Archive of SID

سیزدهمین کنفرانس
آمار ایران
۴-۲ شهریور ۱۳۹۵

برخی رویکردهای نوین در رگرسیون فازی

سید محمود طاهری [1]
دانشگاه تهران - دانشکده فنی

چکیده: در موضوع رگرسیون فازی (به سخن دقیقتر: رگرسیون در محیط فازی) دو رویکرد اصلی وجود دارد: رویکرد مبتنی بر کمترین مجموع خطاها (شامل دو شیوه کلی: کمترین مربعات خطاها و کمترین قدر مطلق خطاها) و رویکرد امکانی (رویکرد کمترین ابهام کُل تحت برخی قیود). در کنار این دو رویکرد اصلی، روشهای ابتکاری متعددی نیز در موضوع رگرسیون فازی پیشنهاد شده اند. برخی از این روشها بر پایه ترکیب دو رویکرد بالا هستند. برخی از روشهای ابتکاری بر اساس الگوریتمهای محاسباتی خاص میباشند. برخی دیگر، از سیستمهای استنتاج فازی استفاده میکنند. در برخی از روشها، مساله رگرسیون فازی به چند زیر مساله تقسیم میشود، که با حل آنها، مساله اصلی حل و فصل میگردد. برخی روشها نیز بر اساس خوشه بندی، استفاده از شبکه های عصبی مصنوعی، الگوریتمهای تکاملی و یا شیوه های ناپارامتری هستند. در این مقاله، ضمن اشاره به رویکرد کمترین مجموع خطاها و رویکرد امکانی، برخی روشهای ابتکاری در رگرسیون فازی، معرفی و بررسی کوتاه میشوند.

واژه‌های کلیدی: کمترین مجموع خطاها، رگرسیون امکانی، روشهای ابتکاری، خوشه بندی، پهناهای متغیر.
کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): 99A86، 62J86، 78M32.

۱ مقدمه

بیش از سه دهه است که رگرسیون فازی (به سخن دقیقتر: رگرسیون در محیط فازی) مورد توجه پژوهشگران علوم نظری و کاربردی قرار گرفته است. در این زمینه، دو رویکرد اصلی وجود داشته و دارد: رویکرد مبتنی بر کمترین مجموع خطاها و رویکرد امکانی (رویکرد کمترین ابهام کُل مدل، تحت برخی قیود). رویکرد نخست، یک تعمیم طبیعی از رویکرد کلاسیک کمترین مجموع خطاها (به ویژه، رویکرد کمترین مربعات) و مبتنی بر تعمیم مفهوم فاصله است. در این رویکرد، مفهوم فاصله بین اعداد حقیقی به مفهوم فاصله بین اعداد فازی

[1] سید محمود طاهری: sm-taheri@ut.ac.ir

www.SID.ir

Archive of SID

تعمیم می یابد، و سپس از آن در محاسبه مجموع مربعات خطاها (یا مجموع قدر مطلقهای خطاها) استفاده میشود. رویکرد دوم، مبتنی بر کمترین ابهام کل مدل، تحت برخی قیود در مورد اعتبار مدل، است. در این رویکرد، موضوع برآورد پارامترهای مدل، تبدیل به یک مساله برنامه ریزی خطی (یا غیر خطی) میشود که با حل آن، پارامترهای مورد نظر برآورد میشوند.

با گذشت زمان، تواناییهای نظری و کاربردی هر یک از دو رویکرد (و نیز انواع نسخه های تعدیل/تصحیح یافته آنها) آشکار شده است. در کنار این دو رویکرد اصلی، روشهای ابتکاری متعددی نیز در موضوع رگرسیون فازی پیشنهاد شده اند، که البته برخی از این روشها بر پایه ترکیب دو رویکرد بالا هستند. برخی از روشهای ابتکاری نیز بر اساس الگوریتمهای محاسباتی خاص میباشند. برخی دیگر، از سیستمهای استنتاج فازی استفاده میکنند. در برخی از روشها، مساله رگرسیون فازی به چند زیر مساله تقسیم میشود، که با حل آنها، مساله اصلی حل و فصل میگردد. در برخی روشها نیز از شبکه های عصبی مصنوعی و/ یا الگوریتمهای تکاملی استفاده میشود. از دید کلی، وجه قوت روشهای ابتکاری، تواناییهای آنها در مساله های (/ زمینه های) خاص میباشد.

