگی و معادلات مومنتوم در سه جهت شعاعی، محیطی و محوری برای سیال غیرنیوتونی حل می‌شود. رابطه‌های ۳ و ۴ به ترتیب معادلات بقای جرم و مومنتوم را به صورت برداری نشان می‌دهند. در این معادلات  $\rho$  چگالی،  $\vec{v}$  بردار سرعت،  $p$  فشار استاتیک،  $\vec{\tau}$  تانسور تنش،  $\vec{g}$  بردار گرانش و  $\vec{F}$  نیروی حجمی خارجی است.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\vec{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (4)$$

از آنجایی که لزجت سیال به دما وابسته نیست و فقط با نرخ برش تغییر می‌کند نیازی به حل معادله انرژی نیست. گسسته‌سازی معادلات حاکم بر اساس روش حجم محدود (Finite Volume) و با دقت مرتبه دو و حل معادلات آن با الگوریتم QUICK صورت گرفته است. به دلیل عدم وجود تقارن محوری در استوانه‌های غیر هم‌مرکز، جریان سیال سه بعدی است و این امر باعث پیچیدگی جریان می‌شود.

از مدل دو معادله‌ای استاندارد  $k-\omega$  (رابطه‌های ۵ و ۶) که برای جریان‌های چرخشی و دورانی دقت مناسبی دارد برای مدل‌سازی آشفتگی استفاده می‌شود. در این معادلات  $G_k$  و  $G_\omega$  تولید انرژی جنبشی آشفتگی  $k$  و  $\omega$  هستند.  $\Gamma_k$ ،  $\Gamma_\omega$  و  $Y_k$  و  $Y_\omega$  به ترتیب نفوذ مؤثر (Effective Diffusivity) و اتلاف آشفتگی  $k$  و  $\omega$  را نشان می‌دهند.  $S_k$  و  $S_\omega$  جملات مربوط به چشم‌هه استند.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (6)$$

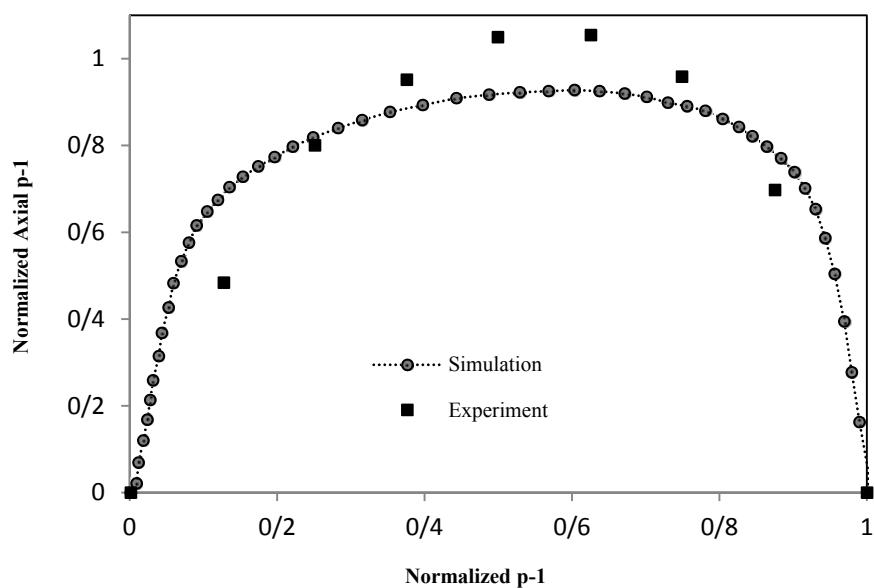
### ۱-۳- نتایج

شبیه‌سازی سه بعدی جریان در نرم‌افزار فلوئنت برای ارتفاع محدودی از لوله با شرط مرزی تناوبی انجام شده است. نتایج تجربی برای حالتی که استوانه داخلی با سرعت ۳۰۰ دور در دقیقه بچرخد توسط [۲] ارائه شده است. با پس‌پردازش نتایج شبیه‌سازی توزیع سرعت محوری روی صفحه p-1 (در شکل ۱ نشان داده شده) با نتایج تجربی و در شکل ۳ ارائه شده است. نمودار فوق تطابق خوبی را بین داده‌های حل عددی و آزمایشگاهی نشان می‌دهد.

