Archive of SID

مجموعه مقالات اولین کنفرانس بین المللی تهویه مطبوع و تاسیسات حرارتی و برودتی
۳۱ اردیبهشت ۱۳۹۴، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما
مجری: انجمن علمی مهندسی حرارتی و برودتی ایران
HVACconf-IRSHRAE-1-033

آنالیز بهینه عددی انتقال حرارت هدایتی یک بعدی در فین سهموی

۱. اردلان مفتخری ۲. اردشیر مفتخری ۳. علی ایمانیان

۱. دانشجوی کارشناسی دانشگاه فنی شهید مهاجر اصفهان، email : ardalanmoftakhari@yahoo. com
۲. دانشجوی کارشناسی ارشد تبدیل انرژی دانشگاه خواجه نصیر طوسی
۳. دانشجوی کارشناسی ارشد تبدیل انرژی دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد

چکیده :

در این مقاله به مطالعه انتقال حرارت یک بعدی هدایتی در یک فین سهموی و بررسی تغییرات دما به واسطه تغییرات طول و عرض آن خواهیم پرداخت .
با توجه به اهمیت و کاربرد فین های سهموی در صنعت ، رفتار انتقال حرارت و اختلاف دما به صورت ویژه در آن مورد بررسی قرار می گیرد . مقدار ضریب انتقال حرارت ثابت فرض شده و میزان انتقال حرارت با توجه به تغییرات دما و همچنین نوع انتقال حرارت از نوع آرام و معادله آن به صورت غیر خطی می باشد . به صورت کامل این فین های سهموی با طول های مشخصه متفاوت بررسیشده و میزان تغییرات دما در پایه فین به صورت نمودارهای دما نشان داده شده است.برای حل این مساله از روش دینامیک سیالات محاسباتی حجم محدود استفاده شده است .

کلمات کلیدی : فین سهموی ، تغییرات دمای فین برحسب تغییرات طول آن ، انتقال حرارت هدایت یک بعدی .

مقدمه

انتقال حرارت یک پدیده بسیار مهم است که سال های سال جزء یکی از مهم ترین مباحث مورد تحقیق در سراسر جهان در زمینه مهندسی مکانیک بوده است . انتقال حرارت کاربرد های بسیار متنوع و پیچیده ای دارد بخصوص در جاهایی که حرارت و سرد کردن مورد نیاز می باشد .
انتقال حرارت نقشی کلیدی در طراحی بسیاری از دستگاه ها از قبیل فضاپیما ها ، رادیاتور ها ، سیستم های تهویه مطبوع و صنعت تبرید ایفا می کند . بسیار مهم است که یک مهندس مفاهیم بنیادی ترمودینامیک از قبیل قانون اول و دوم و انتقال حرارت را درک کرده باشد و بتواند که مقادیر انرژی را در سه نوع انتقا حرارت (هدایت ، جا به جایی ، تشعشع) محاسبه نماید .
در سال ۲۰۱۰ اخیر آر.جی.مویشکی [۱] مقاله تحت عنوان "جریان پایای یک بعدی" منتشر نمودند که در آن به بررسی فلاکس حرارتی دو فین سهموی و مثلثی و همچنین آنالیز مقدار راندمان پره ها به روش حل عددی انجام دادند . در سال ۲۰۱۱ [۲] آقای مرادی به حل تحلیلی کمیت انتقال حرارت در حالت دما وابسته پرداختند . در سال ۲۰۱۱ ازیز.آ.خانی [۳] مقاله ای منتشر نمودند که در آن به بررسی تحلیلی فین های دوار مستطیلی ، و فین های سهموی پرداختند. در سال ۱۹۹۰ آر.اچ.یه.اس.پی. لیاو [۴] در سال ۱۹۹۰ با مقاله ای تحلیلات عددی دقیقی را جهت محاسبه کمیت انتقال حرارت فین انجام دادند.اما مساله مورد نظر ما در مورد فین های سهموی است که در حالت پایا در مقابل هدایت یک بعدی غیر خطی قرار می گیرند و مقدار تغییرات دمایی پایه بر اساس تغییرات طول فین محاسبه و ترسیم شده است .
لازم به ذکر است بیشترین کاربرد آن در سطوح گسترش یافته ای می باشد که برای تقویت انتقال حرارت بین یک جسم و سیال مجاور آن به کار می رود .این نوع از سطوح گسترش یافته را پره یا فین می نامند .پره ها به عنوان عامل خنک کاری در صنعت استفاده می شود . فین ها انتخابی مناسب در جهت انتقال حرارت به روش هدایت و جابه جایی می باشند . مساله به صورت یک بعدی و همچنین حالت پایا فرض شده است ، رژیم جریان از نوع آرام انتخاب شده است ، همچنین جنس پره از نوع

www.Hvacconf.ir

www.SID.ir

Archive of SID

مجموعه مقالات اولین کنفرانس بین المللی تهویه مطبوع و تاسیسات حرارتی و برودتی
۳۱ اردیبهشت ۱۳۹۴، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما
مجری: انجمن علمی مهندسی حرارتی و برودتی ایران
HVACconf-IRSHRAE-1-033

آلومینیوم انتخاب شده است . ضخامت دیواره فین نیز ۰,۱ متر انتخاب شده است . در این مساله دانسیته سیال برابر با ۲۷۱۹ کیلوگرم بر مترمکعب انتخاب شده است .
در شکل [۱] فین طویل به صورت شماتیک نمایش داده شده است و در شکل [۲] شکل فین مورد بررسی نمایش داده شده است .