در این مقاله، ضمن مرور کوتاه رویکرد کمترین مجموع خطاها و رویکرد امکانی، برخی روشهای ابتکاری در رگرسیون فازی، معرفی و به کوتاهی بررسی میشوند. بدین ترتیب که، در بخش دوم ملاکها و معیارهای اصلی در کارایی یک مدل رگرسیون فازی پیشنهاد میشوند. در بخش سوم، رویکرد امکانی و تعمیمها و تصحیحهای آن بررسی میشوند. در بخش چهارم، به رویکرد کمترین مجموع خطاها و چند نسخه تعدیل/تصحیح یافته آن اشاره میشود. در بخش پنجم تعدادی از مهمترین روشها/رویکردهای ابتکاری در موضوع رگرسیون فازی معرفی و به اختصار بررسی میشوند. آشکار است که بررسی کامل و دقیق این روشها نیاز به مجال و مقال گسترده تری دارد.

۲ ملاکهای ارزیابی

با ملاکها (/ شاخصها)ی گوناگونی میتوان روشهای (مدلهای) مختلف رگرسیون فازی را ارزیابی نمود. از نظر نگارنده، ملاکهای زیر، ملاکهای مهم هستند، و البته میزان اهمیت آنها در هر مساله بستگی به نظر کاربر، موضوع مورد مطالعه، نوع داده ها و هدف مطالعه دارد.

الف) برازش مناسب به داده ها

ب) توانایی پیش بینی

پ) حساسیت نسبت به نقاط پرت

ت) زمان محاسبات (/ پیچیدگی محاسباتی)

ث) کاربردپذیری

ج) توجیه و تبیین منطقی

چ) داشتن روشی برای انتخاب (/ تعیین / ترتیب) متغیرهای موثر

ح) حساسیت نسبت به داده های ناهمگن

خ) حساسیت نسبت به داده های یا پهناهای (ابهام) متغیر

د) انتخاب فاصله مناسب (برای اندازه گیری فاصله بین اعداد فازی)

ذ) توانایی مواجهه با داده های با حجم (/اندازه) کم و داده های با حجم (/اندازه) بالا

گفتنی است که تاکنون، چندین مطالعهٔ مقایسه ای بین مدلهای رگرسیون فازی، بر اساس برخی از ملاکهای بالا انجام شده است. برای نمونه، چانگ و ایوب (۲۰۰۱) و کلکین تما و طاهری (۲۰۱۲) را ببینید.

www.SID.ir

Archive of SID

۳ رگرسیون امکانی

رگرسیون امکانی نخستین بار توسط تاناکا و همکاران (۱۹۸۲) معرفی شد. مدل معرفی شده، یک مدل با ضرایب فازی بود که برای مدلسازی داده های ورودی-خروجی دقیق پیشنهاد شد. برآورد پارامترهای فازی مدل (اعداد فازی مثلثی) با حل یک مساله برنامه ریزی خطی به دست می آید که در آن، تابع هدف که باید کمینه شود، مجموع پهناهای ضرایب است و قیود مربوطه طوری تنظیم میشوند که مقدار متغیر وابسته (پاسخ) مشاهده شده، با یک درجه خاص عضو مجموعه فازی برآورد شده باشد. چون تابع عضویت مجموعه های فازی اغلب به عنوان توزیع های امکانی توصیف میشوند، لذا این رویکرد را رگرسیون امکانی مینامند.

رویکرد اولیهٔ تاناکا و همکاران، مورد بررسی و نقد بسیار قرار گرفت و البته، همراه با اصلاحات و گسترشها، اساس بسیاری از مطالعات در حوزه رگرسیون فازی شد. برای بررسی بیشتر این رویکرد و برخی گسترشهای آن به میرزایی یگانه و ارقامی (۱۳۸۶)، طاهری و ماشین چی (۱۳۹۲)، حسن پور و همکاران (۲۰۱۰) و حسین زاده و همکاران (۲۰۱۶) مراجعه کنید.

در یک ارزیابی کلی، میتوان گفت که روشهای رگرسیون امکانی، مناسب مدلسازی داده های کم حجم هستند (برخی توسعه های آن برای داده های حجیم نیز مناسب اند)، توجیه منطقی مناسبی دارند، به مفروضات خاصی نیاز ندارند، ولی از سوی دیگر نسبت به داده های پرت حساس هستند (البته در برخی توسعه های آن این مشکل رفع شده است). روشهای رگرسیون امکانی، این مزیت را نیز دارند که در آنها، اساسا و فقط از روشها و مفاهیم ریاضیات فازی استفاده میشود. به سخن دیگر، این گونه نیست که ابتدا چند روش (/ معیار / مفهوم) کلاسیک در نظر گرفته شوند و سپس این روشها (/ معیارها / مفاهیم) به محیط فازی تعمیم داده شوند، بلکه اساس و مبنای رگرسیون امکانی، برگرفته از نظریه امکان و ریاضیات فازی است.

