



شبیه سازی تشکیل فیلتر کیک در حفاری چاه های نفتی

سید محسن هاشم زاده^۱، ابراهیم حاجی دولو^۲

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی دانشگاه شهید چمران اهواز
mohsen.hashemzadeh@yahoo.com

^۲ استاد گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی دانشگاه شهید چمران اهواز
hajidae@scu.ac.ir

چکیده

در عملیات حفاری فراتعادلی بعثت اختلاف فشار سیال حفاری و سازند، فیلتراسیون گل صورت می پذیرد که در نتیجه آن بر روی دیواره سازند فیلتر کیک تشکیل می شود. فرایند تشکیل فیلتر کیک در عملیات حفاری نتیجه سه فرایند مرتبط جریان درون آنالوس، نفوذ سیال به درون سازند و تشکیل کیک بر روی دیواره سازند است. در این مقاله از یک رویه عددی برای مدلسازی و شبیه سازی رشد فیلتر کیک استفاده شده است که در آن ابتدا میدان جریان غیر نیوتنی گل حفاری در فضای حلقوی چاه حفاری محاسبه شده و پس از محاسبه سرعت نفوذ سیال به درون سازند، میزان رشد فیلتر کیک بر اساس احتمال رسوب ذره - که از آنالیز نیروهای وارد بر ذره در سطح کیک محاسبه می شود - بدست می آید. مزیت این مدل نسبت به سایر مدل های ارائه شده این است که سیال حفاری به عنوان یک سیال غیر نیوتنی در نظر گرفته شده است و اثر چرخش رشته حفاری نیز لحاظ شده است. در نهایت تاثیر سرعت متوسط سیال، چرخش رشته حفاری، اندازه ذرات و شاخص توانی سیال حفاری بر ضخامت فیلتر کیک و سرعت نفوذ به درون سازند بررسی شده است.

واژه های کلیدی: شبیه سازی عددی، فیلتر کیک، سیال حفاری غیر نیوتنی، فیلتراسیون موازی سطح، محیط متخلخل.

۱. مقدمه

در حفاری دورانی، سیال حفاری به طور مداوم از بالای چاه و به وسیله لوله حفاری به داخل چاه تزریق می شود، از مجرای موجود در مته عبور کرده و از مسیر پشت لوله حفاری و دیواره چاه (فضای حلقوی یا دالیز^۱) مجدداً به بالای چاه بر می گردد. در حفاری فراتعادلی بعثت اختلاف فشار سیال حفاری و سازند، فیلتراسیون گل صورت می پذیرد. بدین معنی که فشار بالای گل، باعث ورود صافآب گل (Mud Filtrate) به داخل سازند و در نتیجه تشکیل کیک گل (Mud Cake) بر روی دیواره چاه می شود.

^۱ Annulus



حضور کیک روی دیواره سازند مفید است، زیرا میزان فیلترات را کاهش داده و مانع از آسیب سازند می‌شود؛ از طرف دیگر ضخیم بودن گل نیز معایبی به همراه دارد، از جمله کاهش قطر موثر چاه، افزایش گشتاور مورد نیاز برای چرخش رشته حفاری و درگ اضافی هنگام بیرون کشیدن لوله‌ها. بنابراین توانایی پیش‌بینی رشد کیک بسیار مفید است. هرچه نفوذ پذیری کیک تشکیل شده کمتر باشد، میزان فیلترات کمتر و در نتیجه ضخامت کیک نیز کمتر است.

مطالعه بر روی فیلتراسیون گل حفاری از سال ۱۹۳۹ آغاز شده است. ویلیام [۱] با استفاده از یک مدل چاه آزمایشگاهی، فیلتراسیون کیک را در حالت دینامیکی مورد بررسی قرار داد و نشان داد نرخ فیلتراسیون که تابعی از اختلاف فشار، دبی گل و مشخصات گل است و پس از گذشت مدت زمان کوتاهی به مقدار ثابتی می‌رسد. پروکوپ [۲] به صورت آزمایشگاهی اثر خواص گل حفاری را بر تشکیل و فرسایش فیلتر کیک و حجم فیلتراسیون در حالت شعاعی بررسی کرده است. نتایج او نشان می‌دهد که در تشکیل فیلتر کیک دینامیکی ضخامت فیلتر کیک به یک میزان نهایی خواهد رسید. برخلاف مرجع [۱]، نتایج او کاهش نرخ فیلتراسیون را پس از رسیدن به ضخامت حالت تعادل نشان می‌دهد. فرگوسن و کلوتز [۳] نیز به صورت آزمایشگاهی فیلتراسیون گل، در حین حفاری را برای تعدادی از گل‌های حفاری در دیواره چاه و هم چنین زیر مته بررسی کرده‌اند.

فیشر و همکاران [۴] با ارایه مدلی عددی و با استفاده از کد کامپیوتری توانسته‌اند سه پدیده جریان درون آنالوس، نفوذ سیال به درون سازند و پدیده تشکیل فیلتر کیک را شبیه سازی کنند. آن‌ها همچنین تاثیر سرعت نفوذ سیال به درون سازند و تاثیر انحراف رشته حفاری از مرکز چاه را بر نرخ رشد ضخامت فیلتر کیک بررسی کرده‌اند. نتایجی که آنها بدست آورده‌اند آن است که در حالت نامتقارن، فیلتر کیک تولیدی نیز شکل نامتقارنی خواهد داشت.

عدلی و همکاران [۵] مدلسازی تشکیل رسوب در اطراف یک چاه نفت را در فرایند تزریق مجدد آب تولیدی از مخازن نفتی به زیر زمین را در دو حالت پایدار و ناپایدار انجام داده‌اند. مدل آنها با در نظر گرفتن نیروهای وارد بر یک ذره در سطح کیک رابطه‌ای را برای ضخامت فیلتر کیک در هر دو حالت پایدار و ناپایدار بدست می‌دهد. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که با افزایش قطر ذره ضخامت کیک کاهش و سرعت نفوذ افزایش می‌یابد.