۲ کاربرد پره ها

تحلیل مسائل شامل فین ها ، از دیرباز به عنوان یک مسئله کاربردی مورد توجه محققین بوده است . این موضوع به این دلیل روی داده است که پره ها در مسائل صنعتی و کاربردی نقش مهمی را ایفا می کنند .
واژه سطوح گسترش یافته انتقال حرارت برای نمایش حالت خاص مهمی بکار برده می شود که در آن انتقال گرمای رسانشی در داخل یک جسم و انتقال حرارت جابه جایی و تشعشعی از مرزهای آن روی دهد . در یک سطح گسترش یافته امتداد انتقال گرما از مرزها بر امتداد اصلی انتقال گرما در جسم عمود می باشد .به عنوان مثال شمعکی را در نظر بگیرید که دو دیوار با دماهای مختلف را نگه می دارد و در عرض آن جریان سیال بر قرار می باشد اگر دمای طرف یک بیشتر از دو باشد شیب دما در جهت x برقرار شدن انتقال حرارت رسانشی در شمعک می گردد .حال اگر $T_{ambient}<T_2<T_1$ باشد انتقال حرارت جابجایی همسو با رسانش به طرف سیال برقرار می شود و از این رو q و شیب دما نیز با افزایش x کاهش می یابد . گرچه ترکیب رسانش و جابجایی در موارد زیادی روی می دهد اما بیشترین کاربرد آن در سطوح گسترش یافته ای می باشد که برای تقویت انتقال حرارت بین یک جسم و سیال مجاور آن به کار می رود .این نوع از سطوح گسترش یافته را پره یا فین می نامند .
یک دیوار مسطح را در نظر بگیرید .اگر دمای دیواره ثابت باشد .

دو راه مشخص جهت افزایش نرخ انتقال حرارت وجود خواهد داشت :
۱. افزایش سرعت سیال عبوری از سطح
۲ . کاهش میزان دمای سیال عبوری از سطح

راه اول موجب افزایش میزان ضریب جابجایی می گردد و در بسیاری از موارد اگر ضریب انتقال حرارت جابجایی تا ماکزیمم میزان خود نیز افزایش یابد آهنگ انتقال گرمای دلخواه نیز بدست نمی آید .در مواردی نیز افزایش بی رویه هزینه های مربوط منجر به استفاده از ادواتی مثل پمپ و دمنده ها می گردد . راه دوم نیز اغلب غیر عملی می باشد .با استفاده از هندسه حل استفاده از روش سومی نیز ممکن است و آن نیز افزایش مساحت سطحی است که در آن انتقال حرارت روی می دهد .
این کار معمولا با استفاده از سطوح گسترش یافته انجام می گردد .ضریب انتقال حرارت هدایتی تاثیر بسیار زیادی در افزایش آهنگ انتقال گرما خواهد داشت . در حالت ایده ال پره باید دارای ضریب رسانندگی بزرگی باشد تا تغییرات دما از پایه پره تا نوک آن به حداقل برسد.در حالت حدی رسانندگی گرمایی بی نهایت تمام پره در دمای سطح پایه قرار می گیرد و لذا نرخ انتقال گرما به حداکثر خود می رسد.
سطوح گسترش یافته نیز دارای انواع گوناگونی می باشند . پره مستقیم سطح گسترش یافته ای می باشد که به دیوار مسطحی متصل می باشد و مقطع عرضی آن نیز می تواند بر حسب فاصله از دیوار تغییر نماید . پره حلقوی پره ای است روی محیط استوانه ای و مقطع عرضی آن بر حسب شعاع از دیواره استوانه تغییر می کند .
انواع پره های فوق الذکر دارای مقاطع عرضی مستطیلی اند و مساحت مقطع عرضی آنها نیز از حاصلضرب ضخامت پره در عرض آن بدست می آید . همچنین برای پره های حلقوی نیز از حاصلضرب ضخامت پره در محیط آن بدست می آید . از طرف دیگر پره های سوزنی به سطوح گسترش یافته اطلاق می گردد که دارای مقطع عرضی دایروی می باشند . پره های سوزنی نیز می توانند دارای سطح مقطع عرضی یکنواخت و یا غیر یکنواخت باشد .
عوامل موثر در انتخاب پره ها ابعاد و وزن و فرایند ساخت و هزینه های تولید و میزان کاهش جابجایی در سطح و افزایش افت فشار در پله ها می باشد .
از مسائل طرح های مختلف در میان پره ها ، شکل سهموی به عنوان یک ساختار جالب بواسطه اثرات آن در فرآیند انتقال حرارت مورد توجه هر چه بیشتر بوده است . در این بخش به بررسی خواص و معادلات حاکم بر پره طویل سهموی می پردازیم .

توجه به این نکته ضروری به نظر می رسد که استفاده از مفهوم "طویل" در این گونه از پره ها ، بیشتر به این واسطه صورت می پذیرد که مقادیر ایده ال انتقال حرارت شبیه سازی گردد . این در صورتی است که کاملا واضح است استفاده از فرض طویل بودن

www.Hvacconf.ir

www.SID.ir

Archive of SID

مجموعه مقالات اولین کنفرانس بین المللی تهویه مطبوع و تاسیسات حرارتی و برودتی
۳۱ اردیبهشت ۱۳۹۴، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما
مجری: انجمن علمی مهندسی حرارتی و برودتی ایران
HVACconf-IRSHRAE-1-033

یک فرض کاملا ایده ال بوده و قابل کاربرد در شرایط صنعتی و کاربردی نیست .

۳ معادلات ریاضی حاکم بر مسئله فین سهموی

۳-۱ معادلات اولیه

در ابتدا معادلات اولیه که در فرایند تحلیل یک فین سهموی را برای شناخت هر چه بیشتر رفتار حرارتی آن مرور می نماییم . همانگونه که در رابطه (۱) به وضوح قابل مشاهده است جهت تحلیل فرایند انتقال حرارت در فین ها نیاز است تا با استفاده از مفهوم بی بعد سازی ، پارامتر های موثر در انتقال حرارت یک پره سهموی را بی بعد کنیم . مزیت اصلی بی بعد سازی در این است که می توان نتایج را به ازای مقادیر مختلف پارامتر ها به کل دامنه حل بسط داد .

$$\mathbf{x} = \frac{X}{L} \, , \boldsymbol{\theta} = \frac{T-Ta}{Tb-Ta} \, , \boldsymbol{h} = \boldsymbol{hb}(\frac{T-Ta}{Tb-Ta})^2 \qquad (۱)$$

همانگونه که در رابطه (1) قابل مشاهده است x میزان فاصله دلخواه یکه از ابتدای ریشه پره است و مقدار h نیز به عنوان میزان ضریب انتقال حرارت جابجایی یکه شده در فضای حل در نظر گرفته شده است . این فرایند بی بعد سازی نیز می تواند برای ضریب انتقال حرارت هدایتی نیز تحت رابطه (2) صورت پذیرد .

$$\mathbf{k} = \boldsymbol{Ka}(\frac{T-Ta}{Tb-Ta})^{\beta} \qquad (۲)$$

همچنین برای جلوگیری از تکرار متعدد پارامتر ها در تحلیل مسئله فین سهموی ، پارامتری بی بعد به نام M تعریف می شود که تحت رابطه (3) قابل بیان می باشد.

$$\mathbf{M}^2 = \frac{2Ph_bL^2}{A_p\delta_bK_a} \qquad (۳)$$

همان گونه که در رابطه (۳) قابل مشاهده است p به عنوان محیط ، L طول پره به متر ، K ضریب انتقال حرارت هدایتی و A به عنوان مساحت مقطع پره شناخته می شود .

