Archive of SID

The 45th Annual Iranian Mathematics Conference
August 26-29 2014
چهل و پنجمین کنفرانس ریاضی ایران
۷ - ۴ شهریور ۱۳۹۳

بررسی و پیشنهاد مدلی جهت طراحی سیستم های پایایی

مقصود امیری، عضو هیأت علمی دانشکده مدیریت، دانشگاه علامه طباطبائی، amiri@atu.ac.ir

نیما فخیم هاشمی*، دوره دکتری رشته مدیریت گرایش تحقیق در عملیات، دانشگاه علامه طباطبائی، hashemi@atu.ac.ir
hashemi.ise@gmail.com

چکیده: مساله پایایی یا قابلیت اطمینان یکی از انواع مسائل شناخته در عرصه دانش ریاضیات کاربردی است که کاربردهای بسیاری در دنیای واقعی دارد. مسائل پایایی به گروه های مختلفی تقسیم می شوند که در این مقاله به بحث طراحی بهینه سیستم های پایایی پرداخته شده است. ابتدا مدل مساله تخصیص افزونگی تشریح و مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. در ادامه نخست برنامه ریزی آرمانی تشریح گردیده، سپس با توجه به فرضیات مساله، اهداف و محدودیت ها تعیین، و مدلی با رویکرد برنامه ریزی آرمانی جهت طراحی بهینه سیستم های پایایی پیشنهاد گردیده است.

واژگان کلیدی: مدل سازی ریاضی، قابلیت اطمینان، برنامه ریزی آرمانی، پایایی

مقدمه

مهندسی قابلیت اطمینان (پایایی) به عنوان یک مفهوم، اواخر دهه ۱۹۴۰ و اوایل دهه ۱۹۵۰ پدیدار شد و نخستین بار در زمینه ارتباطات و حمل و نقل بکار گرفته شد. قابلیت اطمینان بدین شکل درک و تعریف می شود: اندازه گیری اینکه یک سیستم در یک دوره کاری مشخص، بدون تعمیر، تا چه حد به شکلی مناسب، هدف طراحی اش را برآورده می کند. به طور کلی، یک سیستم پایایی از چندین زیرسیستم (مرحله) تشکیل شده است، که هر زیرسیستم بیش از یک جز دارد [۱].

در این مقاله به بحث مدل سازی سیستم های پایایی پرداخته شده است.

بیان مساله

پایایی یا قابلیت اطمینان، احتمال آن است که محصول یا خدمت برای یک دوره زمانی خاص (طول عمر طرح / محصول) و تحت شرایط تعریف شده برای طرح / محصول (به عنوان نمونه: درجه حرارت، فشار، ولتاژ و غیره) به طور سالم و مناسب کار کند به بیان دیگر، پایایی را می توان کارکرد موفق سیستم در مدت و شرایط مشخص و از پیش تعیین شده دانست [۲].

در بحث قابلیت اطمینان به موضوعات مختلفی پرداخته می شود، از آن جمله می توان، بررسی توزیع های مورد استفاده در قابلیت اطمینان، برآورد قابلیت اطمینان سیستم، طراحی برای دستیابی به قابلیت اطمینان بیشتر و غیره را نام برد. در این مقاله به بررسی مدل و طراحی بهینه سیستم های پایایی پرداخته شده است.

مساله طراحی بهینه سیستم های پایایی، یکی از انواع مسائل پایایی است، که خود در انواع گوناگونی تقسیم بندی می گردد. هر سیستم شامل تعدادی زیرسیستم است، که با توجه به شکل، تعداد و خصوصیات آن ها شرایط متفاوت بوده و حالت های مختلفی را ایجاد می نماید [۲]:

- قابلیت اطمینان در سیستم های سری
- قابلیت اطمینان در سیستم های موازی
- قابلیت اطمینان در سیستم های ترکیبی (سری-موازی)

چنانچه R_s پایایی سیستم، و R_i پایایی هر یک از m جز سیستم، و اجزای سیستم مستقل از هم باشند، آنگاه در سیستم های سری خواهیم داشت:

$$R_s = \prod_{i=1}^{m} R_i$$

*ارائه دهنده

www.SID.ir

Archive of SID

همچنین برای m جز موازی و مستقل، پایایی بصورت زیر محاسبه می گردد:

$$R_s = 1 - \prod_{i=1}^{m} [1 - R_i]$$

استفاده از افزونگی (Redundancy) یا عضو مازاد یکی از مهمترین ویژگی ها در دستیابی به قابلیت اطمینان در سطوح بالا است. مساله بدین شکل تعریف می گردد:

انتخاب یک طرح شدنی (امکان پذیر) از پیکربندی، که هدف آن بهینه سازی توابعی از قبیل قابلیت اطمینان، هزینه، وزن و ریسک است. این مساله تحت عنوان مساله تخصیص افزونگی یا عضو مازاد (Reliability Redundancy Allocation Problem) یا به صورت مخفف RAP نامیده می شود که نخستین بار توسط میسرا و همکارش (Misra and Ljubojevic, 1973)، معرفی گردید [۵-۳]. از تحقیقات برجسته در این زمینه می توان از پژوهش های دیوید کیت (David Coit) و همکارانش نام برد [۱۲-۶].