علیرغم آن‌که پژوهش‌های صورت گرفته اطلاعات تجربی با ارزشی را در مورد فیلتراسیون گل حفاری بدست می‌دهد، کمتر تلاشی برای مدلسازی فیلترات در شرایط دینامیکی صورت گرفته است و پارامترهای اساسی شامل مکانیزم‌های انتقال جرم (بجز نیروی درگ عمود بر سطح سازند)، رئولوژی سیال غیر نیوتنی، مهاجرت ذره و اثرات مرتبط با آن و هم چنین هیدرودینامیک سیال جاری در آنالوس (از جمله تاثیر انحراف رشته حفاری و چرخش رشته حفاری) عموماً نادیده گرفته شده‌اند.

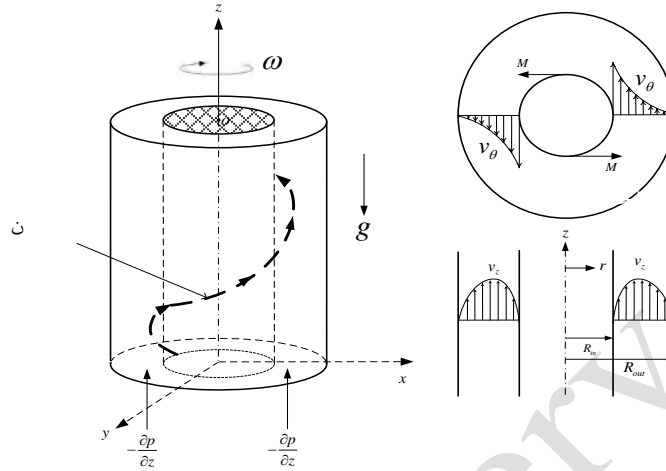
مدلسازی رشد کیک روی دیواره چاه در نتیجه سه پدیده مرتبط است: (۱) جریان سیال حفاری درون آنالوس، (۲) نفوذ قسمت مایع گل حفاری به درون محیط متخلخل (سازند)، (۳) فیلتراسیون و تشکیل فیلتر کیک در دیواره چاه. در این مقاله از یک رویه عددی برای مدلسازی رشد کیک و هجوم (نفوذ) سیال به درون سازند استفاده شده‌است. این رویه امکان بررسی جزء به جزء پدیده‌های ذکر شده را برای مجموعه‌ای از خواص گل حفاری فراهم می‌کند که در نهایت قابلیت طراحی گلی با خواص فیلتراسیون مناسب‌تر را برای عملیات حفاری فراهم می‌کند.



۱- مدل سازی

۱-۱ مدل سازی جریان سیال در آنالوس

هندسه آنالوس و پروفیل کیفی سرعت در شکل ۱ آمده است. با فرض جریان دائم، آرام، هم‌دما و تراکم‌ناپذیر، معادلات حرکت سیال به صورت زیر هستند:



شکل ۱- هندسه آنالوس و پروفیل کیفی سرعت

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

معادله مومنتوم:

$$v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

که در آن x_i بردار موقعیت، v_i بردار سرعت و τ_{ij} تانسور تنش است. که برای یک سیال توانی به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\tau_{ij} = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma}_{ij} \quad , \quad \eta(\dot{\gamma}) = (k_{pl} \dot{\gamma}^{n-1}) \quad (3)$$

که در آن $\dot{\gamma}$ بزرگی تانسور کرنش، $\dot{\gamma}_{ij}$ تانسور کرنش، k_{pl} ضریب استحکام سیال و n_{pl} شاخص توانی سیال می‌باشد. با توجه به

تقارن محوری ($\frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} = 0$) میدان سرعت را به صورت زیر در نظر می‌گیریم [۶]:

$$v_r = 0 \quad , \quad v_\theta = r\omega(r) \quad , \quad v_z = u(r) \quad (4)$$

که در آن $\omega(r)$ سرعت زاویه ای سیال در شعاع r است. این میدان سرعت در معادله پیوستگی صدق می‌کند. با جایگذاری روابط بالا در معادله مومنتوم و پس از ساده سازی روابط زیر بدست می‌آیند:



$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho r \omega^2 \quad (5) \text{ در جهت } r$$

$$\frac{d\tau_{r\theta}}{dr} + 2\frac{\tau_{\theta r}}{r} = 0 \quad (6) \text{ در جهت } \theta$$

$$\frac{d\tau_{rz}}{dr} + \frac{\tau_{zr}}{r} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \quad (7) \text{ در جهت } z$$

در معادله (۵)، $\frac{\partial p}{\partial r}$ یا اختلاف فشار در راستای شعاعی بعلا نیروی جانب مرکزی است که هر المان به المان مجاور در راستای شعاعی وارد می‌کند که اندازه این نیرو بر واحد حجم $\rho r \omega^2$ می‌باشد. با حل معادلات (۶) و (۷) تنش‌ها به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\tau_{rz} = ar + \frac{b}{r} \quad \tau_{r\theta} = \frac{c}{r^2} \quad a = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \right) \quad (8)$$

برای سیال توانی در میدان سرعت داده شده (رابطه ۴) تابع ویسکوزیته به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\dot{\gamma}^2 = r^2 \omega'^2(r) + u'^2(r) \quad (9)$$

$$\eta(\dot{\gamma}) = k_{pl} \dot{\gamma}^{n_{pl}} = k_{pl} \left(r^2 \omega'^2(r) + u'^2(r) \right)^{\frac{n_{pl}-1}{2}}$$

و بنابراین:

$$\tau_{r\theta} = k_{pl} \left(r^2 \omega'^2(r) + u'^2(r) \right)^{\frac{n_{pl}-1}{2}} r \omega'(r) \quad (10)$$

$$\tau_{rz} = k_{pl} \left(r^2 \omega'^2(r) + u'^2(r) \right)^{\frac{n_{pl}-1}{2}} u'(r) \quad (11)$$