۳-۲ معادلات پروفیل فین سهموی

معادلات کلی انتقال حرارت برای پره های سهموی ، حالت خاصی از این معادلات با حضور ترم انتقال حرارت هدایت می باشد . در ابتدا نیاز است تا ترم های بی بعد شده وارد معادله انتقال حرارت گردد .

$$\mathbf{F(X)} = \frac{\delta_b}{2}(\frac{X}{L})^2 \qquad (۴)$$

فرم بی بعد شده معادله انتقال حرارت در پره سهموی در حالت فشرده به صورت رابطه (5) قابل بیان است .

$$\frac{d}{dx}(x^2\theta^n) = M^2\theta^{\,n+1} \qquad (۵)$$

در صورت اینکه ترم حاوی مشتق بسط داده شود معادله (6) بدست می آید .

$$\mathbf{x}^2(\frac{d^2\omega}{d^2x}) + 2x\frac{d\omega}{dx}(n+1)M^2\,\omega = 0 \qquad (۶)$$

و شرایط مرزی انتقال داده شده به کمک داده های رابطه (۷) مشخص می شود .

$$\frac{d\omega}{dx}|_{x=0} = 0 \, , \omega(1) = 1 \qquad (۷)$$

اکنون توجه به این نکته ضروری به نظر می رسد با توجه به ضریب n که از طریق آزمایشات بدست می آید رابطه (6) به دو صورت ، با توجه محدوده n قابل بیان است .

$$\mathbf{x}^2\left(\frac{d^2\omega}{d^2x}\right) + 2x\frac{d\omega}{dx} - (n+1)M^2\,\omega = 0 \qquad (۸)$$

$$\mathbf{-1 < n <\infty}$$

و

$$\mathbf{x}^2\left(\frac{d^2\omega}{dr^x}\right) + 2x\frac{d\omega}{dx} + (n+1)M^2\,\omega = 0 \qquad (۹)$$

$$\mathbf{n < -1}$$

تمرکز اصلی ما بر روی معادله (۸) می باشد . معادله (۹) برای بررسی و حل مسائل مربوط به فین های ایده آل و غیر واقعی می باشد . معادله (۸) در واقع به حالت اویلر معروف می باشد ، راه حل دقیق با توجه به شرایط مرزی فوق خواهیم داشت :

$$\boldsymbol{\theta} = x^{\mu} \, , -1 < n < \infty \qquad (۱۰)$$

www.Hvacconf.ir

www.SID.ir

Archive of SID

مجموعه مقالات اولین کنفرانس بین المللی تهویه مطبوع و تاسیسات حرارتی و برودتی
۳۱ اردیبهشت ۱۳۹۴، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما
مجری: انجمن علمی مهندسی حرارتی و برودتی ایران
HVACconf-IRSHRAE-1-033

در این حالت معادله (۵) به راحتی یک نوع ODE صحیح قلمداد می شود و به صورت رابطه (۱۱) قابل بیان است .

$$\frac{d}{dx}\left(x^2\theta^{-1}\frac{d\theta}{dx}\right) = M^2 \qquad (11)$$

۳-۳ معادلات مربوط به محاسبه راندمان فین و فلاکس حرارتی

کارایی کلی فین ها می توانند به کمک راندمان کلی آنها بیان گردد . راندمان فین به نسبت انتقال حرارت واقعی از فین به انتقال حرارت فین در حالت ایده آل می گویند به شرطی که دمای کل فین برابر با دمای پایه فین باشد :

$$\eta = \frac{2(n+1)}{1+2n+(1+4(n+1)M^2)^{-1}},\ -1 < n < \infty \qquad (12)$$

انتقال حرارت از پایه فین برابر است با :

$$Q = \frac{-1+(1+4(n+1)M^2)^{-1}}{2n+1},\ -1 < n < \infty \qquad (۳)$$

آن چیزی که از معادلات (12) و (13) قابل مشاهده است این است که مقادیر کارایی و انتقال حرارت از پایه پره تابعی از پارامتر n و عدد بی بعد M می باشد . این شکل از معادلات کاملا بی بعد شده قابل بسط و استفاده در کل دامنه حل می باشد .
در رابطه فوق h , k دو کمیت انتقال حرارت هستند که وابسته به دما می باشند .همچنین طول پره از قسمت نوک پره محاسبه می شود .