مساله تخصیص افزونگی، از مسائل شناخته شده در ادبیات "طراحی برای پایایی" (Design-for-reliability)، است که کاربردهای گسترده ای را در دنیای حقیقی دارد، از قبیل طراحی سیستم های انرژی الکتریکی، طراحی سیستم های حمل و نقل، و طراحی سیستم های ارتباطات [۱۳].

نویسندگان در [۱۴] معتقد هستند، به طور طبیعی طراح سیستم در کوشش برای بهبود پایایی با دو مساله برخورد می کند:

الف) پیدا کردن یک تخصیص بهینه از واحدها (اجزا) بین زیر سیستم های مختلف، جهت تامین تعدادی درخواست های داده شده بر طبق چندین شاخص مشخص پایایی، به صورتی که کمترین میزان ممکن هزینه کل را ایجاد نماید.

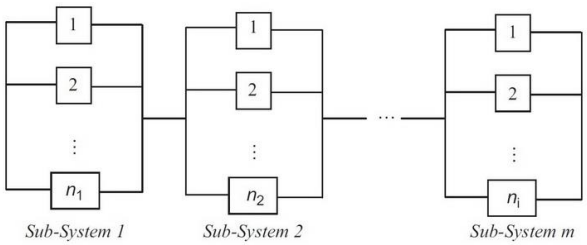
ب) یافتن یک تخصیص بهینه از واحدها بین زیر سیستم های مختلف که شاخص پایایی را با توجه به تعدادی محدودیت مشخص، بیشینه نماید.

انتخاب محدودیت ها بستگی به ویژگی خاص مساله دارد. گاهی مساله با چندین محدودیت مختلف از جمله هزینه، حجم، وزن و غیره روبرو است [۱۴].

مدل ریاضی مساله

مدل های ریاضی به طور معمول دارای چهار بخش کلیدی، متغیر ها، محدودیت ها، هدف یا اهداف، و پارامترها یا داده ها هستند [۱۵].

الف) فرضیات: فرض گردیده یک سیستم از m زیرسیستم بصورت سری تشکیل شده است. اجزا در داخل هر زیرسیستم بصورت موازی قرار گرفته اند. شکل (۱) یک سیستم سری-موازی را نشان می دهد.



شکل (۱): سیستم سری – موازی [۳]

متغیر تصمیم، تعداد اجزا در هر یک از زیر سیستم ها تعریف شده است.

ب) نمادگذاری:

متغیرها و پارامترهای مدل به صورتی که در ادامه آمده است، تعریف و نمادگذاری شده اند:

m: تعداد زیرسیستم ها

r_i: پایایی هر جز در زیر سیستم i ام

c_i: هزینه هر جز در زیر سیستم i ام

w_i: وزن هر جز در زیر سیستم i ام

v_i: حجم هر جز در زیر سیستم i ام

R_s: پایایی کل سیستم

C_s: هزینه کل سیستم

R_a: پایایی موردنظر (مورد انتظار) کل سیستم

C_a: هزینه مجاز کل سیستم

W_a: وزن مجاز کل سیستم

V_a: حجم مجاز کل سیستم

x_i: تعداد اجزا در زیر سیستم i ام

پ) مدل عمومی: مدل عمومی این مساله را در چندین حالت می توان نوشت که به دو مورد آن اشاره می گردد، در حالت نخست فرض می شود که هدف بیشینه نمودن پایایی است، و

www.SID.ir

Archive of SID

محدودیت ها شامل هزینه، وزن و حجم کل سیستم است، که مدل آن بصورت زیر خواهد بود:

$$MaxR_s = \prod_{i=1}^{m}[1-(1-r_i)^{x_i}]$$

$$s.t.$$

$$\sum_{i=1}^{m} c_i x_i \le C_a$$

$$\sum_{i=1}^{m} w_i x_i \le W_a$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_i \le V_a$$