با جایگذاری تنش‌ها در روابط (۸) و حل آنها برحسب $\omega'(r)$ و $u'(r)$ روابط زیر بدست می‌آیند:

$$\omega'(r) = ck_{pl}^{-\frac{1}{n_{pl}}} r^{\left(\frac{-1-2}{n_{pl}} \right)} \Gamma(a, b, c)^{\frac{1}{n_{pl}-1}} \quad (12)$$

$$u'(r) = k_{pl}^{-\frac{1}{n_{pl}}} r^{\left(\frac{1-2}{n_{pl}} \right)} (ar^2 + b) \Gamma(a, b, c)^{\frac{1}{n_{pl}-1}} \quad (13)$$

$$\Gamma(a, b, c) = \left[c^2 + (ar^2 + b)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

برای محاسبه سه مجهول a و b و c به یک معادله دیگر نیاز است. معادله سوم از رابطه دبی (Q) محاسبه می‌شود. از رابطه دبی با سرعت محوری سیال رابطه زیر بدست می‌آید:

$$Q = \pi (R_{out}^2 - R_{in}^2) \bar{u} = \int_0^{2\pi} \int_{R_{in}}^{R_{out}} ru(r) dr = 2\pi \int_{R_{in}}^{R_{out}} ru(r) dr \quad (15)$$

که در آن \bar{u} سرعت محوری متوسط سیال در آنالوس است. با انتگرال گیری جزء به جزء از رابطه بالا:

$$Q + \pi \int_{R_{in}}^{R_{out}} r^2 u'(r) dr = 0 \quad (16)$$

با جایگذاری رابطه (۱۳) در (۱۵) رابطه زیر بدست می‌آید:



$$\frac{1}{\pi} \frac{Qk_{pl}}{r^{n_{pl}}} + \int_{R_{in}}^{R_{out}} r^{\left(3-\frac{2}{n_{pl}}\right)} (ar^2 + b) \Gamma(a, b, c)^{\frac{1}{n_{pl}}-1} dr = 0 \quad (17)$$

برای محاسبه ثابت‌های a و b و c از شرایط مرزی استفاده می‌شود. شرایط مرزی مساله نیز به صورت زیر است:

$$u(R_{in}) = u(R_{out}) = 0 \quad (18)$$

$$\omega(R_{in}) = \Omega, \quad \omega(R_{out}) = 0$$

با انتگرال گیری از معادلات (۱۲) و (۱۳) روابط سرعت محوری و سرعت زاویه‌ای بدست می‌آیند:

$$u(r) = k_{pl} \frac{1}{r^{n_{pl}}} \int_r^{R_{out}} r^{\left(1-\frac{2}{n_{pl}}\right)} (ar^2 + b) \Gamma(a, b, c)^{\frac{1}{n_{pl}}-1} dr \quad (19)$$

$$\omega(r) = \Omega - \int_r^{R_{out}} ck_{pl} \frac{1}{r^{n_{pl}}} r^{\left(-1-\frac{2}{n_{pl}}\right)} \Gamma(a, b, c)^{\frac{1}{n_{pl}}-1} dr \quad (20)$$

با اعمال شرایط مرزی و تعریف توابع $G_i(a, b, c)$ روابط زیر بدست می‌آیند:

$$G_1(a, b, c) \equiv \int_{R_{in}}^{R_{out}} r^{\left(1-\frac{2}{n_{pl}}\right)} (ar^2 + b) \Gamma(a, b, c)^{\frac{1}{n_{pl}}-1} dr = 0 \quad (21)$$

$$G_2(a, b, c) \equiv \frac{Qk_{pl}}{\pi} \frac{1}{r^{n_{pl}}} + \int_{R_{in}}^{R_{out}} r^{\left(3-\frac{2}{n_{pl}}\right)} (ar^2 + b) \Gamma(a, b, c)^{\frac{1}{n_{pl}}-1} dr = 0 \quad (22)$$

$$G_3(a, b, c) \equiv \Omega k_{pl} \frac{1}{r^{n_{pl}}} - \int_{R_{in}}^{R_{out}} cr \frac{1}{r^{n_{pl}}} r^{\left(-1-\frac{2}{n_{pl}}\right)} \Gamma(a, b, c)^{\frac{1}{n_{pl}}-1} dr = 0 \quad (23)$$

که در آنها a و b و c ریشه‌های $G_i(a, b, c) = 0$ هستند. برای محاسبه ریشه توابع $G_i(a, b, c)$ ، از روش نیوتن رافسون برای حل دستگاه معادلات غیر خطی و از روش سکانت برای محاسبه ژاکوبین استفاده شده است. ضمناً برای انتگرال گیری از معادلات بالا از روش انتگرال سیمپسون استفاده شده است.

اعتبار سنجی:

معادلات ارائه شده در یک کد عددی به زبان فرترن 90 حل شده اند. برای بررسی صحت جوابها، نتایج با مرجع [۶] مقایسه شده است:

جدول ۱-مقایسه نتایج با مرجع [۶]

$\Omega(rpm)$	محاسبات فعلی			مرجع [۶]			محاسبات فعلی		
	$-a$	$-a$	خطا. %	b	b	خطا. %	$c \times 10^{+4}$	$c \times 10^{+4}$	خطا. %
0	23.7824	23.7818	0.002	0.04323	0.04318	0.116	0	0.00000	0
20	23.5304	23.5670	0.155	0.04256	0.04254	0.047	-2.1958	-2.1896	0.282
40	23.0845	23.0822	0.009	0.04112	0.04113	0.024	-4.1031	-4.0930	0.246
80	21.9682	21.9768	0.039	0.03805	0.03806	0.026	-7.1448	-7.1448	0.000

همانطور که در جدول نشان داده شده است حداکثر خطا کمتر از ۱٪ می باشد و بنابراین نتایج ارائه شده قابل قبول می‌باشند.