۴ رگرسیون کمترین مجموع خطاها

رویکرد دیگر به رگرسیون در محیط فازی، رویکرد کمترین مجموع خطاها است که شامل دو رویکرد اصلی یعنی رویکرد کمترین مربعات خطاها و رویکرد کمترین قدر مطلق خطاها میباشد. رویکرد کمترین مربعات فازی نخستین بار توسط کلمینس (۱۹۸۷) و دیاموند (۱۹۸۸) معرفی شد. این رویکرد تعمیم رویکرد کمترین مربعات کلاسیک است و در واقع مبتنی بر تعمیم مفهوم فاصله بین اعداد حقیقی به مفهوم فاصله بین اعداد فازی است. مقالات کیم و همکاران (۲۰۱۶) و لی و همکاران (۲۰۱۶) نمونه هایی از پژوهشهای جدید در این زمینه است.

گفتنی است، حدود یک دهه است که رویکرد کمترین مربعات برای مدلسازی رگرسیونی در محیط فازی باز- ای-مقدار (فازی شهودی / مبهم) نیز به کار گرفته شده است. برای نمونه میتوان به رویحی و همکاران (۲۰۱۴) و عارفی و طاهری (۲۰۱۵) اشاره نمود که در آن مشاهدات متغیرهای ورودی و مشاهدات متغیر خروجی و نیز ضرایب مدل، جملگی اعداد فازی بازه ای - مقدار هستند. شایان ذکر است که رگرسیون کمترین مربعات فازی (مشابه با حالت معمولی) نسبت به داده های پرت حساس است. برای رفع این مشکل، مدلهای رگرسیون مبتنی بر قدرمطلق خطا (انحراف) معرفی شده اند. (برای نمونه کلکین نما و طاهری (۲۰۱۲) و نامداری و همکاران (۲۰۱۵) را ببینید). در مجموع، مدلهای کمترین مجموع مربعات خطاها در بسیاری از مسائل (بجز مسائل با داده های پرت) و مدلهای کمترین مجموع انحرافات نیز در بسیاری از مسائل به ویژه مسائل شامل داده پرت، توانایی های خوبی دارند. البته برخی از روشهای کمترین مربعات و بیشتر روشهای کمترین انحرافات، مستلزم محاسبات بسیار هستند. به ویژه، در روشهای کمترین انحرافات، در نظر گرفتن حالتهای مختلف علامت ضرایب مدل و تجزیه عبارتهای قدر مطلق، محاسبات را دشوارتر میکند.

www.SID.ir

Archive of SID

۵ روشهای ابتکاری

در کنار (/ همراه با) دو رویکرد بالا به رگرسیون فازی، روشهای ابتکاری متعددی نیز مطرح شده است. این روشها را، همراه با یک دسته بندی نادقیق، مرور میکنیم.

روشهای تلفیقی:

در برخی از روشها، پیشنهاد شده است که در یک مرحله (/ بخش) از مدلسازی، از رویکرد امکانی استفاده شود و در مرحله (/ بخش) دیگر رویکرد کمترین مربعات به کار گرفته شود. نخستین تحقیقات در این باره پژوهشهای ساویچ و پدریچ (۱۹۹۱) و تاناکا و لی (۱۹۹۷) است. تفاوت دو رویکرد بالا این است که در روش پدریچ و ساویچ، که روشی دو مرحله ای است، نخست مراکز ضرایب مدل به روش کمترین مربعات برآورد میشوند و سپس پهناهای ضرایب به روش امکانی به دست می آیند. در حالی که در روش تاناکا و لی، مراکز و پهناهای مدل، به طور توام و همزمان، با در نظر گرفتن یک تابع هدف برآورد میشوند که این تابع هدف شامل دو مولفه، یکی مجموع مربعات خطاهای برآورد و دیگری ابهام کل مدل، است. در این زمینه بررسیهای ترکیان (۱۳۹۱) که شامل چند بررسی مقایسه ای و معرفی چند روش تلفیقی (مبتنی بر تعاریف مختلف برای فاصله بین اعداد فازی است) حائز توجه میباشد.