توزیع تنش برشی روی سطوح داخلی و بیرونی استوانه‌ها در شرایطی که فقط استوانه داخلی در گردش باشد با پس‌پردازش حل عددی محاسبه گردید. تغییرات تنش برشی روی سطوح در سرعت‌های دورانی مختلف در بازه ۳۰۰ تا ۴۰۰۰ دور در دقیقه در نمودار شکل ۴ رسم شده است. با افزایش دور میزان تنش برشی افزایش می‌یابد. این نمودار برای تنش برشی بیشینه و مقدار متوسط آن ارائه شده است.

در ادامه، نتایج شبیه‌سازی به ازای سه حالت مختلف برای دوران استوانه‌ها ارائه شده است. در حالت اول فقط استوانه درونی با سرعت ثابت ۳۰۰ دور در دقیقه می‌چرخد و استوانه بیرونی ثابت است. در حالت دوم استوانه بیرونی چرخان (با همان سرعت) و استوانه درونی ثابت است و در حالت سوم هر دو استوانه در خلاف جهت همدیگر با سرعت ثابت ۳۰۰ دور در دقیقه دوران می‌کنند. نتایج این شبیه‌سازی به صورت کانتور برای توزیع لزجت مولکولی، توزیع سرعت مماسی و توزیع فشار کل در شکل‌های ۵ تا ۷ برای هر سه حالت ارائه شده است.

با توجه به توزیع لزجت مولکولی سیال در شکل ۵ رفتار غیرنیوتی نی سیال نازک شونده مشخص است. لزجت کمتر در نزدیکی دیواره‌ها یعنی جاییکه نرخ برش بالاست رخ می‌دهد و در قسمت مرکزی که نرخ برش کم است مقدار لزجت بیشتر است. از توزیع سرعت مماسی در شکل ۶ می‌توان فهمید مقدار بیشینه سرعت در حالیکه استوانه داخلی می‌چرخد به استوانه بیرونی نزدیک‌تر است و در حالیکه استوانه‌ها خلاف جهت هم می‌گردند بیشینه سرعت به استوانه داخلی نزدیک‌تر است.



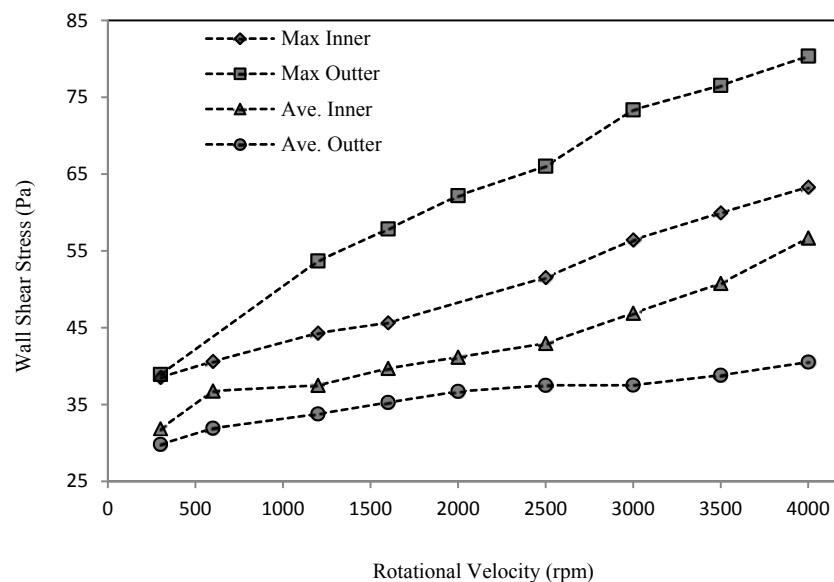
شکل ۳: توزیع سرعت محوری روی صفحه  $p-1$  (استوانه داخلی در حال چرخش)