۲-۱ مدل سازی جریان در محیط متخلخل

برای محاسبه سرعت نفوذ سیال به درون سازند از رابطه داری استفاده می شود:

$$u_p = -\frac{K}{\eta_{app}} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (24)$$

که در آن η_{app} ویسکوزیته ظاهری سیال غیرنیوتنی و K نفوذپذیری محیط متخلخل است که از رابطه زیر محاسبه می شود [۴]:

$$\eta_{app} = 2k_{pl} \left(\frac{3n_{pl} + 1}{n_{pl}} \right)^{n_{pl}} \left(\frac{1}{8} \right)^{\frac{n_{pl} + 1}{2}} (K\phi)^{\frac{1 - n_{pl}}{2}} u_p^{n_{pl} - 1} \quad (25)$$

که در آن ϕ تخلخل می باشد. با جایگذاری رابطه (۲۳) در (۲۲) رابطه زیر بدست می آید:

$$u_p = \frac{\phi n_{pl}}{3n_{pl} + 1} \left(\frac{8K}{\phi} \right)^{\frac{n_{pl} + 1}{2n_{pl}}} \left(\frac{1}{2k_{pl}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n_{pl}}} \quad (26)$$

دبی عبوری از هر مقطع (برای ارتفاع واحد) در هر لحظه ثابت است و به صورت زیر محاسبه می شود:

$$q = u_p 2\pi r \quad (27)$$

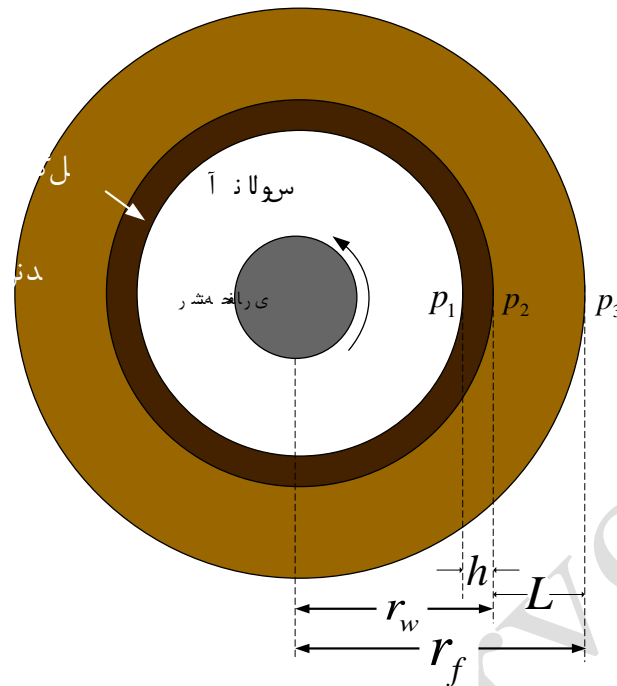
در نهایت با جایگذاری (۲۵) در (۲۴) و پس از ساده سازی، افت فشار به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \left(\frac{q}{2\pi\phi \frac{n_{pl} - 1}{2n_{pl}} K_c \frac{n_{pl} + 1}{2n_{pl}} \chi} \right)^{n_{pl}} r^{-n_{pl}}, \quad \chi = -\frac{n_{pl}}{3n_{pl} + 1} (8)^{\frac{n_{pl} + 1}{2n_{pl}}} \left(\frac{1}{2k_{pl}} \right)^{\frac{1}{n_{pl}}} \quad (28)$$

شکل ۲ موقعیت کیک در فضای آنالوس را نشان می دهد. با دوبار انتگرال گیری از رابطه بالا برای کیک و سازند روابط زیر بدست می آیند:

$$p_1 - p_2 = \left(\frac{q}{2\pi\phi_c \frac{n_{pl} - 1}{2n_{pl}} K_c \frac{n_{pl} + 1}{2n_{pl}} \chi} \right)^{n_{pl}} \frac{(r_w^{1 - n_{pl}} - (r_w - h)^{1 - n_{pl}})}{(1 - n_{pl})} \quad (29)$$

$$p_2 - p_3 = \left(\frac{q}{2\pi\phi_f \frac{n_{pl} - 1}{2n_{pl}} K_f \frac{n_{pl} + 1}{2n_{pl}} \chi} \right)^{n_{pl}} \frac{(r_f^{1 - n_{pl}} - r_w^{1 - n_{pl}})}{(1 - n_{pl})} \quad (30)$$



شکل ۲- موقعیت کیک در فضای آنالوس

که در آن h ضخامت کیک و اندیس‌های c و f نشان دهنده کیک و سازند می‌باشند. با جمع دو رابطه با یکدیگر رابطه زیر بدست می‌آید:

$$p_1 - p_3 = \left(\frac{q}{2\pi\chi} \right)^{n_{pl}} \frac{1}{(1-n_{pl})} \left(\frac{r_w^{1-n_{pl}} - (r_w - h)^{1-n_{pl}}}{\phi_c^{\frac{n_{pl}-1}{2}} K_c^{\frac{n_{pl}+1}{2}}} + \frac{r_f^{1-n_{pl}} - r_w^{1-n_{pl}}}{\phi_f^{\frac{n_{pl}-1}{2}} K_f^{\frac{n_{pl}+1}{2}}} \right) \quad (31)$$

که در نهایت رابطه سرعت نفوذ سیال درون محیط متخلخل از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$u_p \Big|_{r_w} = \frac{\chi}{r_w} \frac{(\Delta p (1-n_{pl}))^{\frac{1}{n_{pl}}}}{\left(\frac{r_w^{1-n_{pl}} - (r_w - h)^{1-n_{pl}}}{\phi_c^{\frac{n_{pl}-1}{2}} K_c^{\frac{n_{pl}+1}{2}}} + \frac{r_f^{1-n_{pl}} - r_w^{1-n_{pl}}}{\phi_f^{\frac{n_{pl}-1}{2}} K_f^{\frac{n_{pl}+1}{2}}} \right)^{\frac{1}{n_{pl}}}} \quad (32)$$