روشهای منجر به مدل با پهناهای متغیر:

یک مشکل که در برخی از مدلهای رگرسیونی فازی رخ میدهد، پهناهای متغیر است. بدین معنی که پهنا (ابهام) داده های فازی ثابت نیست و بسا که اساسا از یک روند خاص پیروی نمیکند. این موضوع باعث میشود که دقت/کارایی مدل رگرسیون کاهش یابد. برای رفع این دشواری، روشهای ابتکاری خاصی پیشنهاد شده است. در این روشها، یک جمله خطای فازی (با پهنای متغیر / منعطف) در مدل منظور میشود، بدین ترتیب که به ازای هر مشاهده فازی، این جمله خطا یک عدد فازی با پهنای خاص میباشد. در عمل، پس از برازش مدل مناسب به مجموعه داده ها، میتوان مقدار متغیر خروجی را به ازای مشاهده جدید پیش بینی نمود و سپس با استفاده از یک سیستم استنتاج فازی، مقدار خطای پیش بینی را محاسبه کرد. برای نمونه، این رویکرد توسط چن و دنگ (۲۰۰۸) و لو و وانگ (۲۰۰۹) مطرح شده است. همچنین چاچی و همکاران (۲۰۱۴) یک مدل ترکیبی (ترکیب ایده مدل با پهناهای متغیر و ایده رگرسیون اسپلاین) معرفی نمودند و ضمن به کارگیری آن در هیدرولوژی، کارایی مدل ترکیبی را، بر اساس دو معیار نیکویی برازش، نشان دادند.

روشهای مبتنی بر قواعد فازی:

اگر در یک مدل رگرسیونی، مشاهدات متغیرهای مستقل و وابسته را به عنوان ورودیها و خروجیهای یک سیستم استنتاج فازی مبتنی بر قواعد اگر-آنگاه بنگریم، به رویکرد متفاوتی در رگرسیون فازی میرسیم. این رویکرد منجر به یک مدل خاص و مشهود که رابطه بین متغیرها را آشکارا بیان کند نمیشود، ولی توانایی پیش بینی متغیر وابسته را که از اهداف اصلی مدلسازی رگرسیونی است دارد. برای نمونه ماشین چی (۱۳۷۹) ، چاکرابورتی و چاکرابورتی (۲۰۰۸) و رودریگوز و همکاران (۲۰۱۶) را ببینید.

روشهای مبتنی بر خوشه بندی:

برای مدلسازی بهتر داده های ناهمگن، گاه بهتر است که ابتدا داده ها خوشه بندی شوند و سپس از یک روش رگرسیونی برای مدلسازی استفاده شود. برای نمونه، یانگ و کو (۱۹۹۷) روشی را پیشنهاد کرده اند که در آن از یک مدلسازی رگرسیونی وزنی دو مرحله ای استفاده شده است، که از مقادیر عضویت هر مشاهده در هر خوشه به عنوان وزن مشاهده استفاده میشود. همچنین یانگ و لین (۲۰۰۲) رگرسیون کمترین مربعات با خوشه بندی را برای مدل با ورودی/خروجی/ضرایب فازی به دو روش، یکی با استفاده از روابط تقریبی برای ضرب اعداد فازی و دیگری بر اساس برشهای حاصلضرب اعداد فازی ارائه نمودند. یانگ و لیو (۲۰۰۳) یک مدل رگرسیون فازی (با اثر

www.SID.ir

Archive of SID

متقابل) مبتنی بر خوشه بندی، با هدف نیرومندی مدل در برابر داده های پرت، مطرح نمودند. نیز، چاچی و همکاران (۲۰۱۶) رگرسیون مبتنی بر اسپلاین های تطبیقی چندگانه (MARS) (نوعی رگرسیون بر اساس خوشه بندی) را در محیط فازی معرفی نمودند و از آن در برآورد بار معلق رودخانه ها (یک مسالهٔ رایج در هیدرولوژی) استفاده نمودند. عارفی (۲۰۱۶) رویکرد رگرسیون خوشه ای را برای حالتی که مشاهدات متغیر وابسته به صورت اعداد فازی بازه ای - مقدار هستند، گسترش داده است.

روشهای الگوریتمی:

ماشین چی و همکاران (۲۰۱۱) یک روش بهینه سازی ابتکاری بر اساس شیوه جستجوی تابو و شیوه جستجوی هارمونی به منظور دستیابی به یک مدل رگرسیون فازی معرفی نمودند. در باره سابقه این روش در رگرسیون میتوان به رزنر و همکاران (۱۹۹۹) اشاره نمود.