۴ بررسی روش تحلیلی در پره ها

گاهی باید میزان گرمای هدایت شده در جسم را با فرایند جابجایی به بیرون تخلیه کرد مثلا گرمایی که به طریق هدایت از دیواری کوره تلف می شود باید به طریق جابجایی به محیط اطراف پخش گردد .
در مبدل های حرارتی نیز می توان برای عبور گرما به بیرون از لوله های پره دار استفاده کرد . انتقال گرما از لوله پره دار به سیال از طریق جابجایی صورت می پذیرد و گرما در جسم هدایت شده در نهایت به طریق جابجایی به محیط اطراف پراکنده می شود .
واضح است که تحلیل سیستم های مرکب از هدایت و جابجایی از نظر عملی خیلی مهم می باشد .حال می خواهیم بدانیم که آرایش خاصی از سطوح گسترش یافته یا پره ها چقدر می توانند انتقال حرارت بین یک سطح و سیال اطرافش را افزایش دهند .
برای تحلیل آهنگ انتقال گرما در هر پره ابتدا باید توزیع دما در طول یک پره را بتوان محاسبه نمود. سطح گسترش یافته در شکل زیر را در نظر بگیرید .
شرایط را در امتداد طولی x یک بعدی در نظر می گیریم گرچه رسانش در پره کاملا به صورت دو بعدی می باشد . آهنگ انتقال حرارت جابجایی بین هر نقطه از سطح پره پره و سیال با آهنگ انتقال حرارت رسانشی که در راستای عرضی Y-Z نیز به آن نقطه می رسد موازنه می شود . ولی پره عملا پره نازک است و تغییرات دما در راستای طولی بسیار بیشتر از راستای عرضی می باشد .
شکل اصلی فین های سهموی در شکل [۱] نشان داده شده است و شکل مورد بررسی و محاسبه شده فین های سهموی در شکل [۲] آمده است که در این مقاله نمودار تغییرات دما نسبت به طول فین سهموی نیز در ادامه بر اساس همین شکل نمایش داده شده است . مساله در پنج حالت مختلف حل شده است . فین سهموی در هر پنج حالت دارای دمای پایه ۴۰۰ درجه کلوین و ۳۰۰ درجه دمای محیط می باشد .

۵ مدل سازی عددی پره سهموی

در این قسمت می خواهیم پروسه حل عددی را برای مسئله پره حاوی دیفیوژن به روش حجم محدود نشان دهیم . مراحل حل مسئله در یک پروژه دینامیک سیالات محاسباتی به طور کلی به شرح ذیل می باشد :

۱ . تحلیل مسئله از لحاظ فیزیکی
۲. تعیین معادلات بقا حاکم بر حجم کنترل
۳. تولید شبکه محاسباتی
۴ . انجام فرایند گسسته سازی
۵. یافتن پاسخ حاکم بر مسئله

مسئله نفوذ یک بعدی از جمله مسائل مورد توجه در بحث روش حجم محدود می باشد. همانطور که در شکل [۳] مشاهده می کنید ،قدم اول در روش حجم محدود ناحیه حل را به یک سری حجم های کنترل کوچکتر تقسیم بندی کنیم. بین هر دو نقطه دلخواه را با یک سری نقاط گرهی تقسیم بندی نماییم . توجه اینکه مرزهای حجم کنترل همواره بین مرز بین دو سلول محاسباتی واقع شده است .

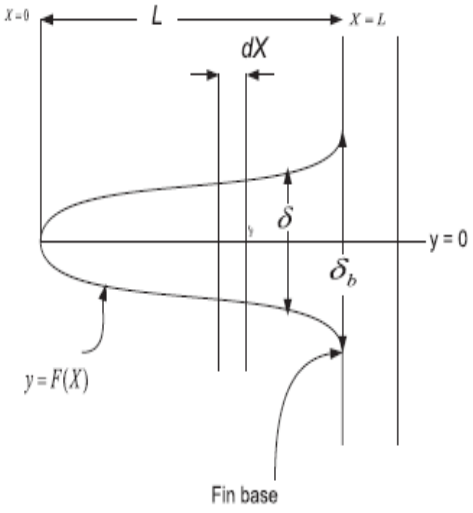
www.Hvacconf.ir

www.SID.ir

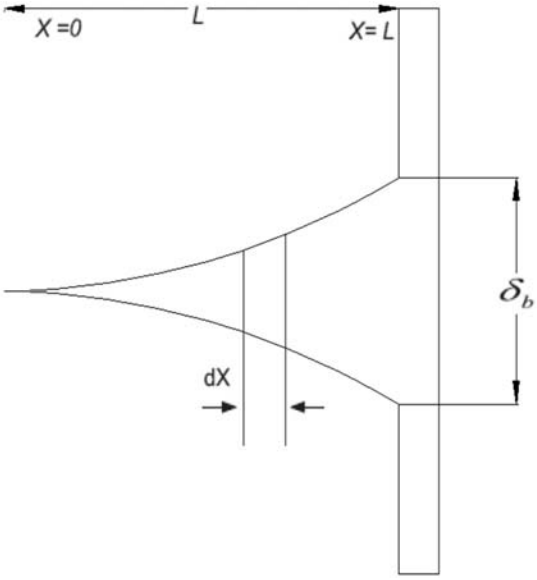
Archive of SID

مجموعه مقالات اولین کنفرانس بین المللی تهویه مطبوع و تاسیسات حرارتی و برودتی
۳۱ اردیبهشت ۱۳۹۴، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما
مجری: انجمن علمی مهندسی حرارتی و برودتی ایران
HVACconf-IRSHRAE-1-033

هر گره محاسباتی توسط یک سلول و یا یک حجم کنترل
احاطه شده است . در این مرحله باید بتوان از یک سیستم
اندیس گذاری برای حجم کنترل استفاده نمود. در مسئله اول ما باید شبکه یکنواخت و غیر یکنواخت را بررسی نماییم، لذا باید رابطه ای برای شبکه غیر یکنواخت بدست بیآوریم . ابتدا رابطه ای برای شبکه یکنواخت ارائه می دهیم و آن را به شبکه غیر یکنواخت تعمیم می دهیم. معمولاً، نقاط گرها یطوری قرار میگیرند که مرزهای فیزیکی با حجم کنترلها تطبیق داشته باشند. برای گره های نشان داده شده در شکل زیر ، لازم نیست فاصله گره ها باهم برابر باشد .در واقع، اغلب مناسب از شبکه غیریکنواخت استفاده شود، زیرا ما را قادر می سازد از توان محاسباتی بصورت موثرتری استفاده کنیم . بطور کلی، فقط وقتی یک غیریکنواخت استفاده شود،زیرا ما را قادرمیسازد از توان محاسباتی بصورت موثرتری استفاده کنیم .بطورکلی ،فقط وقتی یک جواب صحیح بدست می آید که شبکه به اندازه کافی ریز باشد.