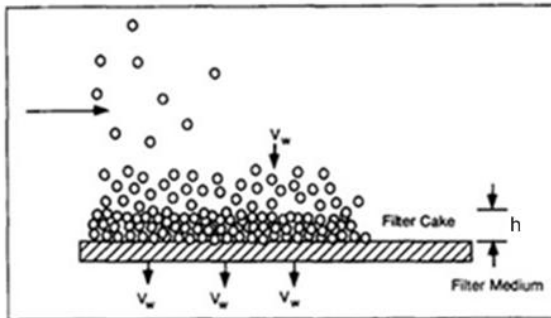
۳-۱ مدل‌سازی فیلتراسیون

مدل فیلتراسیون موازی سطح^۱ که در شبیه سازی از آن استفاده شده توسط استامکتیس و تین [۷] در سال ۱۹۹۳ ارائه شده است. این مدل ضخامت کیک را براساس احتمال رسوب ذره که از آنالیز نیروهای وارد بر ذره در سطح کیک بدست می‌آید محاسبه

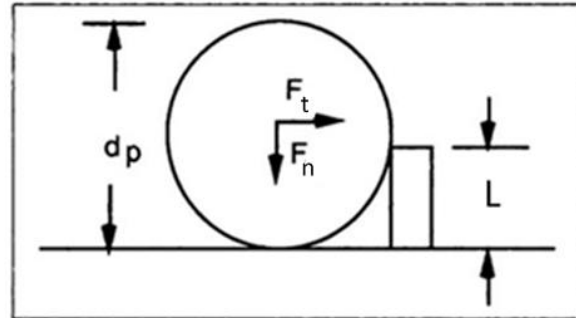
^۱ Cross-Flow Filtration



می‌کند. شکل ۳ نیروهای وارد بر ذره ای به قطر d_p در نزدیکی سطح کیک با برآمدگی L و شکل ۴ نحوه تشکیل کیک را نشان می‌دهد. برآمدگی می‌تواند به عنوان یک ذره ته نشین شده در نظر گرفته شود. شرایط برای ته نشین شدن ذره که در آن صورت ثابت باقی می‌ماند به شکل زیر است:



شکل ۴- نحوه تشکیل کیک در فیلتراسیون جریان موازی



شکل ۳- نیروهای وارد بر ذره

$$F_n \sqrt{\left(\frac{d_p}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_p}{2} - L\right)^2} \geq F_t \left(\frac{d_p}{2} - L\right) \quad (33)$$

$$L \geq \left(1 - \frac{1}{\sqrt{(F_t/F_n)^2 + 1}}\right) \frac{d_p}{2}$$

که در آن n و t نشان دهنده نیروهای مماس و عمود بر سطح کیک می‌باشند. به عبارت دیگر برای رسوب یک ذره، آن ذره باید در کنار سطحی با ارتفاع کافی باشد. بنابراین حداقل ارتفاع برای رسوب یک ذره از رابطه بالا بدست می‌آید:

$$L_{\min} = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{(F_t/F_n)^2 + 1}}\right) \frac{d_p}{2} \quad (34)$$

برای محاسبه نیروهای وارد بر ذره، در فاصله a از سطح کیک میدان سرعت از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$w = a \sqrt{\left(\frac{du_z}{dr}\right)^2 + \left(\frac{du_\theta}{dr}\right)^2} \quad (35)$$

که در آن $\frac{du_\theta}{dr}$ و $\frac{du_z}{dr}$ گرادیان‌های سرعت محوری و مماسی می‌باشند. نیروی درگ وارد بر یک ذره کروی در میدان جریان برشی صورت زیر است:

$$F_s = 1.7009 \left[3\pi\eta d_p w \Big|_{y=d_p/2} \right] \quad (36)$$

نیروی درگ هیدرودینامیکی که ناشی از سیال نفوذ کننده است به صورت زیر است:

$$F_p = 3\pi\eta d_p u_p C_n \quad (37)$$

که در آن u_p سرعت نفوذ سیال و C_n ضریب تصحیح قانون استوکس در جهت عمود بر سطح و بعلاوه وجود فیلتر کیک است:

$$C_n = 0.36 \left(\frac{K_c}{a^2}\right)^{2/5} \quad (38)$$



که در آن K_c نفوذپذیری کیک است و از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۴]:

$$K_c = a_{eff} \exp(-\alpha t) \left(\frac{2 - 3\theta_c + 3\theta_c^5 - 2\theta_c^6}{3\theta_c^3 (3 + 2\theta_c^5)} \right), \quad \theta_c = \varepsilon_c^{1/3} \quad (39)$$

a_{eff} شعاع موثر ذره است که در اثر فشردگی و اثرات شیمیایی ممکن است با شعاع ذره تفاوت داشته باشد. α ثابت تجزیه (زوال) کیک است که باعث کاهش نفوذپذیری کیک با گذشت زمان می‌شود. هردو این ثوابت به صورت تجربی محاسبه می‌شوند. هم‌چنین ε_c کسر حجمی ذرات در کیک است. برای یک ذره خنثی شناور در یک میدان جریان برشی ساده سرعت مهاجرت (انتقال) با رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$u_l = \frac{61}{576} \left(\frac{a \rho_l w^2}{\eta} \right) \quad (40)$$

که در آن ρ_l دانسیته سال می‌باشد. رابطه بالا برای رینولدزهای کمتر از ۱۵ کاملاً دقیق است. روابط با دقت بالاتر برای دامنه وسیع تری از اعداد رینولدز نیز وجود دارد، اما بدلیل پیچیدگی آنها و برای ساده سازی مدل، از همین رابطه استفاده می‌کنیم. نیروی لیفت جانبی وارد بر ذره به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F_l = 3\pi\eta d_p u_l \quad (41)$$