مجموعه مقالات چهارمین کنفرانس ملی مهندسی مخازن هیدروکربوری و صنایع بالادستی

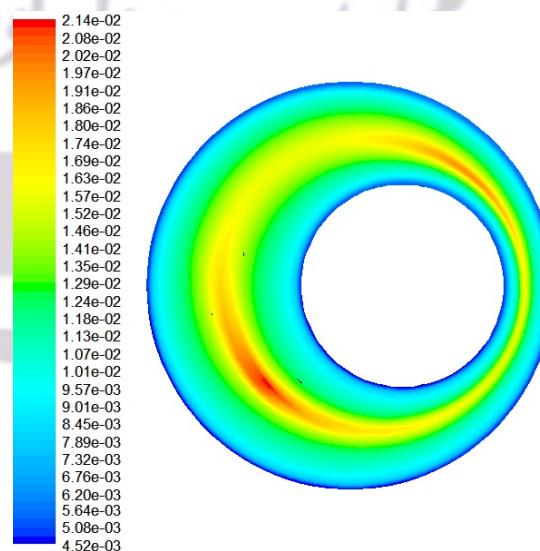
۷ خرداد ۱۳۹۴، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما

مجری: هم اندیشان انرژی کیمیا ۰۲۱ - ۸۸۶۷۱۶۷۶

[www.Reservoir.ir](http://www.Reservoir.ir)



شکل ۴: تنش برشی روی سطوح استوانه‌های داخلی و خارجی بر حسب سرعت دورانی (استوانه داخلی در حال چرخش)



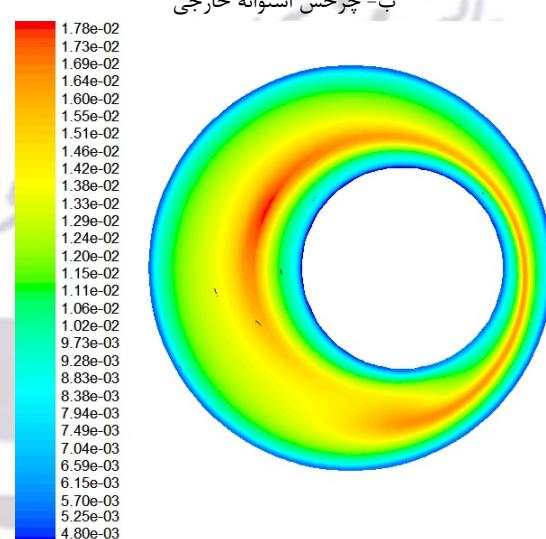
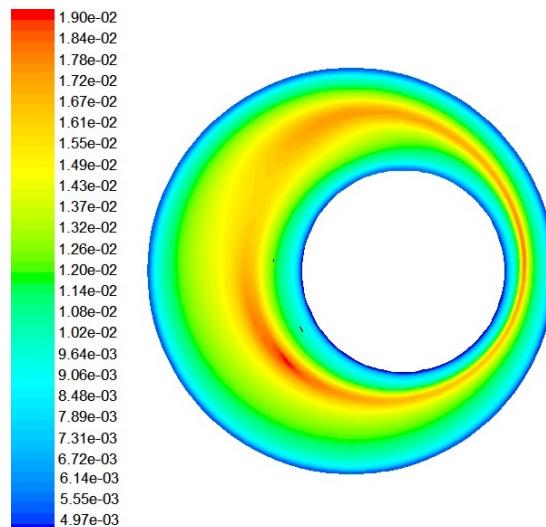
الف- چرخش استوانه داخلی

مجموعه مقالات چهارمین کنفرانس ملی مهندسی مخازن هیدروکربوری و صنایع بالادستی

۷ خرداد ۱۳۹۴، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما

مجری: هم اندیشان انرژی کیمیا ۰۲۱ - ۸۸۶۷۱۶۷۶

[www.Reservoir.ir](http://www.Reservoir.ir)



