Archive of SID

سیزدهمین کنفرانس آمار ایران
۴-۲ شهریور ۱۳۹۵

برآورد بیزی مدل‌های اقتصادسنجی فضایی

فاطمه بختیاری[۱]، فاطمه حسینی، امید کریمی

گروه آمار دانشگاه سمنان

چکیده: اغلب مسائل اقتصادسنجی با داده‌هایی مواجه می‌شویم که از نوع رسته‌ای می‌باشند و همچنین مستقل نیستند به طوری که وابستگی آن‌ها ناشی از موقعیت قرارگرفتن مشاهدات در فضای مورد مطالعه است. به عنوان مثال، قیمت مسکن به موقعیتی که در آن واقع شده است و به قیمت مسکن‌های دیگر در همسایگی‌اش بستگی دارد. در این مدل‌ها همبستگی فضایی با اضافه کردن یک متغیر پنهان گاوسی به مدل در نظر گرفته می‌شود. به دلیل وجود تعداد زیادی متغیرهای پنهان و گاهی ناگاوسی بودن پاسخ، تابع درستنمایی شکل بسته‌ای ندارد و نیاز به استفاده از الگوریتم‌های تکرار شونده است. بنابراین استفاده از روش‌های معمولی کلاسیک مثل رهیافت ماکسیمم درستنمایی علاوه بر مشکلات فراوانی که دارد با مشکلاتی مثل پیچیدگی محاسبات مواجه می‌شود. علاوه بر این در عمل و در مطالعات اقتصادی تعداد داده‌ها زیاد و حجم نمونه بزرگ است که استفاده از رهیافت بیزی مفید به نظر می‌رسد. در این مقاله از رهیافت بیزی برای برآورد پارامترهای مدل و پیشگویی بیزی متغیرهای پنهان مدل اقتصادسنجی فضایی استفاده می‌شود.

واژه‌های کلیدی: اقتصادسنجی فضایی، رهیافت بیزی، متغیر پنهان.

کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): 91G70، 91G60.

۱ مقدمه

داده‌های اقتصادی اغلب الگوی فضایی دارند. هدف از این مقاله بررسی مدل‌های اقتصادسنجی با وابستگی فضایی است به طوری‌که مقدار یک مشاهده به مقادیر مشاهده شده همسایه خود بستگی دارد. انجام کارهای تحقیقاتی در علوم منطقه‌ای به طور وسیع مبتنی بر داده‌های نمونه‌ای منطقه‌ای است که پژوهشگر با مراجعه به مکان‌های مشخص شده که به صورت نقاطی در فضا تعیین مکان شده‌اند، به آن‌ها دست می‌یابد. هنگامی که در پژوهش با داده‌هایی روبه‌رو هستیم که دارای جزء مکانی هستند، دیگر به کارگیری شیوه‌های اقتصادسنجی معمولی که اغلب برمبنای استقلال متغیر پاسخ می‌باشند، چندان مناسب نیست و استفاده از اقتصادسنجی فضایی پیشنهاد شده است. تفاوت اقتصادسنجی فضایی از اقتصادسنجی معمولی در توانایی و کاربرد تکنیک اقتصادسنجی برای داده‌هایی است که مستقل نیستند

[۱] نام ارائه دهنده مقاله : fatemehbakhtiari135@yahoo.com

www.SID.ir

Archive of SID

و دارای وابستگی مکانی هستند. در اقتصادسنجی فضایی برای مدل‌بندی داده‌ها با همبستگی مکانی تعمیمی از مدل خطی تعمیم‌یافته به نام مدل آمیخته خطی تعمیم‌یافته استفاده می‌شود. این مدل به صورت $g(\mu_i) = \eta_i = \boldsymbol{X}_i'\boldsymbol{\beta} + u_i,\ i = ۱, ..., n$ می‌باشد، که در آن u_i متغیرهای پنهان هستند که وابستگی بین مشاهدات را بیان می‌کنند. پس در این مدل‌ها استقلال مشاهدات به استقلال شرطی تبدیل شده است به طوری که $y_i|u_i$ ها مستقلند و y_i ها لزوما گاوسی نیستند و متعلق به یک خانواده نمایی می‌باشند.