از طرف دیگر نیروی بویانسی وارد بر ذره کروی نیز عبارت است از:

$$F_g = \frac{\pi}{6} (\rho_s - \rho_l) g d_p^3 \quad (42)$$

که در آن ρ_s دانسیته ذره می‌باشد. در یک چاه عمودی نیروی خالص وارد بر ذره در جهت مماس و قائم به شکل زیر بدست می‌آید:

$$F_t = F_s - F_g \quad (43)$$

$$F_n = F_p - F_l$$

با فرض اینکه ارتفاع برآمدگی‌های کیک به صورت یک متغیر تصادفی پیوسته از یک تابع توزیع پیوسته باشد، احتمال آنکه یک ذره به سطح کیک رسوب کند، برابر با احتمال آن است که ارتفاع برآمدگی از حداقل ارتفاع برآمدگی بیشتر باشد. به عبارت دیگر:

$$\gamma = P(L \geq L_{min}) = 1 - P(L \leq L_{min}) \quad (44)$$

که در آن γ احتمال رسوب ذره است. اگر به عنوان یک تقریب تابع توزیع را یکنواخت در نظر بگیریم، در آن صورت:

$$P(L \leq L_{min}) = \frac{L_{min}}{L_{max}} \rightarrow \quad (45)$$

$$\gamma = 1 - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{(F_t/F_n)^2 + 1}} \right) \frac{d_p}{2L_{max}}$$

می‌توان L_{max} را برابر با $d_p/2$ انتخاب کرد. حال با فرض آنکه ذرات دارای اندازه یکسان باشند و کیک تشکیل شده نیز تراکم ناپذیر باشد، از قانون بقای جرم نرخ رشد کیک توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\varepsilon_s u_p r_w}{(\varepsilon_c - \varepsilon_s)(r_w - h)} \gamma \quad (46)$$



که در آن ε_s کسر حجمی ذرات جامد در سیال حفاری می‌باشد.

۲- رویه عددی برای محاسبه رشد کیک

رشد کیک توسط یک رویه عددی به زبان فرترن ۹۰ محاسبه شده است. در این رویه ابتدا در لحظه اول محاسبات جریان انجام می‌پذیرد و پروفیل سرعت در نزدیکی دیواره بدست می‌آید. سپس محاسبات محیط متخلخل انجام گرفته و در نتیجه سرعت نفوذ به سازند محاسبه می‌شود و در نهایت با پروفیل‌های سرعت بدست آمده ضخامت کیک در لحظه جدید محاسبه می‌شود. برای محاسبه ضخامت کیک از رابطه (۴۴) از روش رانج-کوتای مرتبه ۴ استفاده شده و گام زمانی محاسبات یک ثانیه می‌باشد. محاسبات جریان سیال به صورت شبه تعادلی^۱ می‌باشد؛ بدین معنی که پس از آنکه ضخامت کیک به میزان معینی رسید (بدلیل آن که شعاع خارجی آنالوس کاهش می‌یابد) می‌بایست مجدداً میدان جریان حل شود. این روند تا آنجا که ضخامت کیک به مقدار ثابتی رسید ادامه می‌یابد. الگوریتم کلی حل در شکل ۵ و ابعاد و پارامترهای هندسی در جدول ۲ آمده است.

۳- نتایج

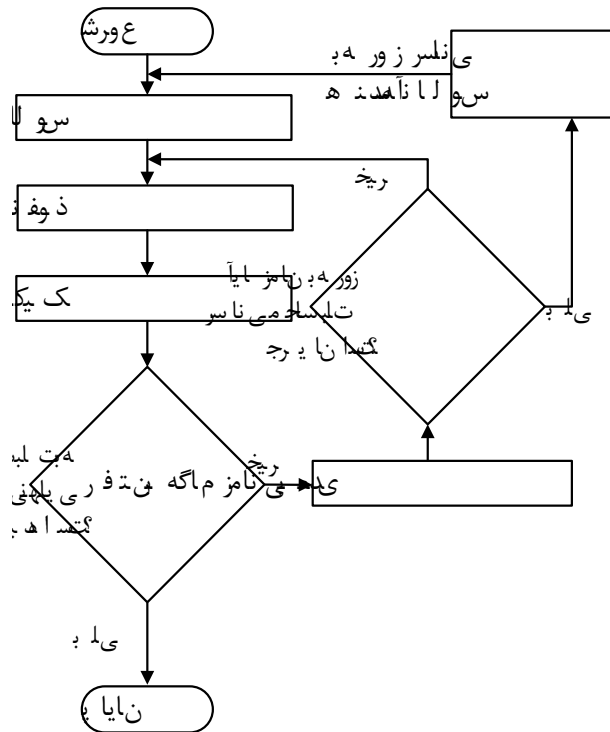
در این قسمت نتایج حاصل از شبیه سازی ارائه شده است. در شکل ۶ و ۷ تاثیر سرعت متوسط تزریق بر ضخامت کیک و سرعت نفوذ سیال به سازند نشان داده شده است. همانطور که مشخص است با افزایش سرعت متوسط تزریق، نیروی درگ مماسی (F_s) وارد بر ذره افزایش می‌یابد و در نتیجه ضخامت کیک کاهش و سرعت نفوذ افزایش می‌یابد. در شکل ۸ و ۹ تاثیر سرعت زاویه ای رشته حفاری بر ضخامت کیک و سرعت نفوذ نشان داده شده است؛ همانطور که مشخص است افزایش سرعت زاویه ای نیز تاثیری مشابه با افزایش سرعت متوسط تزریق دارد. در شکل ۱۰ و ۱۱ تاثیر اندازه شعاع ذرات بر ضخامت کیک رسم شده است، همانطور که مشخص است افزایش شعاع ذرات باعث کاهش ضخامت کیک و افزایش سرعت نفوذ می‌شود که دلیل آن این است که نیروی درگ وارد بر ذره ناشی از حرکت سیال در آنالوس افزایش می‌یابد که نتایجاً باعث کاهش ضخامت کیک می‌شود. در شکل ۱۲ و ۱۳ تاثیر n_{pl} ، شاخص قانون توانی سیال بر ضخامت کیک سرعت نفوذ سیال به سازند رسم شده است که با افزایش n_{pl} ضخامت کیک کاهش و سرعت نفوذ افزایش می‌یابد که دلیل آن وابستگی سرعت نفوذ سیال به شاخص توانی سیال (رابطه ۳۱) می‌باشد.