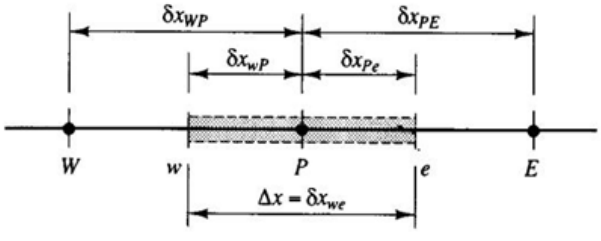
شکل ۱ : نمایش کلی مسئله فین سهموی



شکل ۳ : نمایش مسئله فین مورد نظر

اما در مناطقی‌که متغیر وابسته نسبت به x نسبتاً آهسته تغییر می کند نیازی به استفاده از شبکه ریز نیست. از طرف دیگر جائی که تغییر متغیر وابسته شدید است ، یک شبکه ریز لازم است.شکل کلی مورد استفاده در مسائل دینامیک سیالات محاسباتی در شرایط یک بعدی به صورت شکل [۳] می باشد. .

مرحله اساسی روش حجم محدود انجام عملیات گسسته سازی می باشد . در طی فرایند گسسته سازی باید به طور مشخص از معادلات بقا حاکم انتگرال گیری بروی حجم کنترل انجام داد تا در نهایت به معادله گسسته شده در گره های محاسباتی برای حجم کنترل رسید .

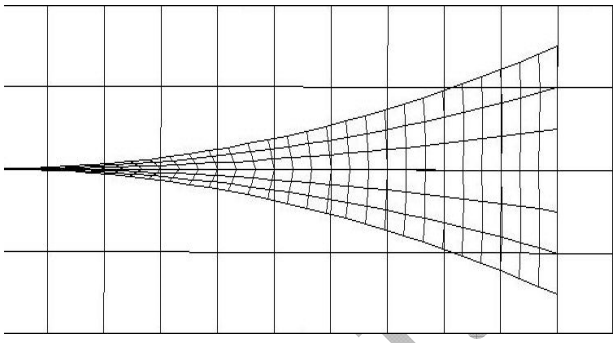


شکل ۲ : تولید شبکه محاسباتی یک بعدی

www.SID.ir

Archive of SID

مجموعه مقالات اولین کنفرانس بین المللی تهویه مطبوع و تاسیسات حرارتی و برودتی
۳۱ اردیبهشت ۱۳۹۴، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما
مجری: انجمن علمی مهندسی حرارتی و برودتی ایران
HVACconf-IRSHRAE-1-033



شکل ۴ : تولید مش دوبعدی به کمک نرم افزار گمبیت

جهت حل مسئله باید معادله گسسته شده برای تک تک نقاط گرهی در داخل حجم کنترل و همچنین در مرزهای حجم کنترل برقرار گردد . البته باید توجه گردد که برای حجم کنترل هایی که در نقاط مرزی واقع شده اند باید معادلات به نحوه مشخص دیگری گسسته شوند.

در طی فرایند گسسته سازی توجه به نکات زیر ضروری به نظر می رسد :

- به طور مشخص می توان دریافت که تنها ترم منبع موجود در معادله ترم انتقال گرمای جابجایی است و ترم نفوذ در این مسئله انتقال گرمای هدایت می باشد .
- ترم منبع موجود در معادله از نوع ترم چاه است که به عبارت دیگر انرژی از سیستم حجم کنترل مورد بررسی خارج می شود پس در معادله بقا این ترم با علامت منفی ظاهر می شود .
- هیچ گونه ترم تولید انرژی داخلی در پروسه حل در نظر گرفته نمی شود .

معمولا از روش های عددی در کنار پاسخ های تحلیلی که از مسائل مختلف بدست می آید استفاده می شود و مزیت به خصوص آنها در این مورد است که نیاز به انجام فعالیت های تجربی و آزمایشگاهی در برخورد با مسائل نیست . روش حل عددی باید خواص ویژه ای داشته باشد که در اغلب حالت، ممکن نیست که کل روش حل را آنالیز کرد. میتوان‌اجزای روش را تحلیل کرد و اگر اجزا خواص مطلوب را نداشته باشند، دیگر کل روش آن قابلیت را ندارد اما خلاف این مطلب صادق نیست. مهم ترین این خواص در ادامه مورد اشاره قرار میگیرند.

چون معادلاتی که حل می شوند همان معادلات بقا هستند،

روش عددی بکار رفته نیز باید از دو نظر موضوعی و عمومی

این قوانین را ارضا کند . این بدان معناست که در شرایط

دائمی و بدون حضور چشمه ها، مقدار کمیت بقایی ورودی و

خروجی در یک حجم کنترل بسته باید مساوی باشند . اگر

فرم بقایی معادلات و روش حجم محدود بکار برده شوند،

این مطلب برای هریک از حجم های کنترل تضمین می شود و برای کل ناحیه نیز ارضا میشود .

اگردر حل معادلات گسسته با ریز شدن شبکه به سمت صفر، به حل دقیق معادلات دیفرانسیل میل کند روش عددی همگرا نامیده میشود. برای مسائل غیرخط یک هبه شدت تحت تأثیرشرایط مرزی هستند ،تعیین پایدار یو همگرایی یکروش بسیارسخت است. ازاینرو معمولا همگرایی با آزمایشات عددی چک می شود که این عمل با تکرارمحاسبات دریک سری متوالی ریزکردن شبکه انجام میشود. اگرروش پایدارباشد و اگر تمام تقریبهای استفاده شده درفرایندگسسته سازی سازگار باشند، معمولا میتوانید حلی را بیابیدکه به یک حل مستقل ازشبکه میل میکند. برای‌شبکه به اندازه کافی ریز ، نرخ همگرایی با مرتبه خطای قطع کنترل میشود .