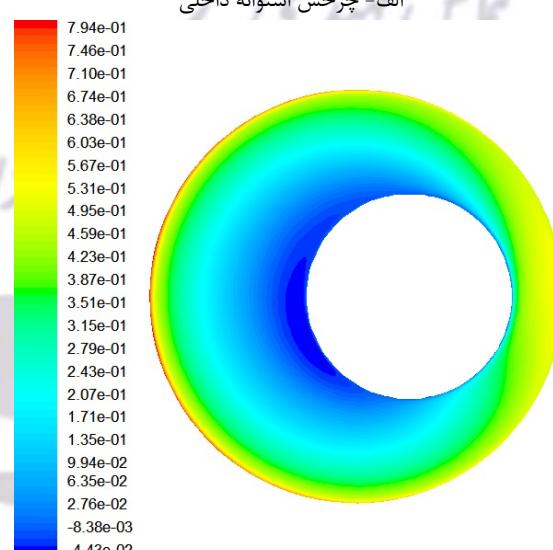
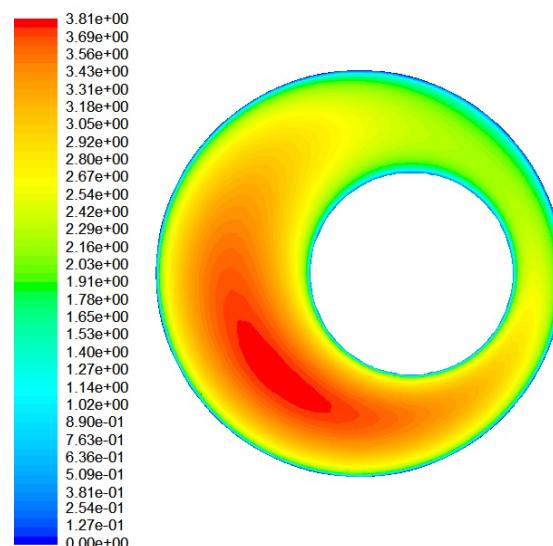
شکل ۵: توزیع لزجت مولکولی بر حسب kg/m.s

مجموعه مقالات چهارمین کنفرانس ملی مهندسی مخازن هیدروکربوری و صنایع بالادستی

۷ خرداد ۱۳۹۴، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما

مجری: هم اندیشان انرژی کیمیا ۰۲۱ - ۸۸۶۷۱۶۷۶

[www.Reservoir.ir](http://www.Reservoir.ir)

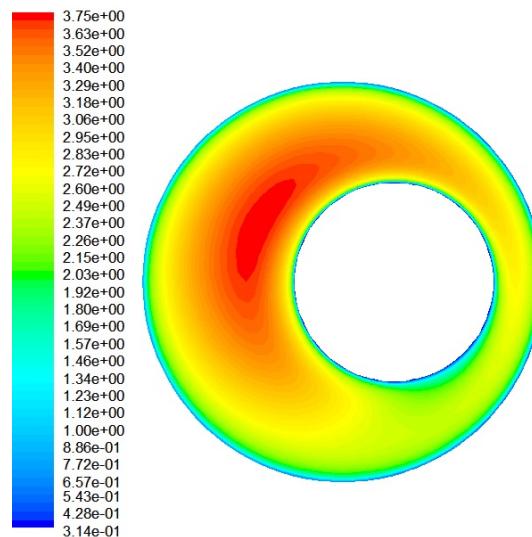


مجموعه مقالات چهارمین کنفرانس ملی مهندسی مخازن هیدرورگبروی و صنایع بالادستی

۷ خرداد ۱۳۹۴، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما

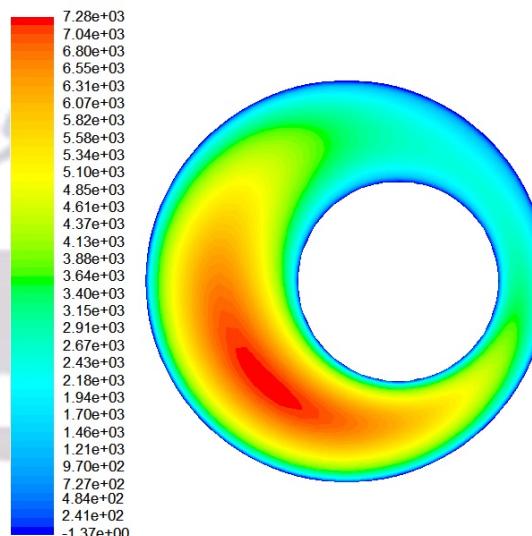
مجری: هم اندیشان انرژی کیمیا ۰۲۱ - ۸۸۶۷۱۶۷۶