^۱ Quasi-Steady

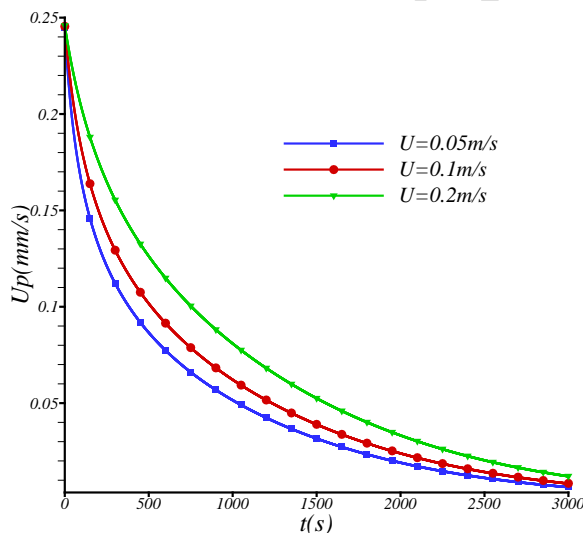


جدول ۲- پارامترهای مورد استفاده

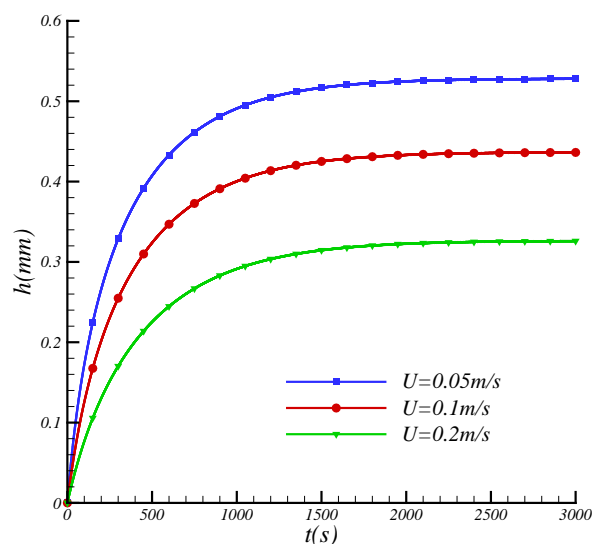
$R_{in} = 127mm$	شعاع داخلی آنالوس
$R_{out} = 254mm$	شعاع خارجی آنالوس
$R_f = 500mm$	شعاع محیط متخلخل (سازند)
$u_{avg} = 0.1m.s^{-1}$	سرعت متوسط تزریق
$\Omega = 50rpm$	سرعت زاویه‌ای رشته حفاری
$\Delta p = 1Mpa$	اختلاف فشار شعاعی
$a = 5\mu m$	شعاع میانگین ذرات
$a_{eff} = 0.5\mu m$	شعاع موثر ذره
$n_{pl} = 0.7$	شاخص قانون توانی سیال
$k_{pl} = 0.1238pa.s''$	شاخص سازگاری سیال
$K_f = 1 \times 10^{-12} m^2$	نفوذپذیری سازند
$\epsilon_s = 0.1$	کسر حجمی ذرات در سیال حفاری
$\epsilon_c = 0.6$	کسر حجمی ذرات در کیک
$\phi_f = 0.6$	تخلخل سازند
$\alpha = 1 \times 10^{-3} s$	ثابت تجزیه کیک
$\rho_s = 4.5 \times 10^3 kgm^{-3}$	چگالی ذره



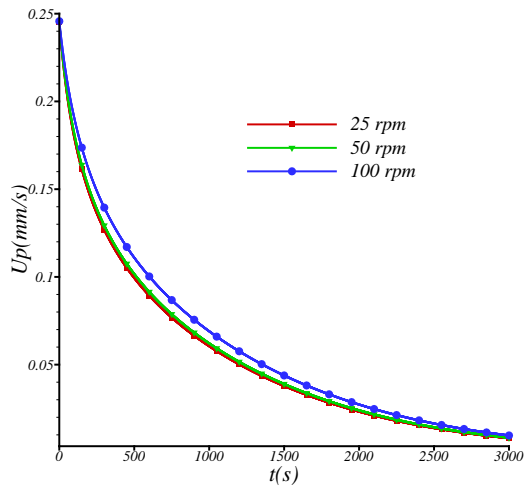
شکل ۵- الگوریتم کلی حل مساله



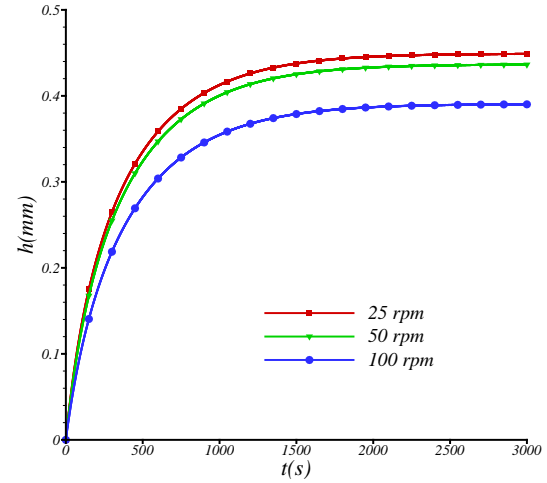
شکل ۷- تاثیر سرعت متوسط تزریق بر سرعت نفوذ



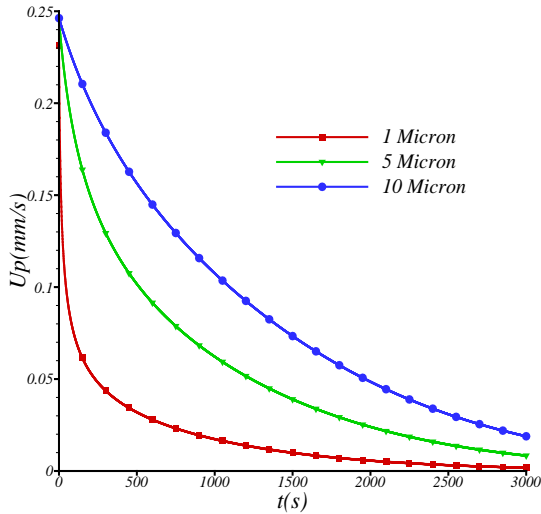
شکل ۶- تاثیر سرعت متوسط تزریق بر ضخامت کیک