روشهای ناپارامتری:

هر چند، تمرکز این مقاله، مرور مدلهای رگرسیون پارامتری فازی است، ولی بجاست به چند پژوهش جدید در رگرسیون ناپارامتری فازی اشاره کنیم. هونگ و همکاران (۲۰۰۴) و فرنوش و همکاران (۲۰۱۲) روش رگرسیون ریج را برای استفاده در محیط فازی تنظیم و تدوین نموده اند. یک مدل رگرسیون ناپارامتری فازی توسط رانگ و همکاران (۲۰۰۷) بررسی شده است که مبتنی بر رویکرد کمترین مربعات میباشد. به تازگی، جونگ و همکاران (۲۰۱۵) بر اساس ایده تبدیل رتبه، مدل رگرسیون با ورودی/خروجی فازی را معرفی نموده اند. ایده تبدیل رتبه در رگرسیون ناپارامتری آماری، با هدف استواری مدل نسبت به داده پرت و نیز شکل توزیع جمله خطا به کار میرود. آنها در بررسی خود، از یک معیار جدید نیز برای ارزیابی مدل استفاده نموده اند که ترکیبی از دو معیار شباهت (انطباق) و فاصله است.

بحث و نتیجه‌گیری

مدلسازی و تحلیل رگرسیونی در محیط فازی روندهای گوناگونی داشته است. افزون بر رویکردهای کلاسیک، در دهۀ اخیر همراه با گسترش روشهای محاسباتی/عددی/الگوریتمی و نیز استفاده از رویکردهای چندرشته ای، روشهای ابتکاری متعددی در این حوزۀ علمی معرفی شده است. این روشها تواناییهای ویژه در پژوهشهای موردی، و البته به همین دلیل محدودیتهایی نیز در کاربرد، دارند. برای استفاده مناسب از این روشها، باید به حوزه/بستر کار و نوع داده ها توجه نمود و در صورت نیاز، روش خاص و مناسب آن زمینه را به کار برد.

گفتنی است که، در این مقالهٔ کوتاه، تاکید بر مرور روشهای رگرسیون در محیط صرفاً فازی بود. لذا به رویکردهای ترکیبی مانند فازی-تصادفی، فازی-عصبی و فازی-تکاملی پرداخته نشد.

مراجع

ترکیان، ف. (۱۳۹۱). رگرسیون خطی بر اساس داده های فازی فاصله ای - مقدار، پایان نامه کارشناسی ارشد آمار، دانشکده علوم ریاضی و آمار، دانشگاه بیرجند.

طاهری، س. م. و ماشین چی م. (۱۳۹۲). مقدمه ای بر احتمال و آمار فازی، چاپ دوم، انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان.

ماشین چی، م. (۱۳۷۹). رگرسیون با استفاده از پایگاه اطلاعاتی مشکک، اندیشه آماری، ۹، ۱۹-۱۳.

میرابی یگانه، ش. و ارقامی ن.ر. (۱۳۸۶). رگرسیون فازی: مروری بر چند رویکرد، اندیشه آماری، ۲۳، ۳۷-۳۵.

Arefi M. and Taheri S.M. (2015), Least-squares regression based on Atanassov's intuitionistic fuzzy inputs-outputs and Atanassov's intuitionistic fuzzy parameters, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems* 23, 1142-1154.

www.SID.ir

Archive of SID

Arefi M. (2016), Clustering regression based on interval-valued fuzzy outputs and interval-valued fuzzy parameters, *J. Intell. and Fuzzy Syst.* 30, 1331-1337.

Cavic D. and Pedrycz D. (1991), Evaluation of fuzzy regression models, *Fuzzy Sets and Systems* 39, 51-63.

Celmins A. (1987), Least squares model fitting to fuzzy vector data, *Fuzzy Sets and Systems* 22, 260-269.

Chachi J., Taheri S.M. and Arghami N.R. (2014), A hybrid fuzzy regression model and its application in hydrology engineering, *Applied Soft Computing* 25, 149-158.

Chachi J., Taheri S.M. and Rezaee Pazhand H. (2016), Suspended load estimation using L1-fuzzy regression, L2-fuzzy regression and MARS-fuzzy regression models, *Hydrological Sciences Journal (to appear).*

Chakraborti C. and Chakrahorti D. (2008), Fuzzy linear and polynomial regression modelling of If-Then fuzzy rulebase, *Inter. J. Unc. Fuzz. Knowl. Syst.* 16, 659-671.