یک روش حل عددی پایدار است اگر در فرایند حل عددی خطاهایی که ظاهر میشوند رشد نکنند. پایداری تضمین میکندکه روش حل ، یک جواب محدود برای مسائلی که حل دقیق معادلات حدود است به دست بدهد. برای روشهای تکراری که روش پایدارآن است که واگرا نشود. پایداری بیان سختی دارد به خصوص وقتی شرایط مرزیو غیرخطی بودن وجود دارد. به همین دلیل معمولا پایداری یک روش برای مسائل خطی با ضرائب ثابت بدون شرایط مرزی بررسی میشود .تجربه نشان داده است که نتایج روش اغلب برای مسائل پیچیده

www.Hvacconf.ir

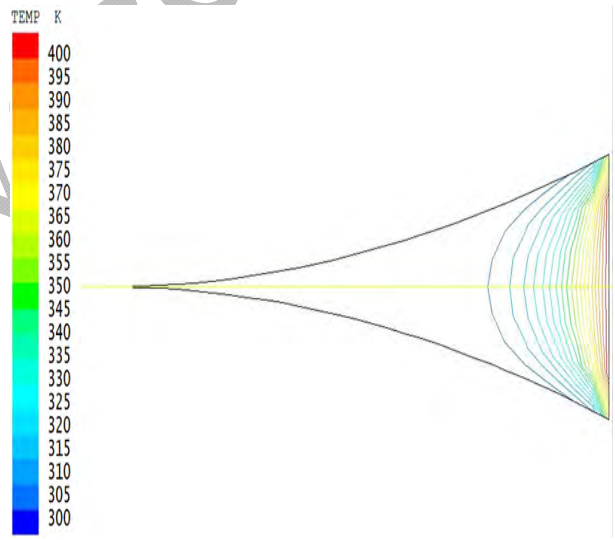
www.SID.ir

Archive of SID

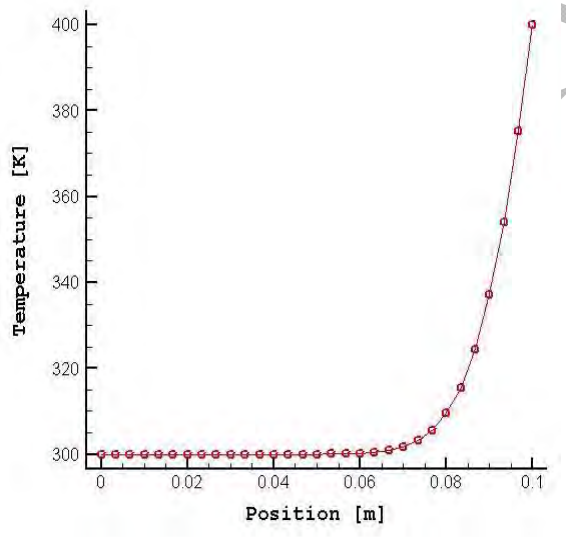
قابل استفاده است اما استثنائاتی هم با میل کردن فاصله نقاط شبکه به صفر، حل عددی باید به حل دقیق نزدیک شود. اختلاف بین معادله گسسته و معادله دقیق را خطای قطع نامیده میشود .معمولاً این خطا با قرار دادن مقادیر گرهها در تقریب گسسته با استفاده از بسط سری تیلور حول یک نقطه بدست می آید .در نتیجه این عمل معادلهٔ دیفرانسیل ایلی به همواره یک باقیمانده بوجود می آید که نشان دهنده خطای تقریب است.

۶ ارائه نتیجه حل

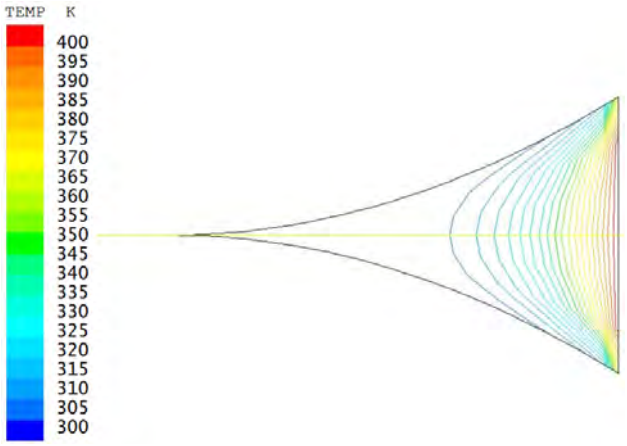
همانگونه که در شکل(۷) مشاهده می شود هنگامی که طول پره ۰,۱ متر می باشد نمودار تغییرات دما در طول پره سهموی به صورت ملایم تر تغییرات دارد . این بدین معناست که انتقال حرارت به آرامی در کل دامنه حل



شکل ۵ : کانتور دما(طول پره 10 cmو عرض پره 1.5 cm)



شکل ۶ : نمایش پروفیل تغییرات دمادرفین به طول10 cm

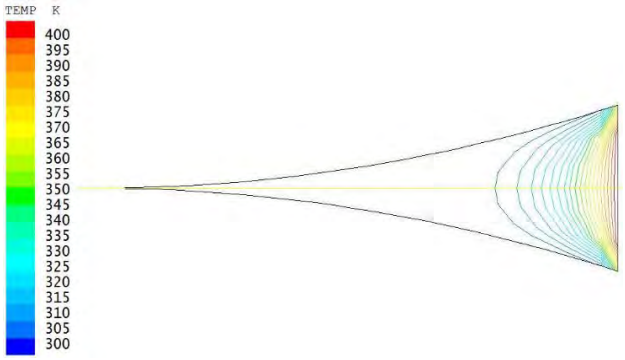


شکل ۷ : کانتور دما(طول پره 5 cm و عرض پره 1.5 cm)