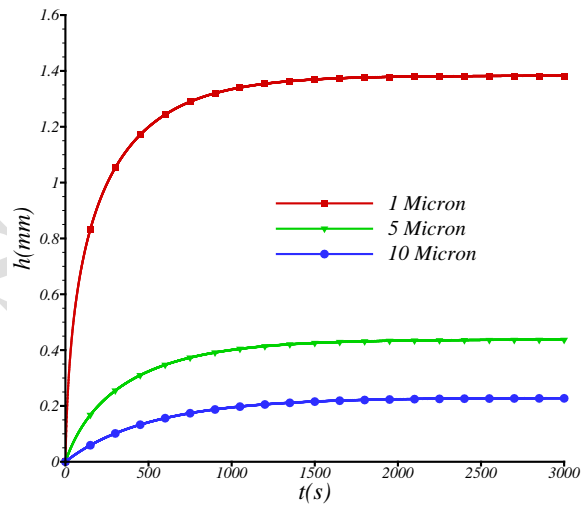
شکل ۹- تاثیر سرعت زاویه ای رشته حفاری بر سرعت نفوذ



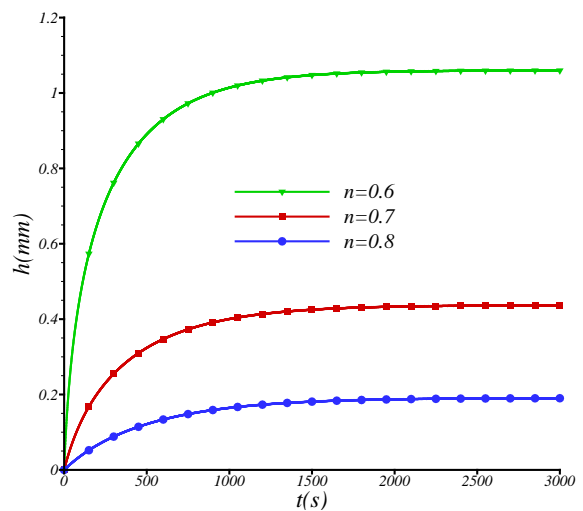
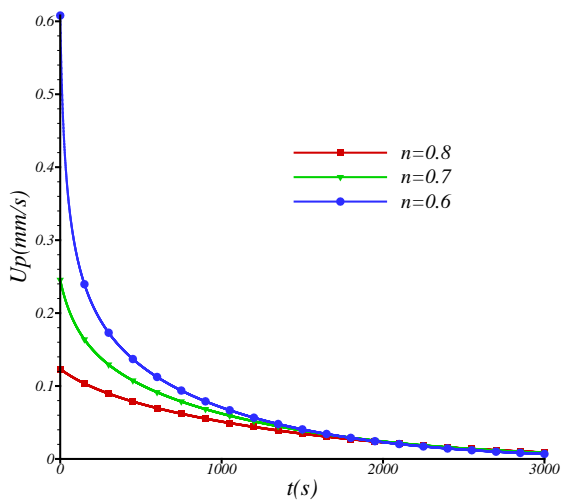
شکل ۸- تاثیر سرعت زاویه ای رشته حفاری بر ضخامت کیک



شکل ۱۱- تاثیر اندازه شعاع ذرات بر سرعت نفوذ



شکل ۱۰- تاثیر اندازه شعاع ذرات بر ضخامت کیک





شکل ۱۳- تاثیر شاخص قانون توانی سیال بر سرعت نفوذ سیال

شکل ۱۲- تاثیر شاخص قانون توانی سیال بر ضخامت کیک

۴- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله از یک رویه عددی برای شبیه سازی تشکیل فیلتر کیک در فضای حلقوی چاه حفاری استفاده شده است. محاسبات نشان می‌دهند که ضخامت فیلترکیک و سرعت نفوذ در ابتدای محاسبات به سرعت تغییر می‌کند و تقریباً در ۱۰۰۰ ثانیه اول به بیش از ۸۰٪ مقدار نهایی خود می‌رسد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان می‌دهند که با افزایش دبی تزریق، سرعت چرخش رشته حفاری، شعاع ذرات و شاخص توانی سیال، ضخامت فیلترکیک کاهش می‌یابد. علیرغم آن که تغییر پارامترهای ذکر شده بر ضخامت نهایی کیک تاثیر دارند، اما بر سرعت نهایی نفوذ به درون محیط متخلخل تاثیر زیادی ندارند.

مراجع

- [۱] Williams, M.,(1940), "Radial Filtration of Drilling Muds." Trans. AIME 136,57.
- [۲] Prokop, C.L.,(1952), "Radial Filtration of Drilling Mud. "
- [۳] Ferguson CK, Klotz JA (1954). "Filtration from mud during drilling." Trans AIME, 201: 29-42.
- [۴] Fisher KA, Wakeman RJ, Chiu TW, Meuric OFJ (2000). "Numerical modeling of cake formation and fluid loss from non-Newtonian mud's during drilling using eccentric/concentric drill strings with/without rotation." Trans I. Chem. Eng., 78(Part A): 707-714.
- [۵] عدلی، عطیه، روح الله فرج زاده، و فریبرز رشیدی، ۱۳۸۶، مدلسازی تشکیل کیک خارجی بر دیواره یک چاه نفت، دومین کنگره مهندسی نفت ایران، تهران، انجمن مهندسی نفت ایران.
- [۶] Liu Xisheng, Zhai Yinghu, "An Analysis of Properties of laminar Flow Field of Power-law Fluid in an Annular Space", Society of Petroleum Engineering, 1986
- [۷] Stamatakis, K. and Tien, C. (1993), A simple model of cross-flow filtration based on particle adhesion. AIChE J., 39: 1292-1302.