www.Reservoir.ir



پ- چرخش دو استوانه در خلاف جهت همدیگر

شکل ۶: توزیع سرعت مماسی بر حسب



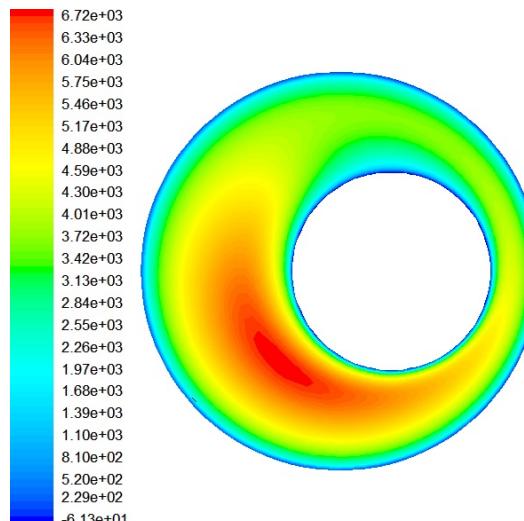
الف- چرخش استوانه داخلی

## مجموعه مقالات چهارمین کنفرانس ملی مهندسی مخازن هیدروکربوری و صنایع بالادستی

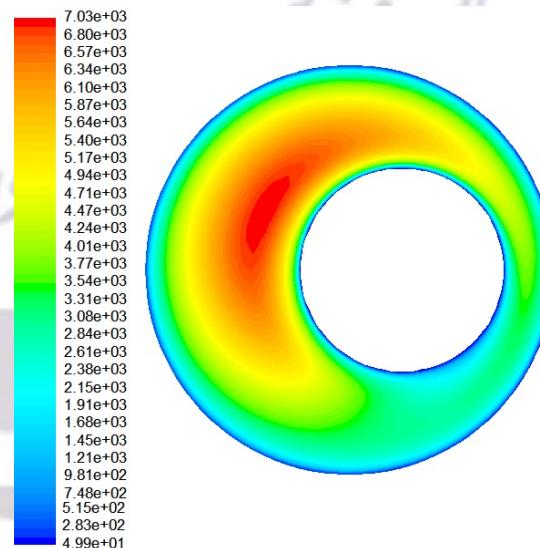
۷ خرداد ۱۳۹۴، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما

مجری: هم اندیشان انرژی کیمیا ۰۲۱ - ۸۸۶۷۱۶۷۶

www.Reservoir.ir



ب- چرخش استوانه خارجی



پ- چرخش دو استوانه در خلاف جهت همدیگر

شکل ۷: توزیع فشار کل بر حسب pa

## ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله جریان سیال غیرنیوتی بین دو استوانه غیر هم مرکز که کاربردهای فراوانی در صنعت نفت و حفاری دارد بررسی شد. در حفاری‌های جهت‌دار مشخصه‌های جریان گل حفاری درون لوله‌های غیر هم مرکز بسیار حائز اهمیت است. سیال مورد بررسی در این پژوهش محلول ۰/۲ درصد آبی (CMC) CarboMethyl Cellulose است و از مدل توانی پیروی می‌کند. این ماده دارای ترکیب ارگانیک است و در مقابل تخمیر و فساد مقاومت می‌کند و به همین دلیل برای به کار بردن در حفاری چاه‌های نفت مناسب است. از CMC جهت جلوگیری از به هدر رفتن آب از ترکیب گل حفاری استفاده می‌شود. حل عددی جریان به طور سه بعدی در ناحیه محاسباتی بین دو استوانه توسط نرمافزار فلوئنت انجام شده است. نتایج این شبیه‌سازی به صورت توزیع لزجت مولکولی، سرعت و فشار به ازای سه حالت مختلف چرخش استوانه‌ها ارائه گردید. برای حالتی که استوانه داخلی با سرعت ۳۰۰ دور در دقیقه در حال چرخش باشد نتایج شبیه‌سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی [۲] مقایسه شد. با

توجه به نمودار توزیع سرعت در ناحیه باریک بین دو استوانه دقت مطلوبی بین نتایج تجربی و شبیه‌سازی حاضر مشاهده می‌شود. همچنین تغییرات تنش برشی روی سطوح داخلی و خارجی استوانه‌ها نشان می‌دهد که با افزایش سرعت دورانی استوانه داخلی مقدار تنش برشی افزایش می‌یابد. با افزایش سرعت دورانی اندازه تنش برشی بیشینه روی سطوح داخلی و خارجی لوله افزایش می‌یابد. در ضمن نتایج این شبیه‌سازی به صورت کانتور برای توزیع لزجت مولکولی، توزیع سرعت مماسی و توزیع فشار کل برای هر سه حالت ارائه گردید.