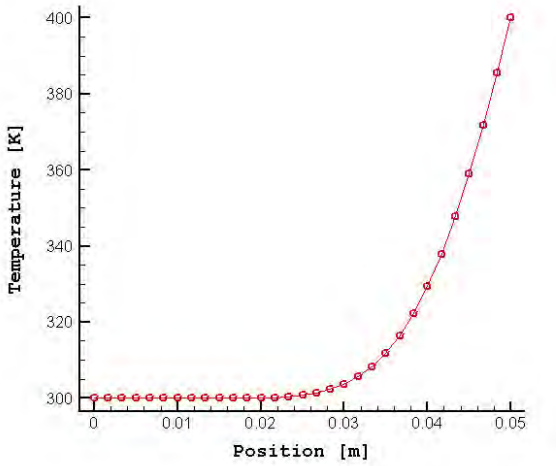
www.SID.ir

Archive of SID

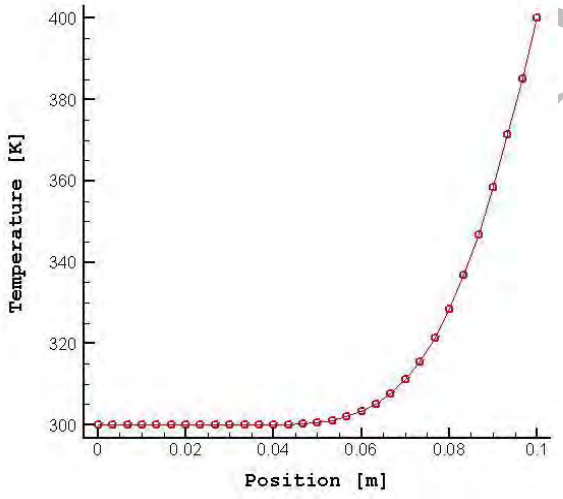
مجموعه مقالات اولین کنفرانس بین المللی تهویه مطبوع و تاسیسات حرارتی و برودتی
۳۱ اردیبهشت ۱۳۹۴، ایران، تهران، مرکز همایش‌های صدا و سیما
مجری: انجمن علمی مهندسی حرارتی و برودتی ایران
HVACconf-IRSHRAE-1-033



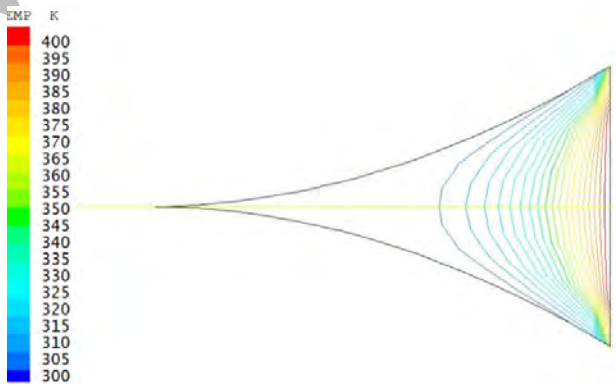
شکل ۱۱ : کانتور دما(طول پره 20 cmو عرض پره 1.5 cm)



شکل ۸ : نمایش پروفیل تغییرات دما درفین به طول 5 cm



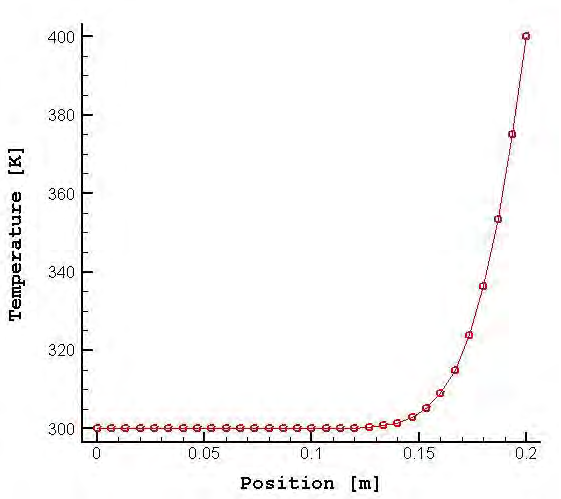
شکل ۱۰: نمایش پروفیل تغییرات دمادرفین به طول10 cm



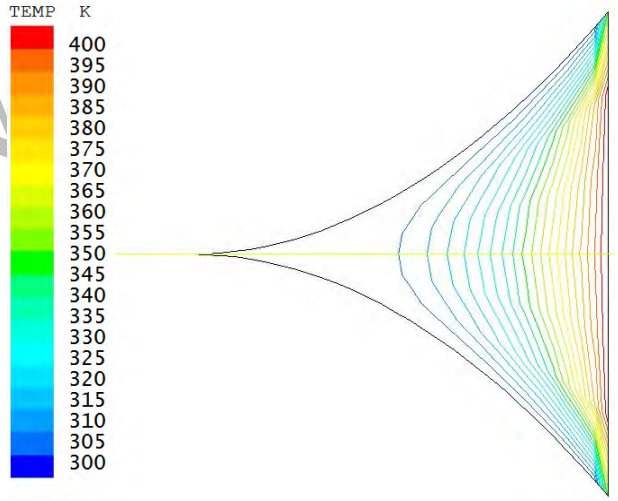
شکل ۹ : کانتور دما(طول پره 10 cmو عرض پره 3 cm)

www.SID.ir

Archive of SID



شکل ۱۲ : نمایش پروفیل تغییرات دما درفین به طول 20 cm

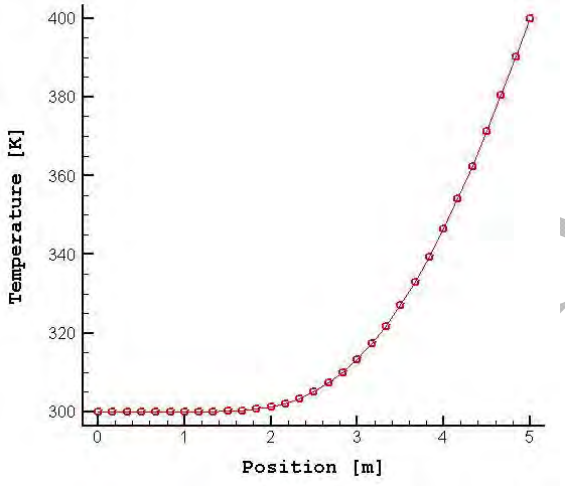


شکل ۱۳ :کانتور دما (طول پره 500 cmو عرض پره 1.5 cm)

همانگونه که در شکل(۸) مشاهده می شود هنگامی که طول پره ۰،۰۵ متر می باشد نمودار تغییرات دما در طول پره سهموی به صورت تندتری تغییرات دارد . این بدین معناست که انتقال حرارت به آرامی در کل دامنه حل گسترش می یابد و تقریبا از طول ۰،۰۳ متر به بعد ، پره سهموی به تعادل حرارتی رسیده است .