Chang Y.O. and Ayyub B.M. (2001), Fuzzy regression methods - a comparative assessment, *Fuzzy Sets and Systems* 119, 187-203.

Chen S.P. and Dang J.F. (2008), A variable spread fuzzy linear regression model with higher explanatory power and forecasting accuracy, *Information Sciences* 178, 3973-3988.

Diamond P. (1988), Fuzzy least squares, *Information Sciences* 46, 14-157.

Drezner Z., Marcoulides G.A. and Salhi S. (1999), Tabu search model selection in multiple regression analysis, *Comm. in Stat. (Sim. and Comp.)* 28, 349-367.

Farnoosh R., Ghasemian J. and Soleymani Fard A. (2012), A modification on ridge estimation for fuzzy nonparametric regression, *Iranian J. Fuzzy Systems* 9, 75-88.

Hasanpour H., Maleki H.R. and Yaghoubi M.A. (2010), Fuzzy linear regression model with crisp coefficients: A goal programing approach, *Iranian J. Fuzzy Systems* 7, 19-39.

Hong D.H., Hwang C. and Ahn C. (2004), Ridge estimation for regression models with crisp input and Gaussian fuzzy output, *Fuzzy Sets and Systems* 142, 307-319.

Hosseinzadeh E., Hassanpour H., Arefi M. (2016), A weighted goal programming approach to estimate the linear regression model in full quasi type-2 fuzzy environment, *J. Intell. and Fuzzy Syst.* 30, 1311-1317.

Jung H.Y., Yoon J.H. and Choi S.H. (2015), Fuzzy linear regression using rank transform method, *Fuzzy Sets and Systems* 274, 97-108.

www.SID.ir

Archive of SID

Kelkinnama M. and Taheri S.M. (2012), Fuzzy least-absolutes regression using shape preserving operations, *Information Sciences* 214, 105-120.

Kim I.K., Lee W., Yoon J.H. and Choi S.H. (2016), Fuzzy regression model using trapezoidal fuzzy numbers for re-auction data, *Int. J. Fuzzy Logic and Intelligent Systems* 16, 72-80.

Li J., Zeng W., Xie J. and Yin Q. (2016), A new fuzzy regression model based on least absolute deviation, *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 52, 54-64.

Lu J. and Wang R. (2009), An enhanced fuzzy linear regression model with more flexible spreads, *Fuzzy Sets and Systems* 160, 2505-2523.

Mashinchi M.H., Orgun M.A., Mashinchi M. and Pedrycz W. (2011), A Tabu-harmony search-based approach to fuzzy linear regression, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems* 19, 432-448.

Nandari M., Yoon, J.H., Abadi, A. Taheri, S.M. and Choi S.H. (2015), Fuzzy logistic regression with least absolutes deviations estimators, *Soft Computing* 19, 909-917.

Rabiei M.R., Arghami N.R., Taheri S.M. and Sadeghpour B. (2014), Least squares approach to regression modeling in full interval-valued fuzzy environment, *Soft Computing* 18, 2043-2059.

RodriguezFdez I., Mucientes M., Bugarin A. (2016), FRULER: Fuzzy rule learning through evolution for regression, *Information Sciences* 354, 1-18.

Tanaka H., Lee H. (1997), Fuzzy linear combining central tendency and possibilistic properties, *Proc. Fuzzy-IEEE 97, Barcelona, Spain* 1, 63-68.

Tanaka H., Uejima S. and Asai K. (1982), Linear regression analysis with fuzzy model, *IEEE Trans. on Systems Man Cybernet.* 12, 903-907.

Wang N., Zhang W.X. and Mei C.L. (2007), Fuzzy nonparametric regression based on local linear smoothing technique, *Information Sciences* 177, 3382-3390.

Yang M.S., Ko C.H. (1997), On cluster-wise fuzzy regression analysis, *IEEE Trans. on Systems Man Cybernet. B* 27, 1-13.

Yang M.S., Lin T.S. (2002), Fuzzy least-squares linear regression analysis for fuzzy input-output, *Fuzzy Sets and Systems* 126, 389-399.

Yang M.S., Liu H.H. (2003), Fuzzy least-squares algorithms for interative fuzzy linear regression models, *Fuzzy Sets and Systems* 135, 305-316.

www.SID.ir