## ۵- علائم و نشانه‌ها

چشمۀ انرژی جنبشی آشفتگی	$S_k$	شعاع لوله داخلی	$R_i$
چشمۀ	$S_M$	شعاع لوله خارجی	$R_o$
چشمۀ امگا	$S_\omega$	خروج از مرکزیت	$e$
بردار سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )	$\vec{v}$	فاصله بین مرکز دو لوله	$L$
اتلاف آشفتگی انرژی جنبشی	$Y_k$	تنش برشی	$\tau$
اتلاف آشفتگی مخصوص	$Y_\omega$	نرخ برش	$\dot{\gamma}$
نفوذ مؤثر انرژی جنبشی آشفتگی	$\Gamma_k$	بردار نیرو (N)	$\vec{F}$
نفوذ مؤثر اتلاف مخصوص	$\Gamma_\omega$	تولید انرژی جنبشی آشفتگی	$G_k$
لزجت دینامیک ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )	$\mu$	تولید نرخ اتلاف مخصوص	$G_\omega$
چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )	$\rho$	انرژی جنبشی آشفته بر واحد جرم ( $\text{Jkg}^{-1}$ )	$k$
تانسور تنش ناشی از لزجت ( $\text{kgms}^{-2}$ )	$\bar{\tau}$	نرخ دبی جرمی ( $\text{kgs}^{-1}$ )	$\dot{m}$
نرخ اتلاف مخصوص ( $\text{s}^{-1}$ )	$\omega$	فشار ( $\text{kgms}^{-2}$ )	$P$
سرعت زاویه‌ای (rpm)	$\Omega$		

## مراجع

- [1] Nouri, J. M., Umur, H., Whitelaw, J. H., "Flow of Newtonian and Non-Newtonian Fluids in Concentric and Eccentric Annuli", *J. Fluid Mech.*, Vol. 253, pp. 617-641, 1993.
- [2] Nouri, J. M., Whitelaw, J. H., "Flow of Newtonian and Non-Newtonian Fluids in an Eccentric Annulus with Rotation of the Inner Cylinder", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 18, pp. 236-246, 1997.
- [3] Delwiche, Lejeune, M. W. D, Stratabit, D. B, "Slim Hole Drilling Hydraulics", Society of Petroleum Eng., Inc. SPE, pp. 521-541, 1992.
- [4] Fredrickson, A. G., "Helical Flow of an Annular Mass of Visco-Elastic Fluid", *Chemical Eng. Sci.*, Vol. 11, pp. 252-259, 1960.
- [5] Escudier, M. P., Gouldson, I. W., "Concentric Annular Flow of Shear Thinning Liquids with Centerbody Rotation", *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, Vol. 16, pp. 156-162, 1995.
- [6] Nakabayashi, K., Seo, K., Yamada, Y., "Rotational and Axial through the Gap between Eccentric Cylinders of which the Outer One Rotates", *Bull. JSME*, vol. 17, no. 114, pp. 1564-1571, 1974.
- [7] Kim, Y. J., Han, S. M., Woo, N. S., "Flow of Newtonian and Non-Newtonian Fluids in a Concentric Annulus with a Rotating Inner Cylinder", *Korea-Australia Rheology J.*, Vol. 25, No. 2, pp. 77-85, 2013.
- [8] Khali, S., Nebbali, R., Bouhadef, K., "Numerical Investigation of Non-Newtonian Fluids Flows between Two Rotating Cylinders Using Lattice Boltzmann Method", *Int. J. of Mech. Aerospace, Industrial and Mechatronics Eng.*, Vol. 7, No. 10, pp. 924-930, 2013.
- [9] Chhabra, R. P., Richardson, J. F., *Non-Newtonian Flow Applied Rheology (Engineering Application)*, 2<sup>nd</sup> ed, 2008.