$$x_i \ge 1 \& \text{int}.$$

حالت دیگری که اشاره می شود زمانی است که هدف کمینه کردن هزینه کل سیستم است، و محدودیت ها شامل قابلیت اطمینان، وزن و حجم کل سیستم است، که مدل آن بصورت زیر خواهد بود:

$$MinC_s = \sum_{i=1}^{m} c_i x_i$$

$$s.t.$$

$$\prod_{i=1}^{m}\left(1-(1-r_i)^{x_i}\right) \ge R_a$$

$$\sum_{i=1}^{m} w_i x_i \le W_a$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_i \le V_a$$

$$x_i \ge 1 \& \text{int}.$$

برنامه ریزی آرمانی

برنامه ریزی آرمانی نخستین بار توسط چارنز و همکاران (Charnes et al.) در سال ۱۹۵۵ استفاده شد و در سال ۱۹۶۱ با این نام توسط چارنز و کوپر (Charnes & Cooper) تعریف گردید [۱۷ و۱۶]. برنامه ریزی آرمانی یکی از مدل های مطرح در برنامه ریزی چند هدفه است. رویکردی است که به کمک آن می توان بر دو مشکل برنامه ریزی خطی، یعنی یک هدفه بودن و محدودیت های خشک، فایق گردید.

ساختار مدل برنامه ریزی آرمانی برگرفته از چهار بخش است:

- متغیرهای تصمیم
- محدودیت های سیستمی
- محدودیت های آرمانی
- تابع هدف

شالوده برنامه ریزی آرمانی بر اساس سه مفهوم است [۱۹ و۱۸]:

الف) انحراف ها: مقادیری که آرمان ها از مقدار مورد نظر خود، کمتر(یا بیشتر) تحقق یافته اند. که می تواند مطلوب یا نامطلوب باشد.

ب) اولویت ها و وزن آرمان ها: آرمان ها را در این رویکرد به سه روش می توان اولویت بندی کرد:

- ترتیبی Ordinal ranking
- اصلی Cardinal ranking
- ترکیبی از دو مورد بالا

پ) ابعاد اهداف: ابعاد یا مقیاس آرمان ها ممکن است با یکدیگر متفاوت باشد. که در این حالت بهترین روش، رتبه بندی ترتیبی خواهد بود.

مدل آرمانی

در این بخش با توجه به موارد بیان شده و مساله مفروض، مدلی آرمانی برای مساله پیشنهاد شده است. در دنیای واقعی شرایط و محدودیت ها همیشه خشک و سخت (Rigid) نیستند به طوری که هیچ گونه انحرافی از آن ها ممکن نباشد، در موارد بسیاری به ویژه زمانی که موازنه مجاز باشد، این امکان وجود خواهد داشت. برنامه ریزی آرمانی در این خصوص انعطاف پذیر است، ضمن آنکه می توان چند آرمان تعیین و برای آن ها اولویت نیز مشخص نمود.

در اینجا فرض شده است که اولویت نخست، پایایی سیستم، و اولویت دوم، هزینه سیستم است، از همین روی، نخستین هدف در این مساله بیشینه سازی و برآوردن پایایی مورد انتظار، و هدف بعدی کمینه کردن هزینه کل، فرض گردیده است. ضمن اضافه نمودن متغیرها و پارامترهای زیر، با در نظر گرفتن مراتب پیشین، مدل پیشنهادی بصورت زیر خلاصه و ارائه گردیده است:

www.SID.ir

Archive of SID

R_e: پایایی مورد انتظار برای کل سیستم

C_e: هزینه موردنظر برای کل سیستم

$d_1^+, d_1^-, d_2^+, d_2^-$: انحراف های مثبت و منفی از آرمان ها

$$MinZ = p_1 d_1^- + p_2 d_2^+$$

$$s.t.$$

$$\prod_{i=1}^{m}\left(1-(1-r_i)^{x_i}\right)-d_1^+ + d_1^- = R_a$$

$$\sum_{i=1}^{m} c_i x_i - d_2^+ + d_2^- = C_a$$

$$\sum_{i=1}^{m} w_i x_i \le W_a$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_i \le V_a$$

$$x_i \ge 1 \& \text{int}.$$

d_1^+, d_2^+ انحراف های بیشتر محقق یافته، و d_1^-, d_2^- انحراف های کمتر محقق یافته را بیان می کنند که هر کدام با توجه به تعریف و نوع آرمان می توانند انحراف های مطلوب، و یا انحراف های نامطلوب باشند. در مساله مفروض، d_1^-, d_2^+ انحراف های نامطلوب هستند، که با توجه به اولویت های فرض شده، در تابع هدف جهت کمینه سازی منظور شده اند.