از مقایسه دو شکل (۶) و (۸) می توان دریافت که هرچه طول پره سهموی کاهش یابد نمودار دما دارای شیب بیشتری خواهد بود و این بدان معناست که پره سریع تر به تعادل حرارتی می رسد .

همانگونه که در شکل(۱۰) مشاهده می شود هنگامی که در طول پره ۰،۱ متر تعداد بیشتری حجم کنترل در دامنه حل عددی ، در نظر گرفته شود نمودار تغییرات دما در طول پره سهموی به صورت ملایم تر تغییرات دارد . این بدین معناست که انتقال حرارت به آرامی در کل دامنه حل گسترش می یابد و نتایج حل با شرایط حل تحلیلی تطابق دارد . این بدان علت است که تعداد بیشتری نقاط در راستای طول پره در فرایند محاسبات وارد می شوند و بنابراین گزارش دقیق تری از رفتار حرارتی پره سهموی را می دهند.



شکل ۱۴ : نمایش پروفیل تغییرات دما درفین به طول500 cm

با توجه با نمودار های فوق می توان گفت که هرچه تغییرات در راستای طول فین بیشتر می شود شیب نمودار (دما-مکان) ملایم تر می شود و تغییرات عرض فین به اندازه تغییرات طولی آن تاثیری بر روی منحنی دما ندارد.

در تحلیل عددی مسائل هرچه از تعداد بیشتری حجم کنترل جهت آنالیز مسائل استفاده گردد نتایج بدست آمده تطابق بیشتری با حل تحلیلی مسائل خواهند داشت .

www.SID.ir

Archive of SID

۷ نتیجه گیری و بحث

در پروژه حاضر به بررسی مسئله فین سهموی با در نظر گیری دیفیوژن در حالات مختلف در شرایط یک بعدی صورت گرفته است . مسئله فین هنوز نیز جز موارد پر کاربرد در صنعت می باشد که تحت شرایط مختلف با سیال محیطی خود عملیات انتقال حرارت را انجام می دهد .

تعیین نرخ انتقال گرما از روش تجربی و عددی خود مقادیر متفاوتی را اعلام می کنند که در نتیجه دقت روش عددی را به ما نشان می دهند .

مسئله دیفیوژن از جمله مباحث مهم در تحلیل و آنالیز مسائل در علم دینامیک سیالات محاسباتی است . توجه روز افزون به این علم چه در حوزه تحقیقاتی و چه در حوزه کاربردی بواسطه رشد قابل ملاحظه ای که تکنولوژی مدرن و بالاخص علوم کامپیوتری بیشتر شده است .

در این پروژه تحقیقاتی اثر دیفیوژن در پره ها از دیدگاه روش حجم محدود مورد بررسی قرار گرفت . استفاده از روش حجم محدود تا هم اکنون نیز جز روش های پر کاربرد در تحلیل عددی مسائل در حوزه علم دینامیک سیالات محاسباتی می باشد زیرا به طور کلی فیزیک مسئله را ارضا می نماید .

از جمله پیشنهادات برای فعالیت های علمی در آینده در مورد فین های سهموی ، می توان به استفاده از ترکیب انتقال حرارت هدایت و جابجایی و تشعشع اشاره کرد . همچنین تحلیل چنین مسئله ای در محیط های متخلخل نیز می تواند نتایج مفیدی را در استفاده از پره های سهموی در کاربرد های صنعتی به دنبال داشته باشد .

مراجع

[1] R. J.Moitsheki, T. Hayat, andM.Y.Malik, “Some exact solutions of the fin problem with a power law temperature-dependent thermal conductivity,” Nonlinear Analysis. Real World Applications, vol. 11, no. 5, pp. 3287–3294, 2010.

[2] A.Moradi, “Analytical solutions for fin- with temperature dependant heat transfer coefficient,” International Journal of Engi- neering and Applied Sciences, vol. 3, no. 2, pp. 1–12, 2011.

[3] Aziz A, Khani F. Analytical solutions for a rotating radial fin of rectangular and vari- ous convex parabolic profiles. Comm Non- linear Sci Num Simulat 2010;15(6):1565–74.

[4] R.H. Yeh, S.P. Liaw, An exact solution for thermal characteristics of fins with power-law heat transfer coefficient, Int. Commun. Heat Mass Transfer 17 (3) (1990) 317–330.

[5] Aziz A, Khani F. Analytical solutions for a rotating radial fin of rectangu- lar and various convex parabolic pro- files. Comm Nonlinear Sci Num Simulat 2010;15(6):1565–74.

[6] C. Bervillier, “Status of the differential transformationmethod,” Applied Mathe- matics and Computation, vol. 218, no. 20, pp. 10158–10170, 2012.

[7] Moitsheki RJ. Steady heat transfer through a radial fin with rectangular and hyperbolic profiles. Nonlinear Anal Real World Appl 2011;12(1):867–74.

[8] H.C. U¨ nal, Determination of the temperature distribution in an extended sur- face with a non-uniform heat transfer co- efficient, Int. J. Heat Mass Transfer 28 (12) (1985) 2279–2284.

[9] I.N. Dul’kin, G.I. Garas’ko, Analytical solutions of the 1-D heat conduction prob- lem for a single fin with temperature de- pendent heat transfer coefficient – II. Re- current direct solution, Int. J. Heat Mass Transfer 45 (2) (2002) 1905–1914.

[10] R.H. Yeh, S.P. Liaw, An exact solution for thermal characteristics of fins with power-law heat transfer coefficient, Int. Commun.Heat Mass Transfer 17 (3) (1990) 317–330.

[11] K. Laor, H. Kalman, Performance and optimum dimensions of different cooling fins with a temperature dependent heat trans- fer coefficient, Int. J. Heat Mass Transfer 39 (92) (1996) 1993–2003.

www.Hvacconf.ir

www.SID.ir

Archive of SID

[12] versteeg, H. , K. and Malalasekera, W. , An introduction to computational Fluid Dynamics , the Finite volume Method , 2007.

[13] Patankar , s. , Numerical Heat Transfer and Fluid Flow , 1980.

[14] Ferziger , J.H. and peric , M. , Computational Methods for fluid dynamics , springer , 2002.

www.Hvacconf.ir

www.SID.ir