جمع بندی

در این نوشته به موضوع پایایی پرداخته شد و به طور خاص بر روی طراحی بهینه سیستم های پایایی تمرکز گردید و مدل مساله تخصیص افزونگی یا عضو مازاد مورد بررسی قرار گرفت. سپس مدلی با رویکرد برنامه ریزی آرمانی برای مساله طراحی به منظور دستیابی به پایایی مورد نظر، پیشنهاد گردید. همان گونه که مشاهده شد، آرمان نخست بر پایه بیشینه نمودن و برآوردن قابلیت اطمینان مورد انتظار، و آرمان دوم بر پایه کمینه کردن هزینه تعیین شد. مدل شامل پنج محدودیت است،که دو محدودیت ابتدایی (محدودیت پایایی و هزینه)، محدودیت های آرمانی مدل، و سه محدودیت بعدی (محدودیت وزن، حجم و حداقل تعداد زیرسیستم)، محدودیت های سیستمی مدل هستند.

مراجع

[1] H. Pham (Ed.), *"Handbook of Reliability Engineering"*, Springer-Verlag, New Jersey: Rutgers University, 2003.

[2] M. B. Aryanezhad, H. Javanshir, A. Khatami F., *"Reliability Engineering (Reliability Theory)"*, 1st ed., vol. I, Tehran: Nass, 2011, [in Persian].

[3] K. Khalili-Damghani, M. Amiri, "Solving binary-state multi-objective reliability redundancy allocation series-parallel problem using efficient epsilon-constraint, multi-start partial bound enumeration algorithm, and DEA", *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 103, pp. 35-44, 2012.

[4] K. Khalili-Damghani, A. Abtahi, M. Tavana, "A new multi-objective particle swarm optimization method for salving reliability redundancy allocation problems", *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 111, pp. 58-75, 2013.

[5] Y. Liang, Y. Chen, "Redundancy allocation of seies-parallel systems using a variable neighborhood search algorithm", *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 92, pp. 323-331, 2007.

[6] D. W. Coit, A. Konak, "Multiple weighted objective heuristic for the redundancy allocation problem", *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 55, No. 3, pp. 551-558, 2006.

[7] J. E. Ramirez-Marquez, D. W. Coit, A. Konak, "Redundancy allocation for series-parallel systems using a max-min approach", *IIE Transactions*, vol. 36, pp. 891-898, 2004.

[8] D. W. Coit, J. Liu, "System reliability optimization with k-out-of-n subsystems", *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, vol. 7, No. 2, pp. 129-142, 2000.

[9] S. Kulturel-Konak, A. Smith, D. W. Coit, , "Effiviently solving the redundancy allocation problem using tabu search", *IIE Transactions*, vol. 35, pp. 515-526, 2003.

[10] D. W. Coit, "Maximization of system reliability with a choice of redundancy strategies", *IIE Transactions*, vol. 35, pp. 535-543, 2003.

[11] D. W. Coit, A. Smith, "Reliablity optimization of series-parallel systems using a genetic algorithm", *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 45, No. 2, pp. 254-266, 1996.

[12] H. A. Taboada, F. Baheranwala, D. W. Coit, N. Wattanapongsakorn, "Practical solutions for multi-objective optimization: An application to system reliability design problems", *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 92, pp. 314-322, 2007.

[13] D. Cao, A. Murat, R. B. Chinnam, "Efficient exact optimization of multi-objective redundancy allocation problems in series-parallel systems", *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 111, pp. 154-163, 2013.

[14] B. V. Gnedenko, I. A. Ushakov, *"Probabilistic Reliability Engineering"*, John Wiley & Sons, Edited by J. A. Falk, George Washington University, 1995.

[15] M. R. Mehregan, *"Mathematical Modeling"*, 4th ed., Tehran: Tehran University & SAMT, 2012, [in Persian].

[16] C. Romero, "A general structure of achievement function for a goal programming model", *European Journal of Operational Research*, vol. 153, pp. 675-686, Mar. 2004.

[17] Sh. Sen, B. B. Pal, "Interval goal programming approach to multiobjective fuzzy goal programming problem with interval weights", *Procedia Technology*, vol.10, pp.587-595. 2013.

[18] M. B. Aryanezhad, S. J. Sadjadi, *"Operations Research II"*, 6th ed., Tehran: Iran University of Science & Technology, 2010, pp. 282-298, [in Persian].

[19] M. Momeni, *"New Topics in Operations Research"*, 5th ed., Tehran: Momeni, 2013, pp. 105-133, [in Persian].

www.SID.ir