زمانی که داده‌های نمونه‌ای دارای جزء مکانی‌اند دو مسئله رخ خواهد داد: وابستگی فضایی میان مشاهده‌ها و همچنین ناهمسانی فضایی در روابط یا پارامترهای مدل، (لسج (۱۹۹۹)). انسلین (۱۹۸۸) برای نخستین بار تصویر جامعی از واقعیت‌های اقتصادسنجی فضایی را ارائه نمود. وی مدعی شد زمانی که محقق با داده‌های جزء مکانی روبروست، این تکنیک دارای قابلیت و کاربرد بهتری نسبت به اقتصادسنجی معمولی است و روش اقتصادسنجی معمولی که بر پایه‌ی فروض گاوس - مارکف [۱] استوار است، برای مطالعات منطقه ای مناسب نمی‌باشد. کلیف و اورد (۱۹۸۱) مدل اتورگرسیو را برای مطالعات مربوط به قیمت مسکن ارائه داده‌اند. در صورتی که متغیر پاسخ غیرگاوسی باشد به کارگیری مدل‌های اتورگرسیو مشکل می‌باشند. نک و کیفر (۱۹۹۷) با استفاده از رهیافت اقتصاد سنجی فضایی اثر سرمایه اجتماعی با رشد اقتصادی را بررسی کردند؛ آن‌ها با مطالعه بر روی ۲۹ کشور، پی بردند که افزایش سرمایه اجتماعی و اعتماد می‌تواند باعث افزایش رشد اقتصادی گردد؛ به طوری که تغییر در اعتماد به میزان یک انحراف معیار، رشد را بیشتر از نیم انحراف معیار دچار تغییر می‌کند. اوتس و اسچاپ (۱۹۹۷) اثرات تجدید نظر وضع عوارض بر توسعه اقتصادی کلان شهرها را با این رهیافت مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان داد که عوارض بر اجاره، عرضه‌ی زمین را کاهش نداده است. بیوجلسدیک و همکاران (۲۰۰۵) به بررسی رابطه سرمایه اجتماعی در رشد اقتصادی در ۵۴ منطقه اروپا با اقتصاد سنجی فضایی پرداختند و به این نتیجه رسیدند که سرمایه اجتماعی دارای اثر مثبت و معنی داری بر رشد اقتصادی می‌باشد؛ به این ترتیب که یک انحراف معیار در شاخص فعالیت‌های گروهی، رشد اقتصادی را ۰/۰۳ درصد بالا می‌برد. اکبری و توسلی (۱۳۸۷) با رهیافت اقتصادسنجی فضایی تاثیر عوارض شهرداری‌ها را بر روی قیمت مسکن در شهر اصفهان بررسی نمودند و رحمانی و همکاران (۱۳۸۶) با این رهیافت به بررسی تاثیر سرمایه اجتماعی بر رشد اقتصادی در استان‌های ایران با روش اقتصادسنجی فضایی به این نتیجه رسیدند که با ورود متغیر پرونده‌های مختومه‌ی چک بلامحل که شاخصی برای بیان کاهش اعتماد در تعاملات اقتصادی در نظر گرفته می‌شود، قدرت توضیح دهندگی مدل به میزان ۰/۰۴ درصد افزایش می‌یابد. شهیادی (۱۳۸۴) با بررسی تحلیل فضایی و تقاضای نیروی کار در ایران نتیجه گرفت که عرضه نیروی کار مردان و زنان در سطح استان‌های کشور از وابستگی فضایی برخوردار است. همچنین عرضه نیروی کار زنان نسبت به مردان از وابستگی فضایی و درجه معنی داری کمتری برخوردار است. کسرایی (۱۳۸۵) در مطالعه‌ای با استفاده از اقتصادسنجی فضایی و ابعاد جغرافیایی در قالب چند مدل رشد، نظریه همگرایی را بررسی نموده و نتیجه می‌گیرد که استفاده از روش‌های اقتصادسنجی فضایی و ماتریس وزنی فواصل بین کشورها، اثرات سرریز و روابط فضایی موجود میان کشورها را شفاف‌تر می‌نماید. از جمله مطالعات موردی دیگر با رهیافت اقتصاد سنجی فضایی می‌توان به مطالعات اکبری و فرهمند (۱۳۸۴) اشاره نمود. برای داده‌ها در طول زمان طولانی و با به کار بردن مدل‌های فضاییانسلین (۲۰۱۰) به بررسی و مطالعه اقتصادسنجی فضایی پرداخت. لسج و پس (۲۰۰۹) یک نوع مدل اقتصادسنجی را مورد مطالعه قرار دادند که در آن جمله خطا دارای ماتریس واریانس کواریانس است که به صورت یک ماتریس قطری با n واریانس متفاوت در نظر گرفتند. بایوند و همکاران (۲۰۱۴) مدل‌های اقتصادسنجی فضایی را با رهیافت بیزی تقریبی بررسی کردند و به مقایسه چند مدل اقتصادسنجی فضایی پرداختند. در این مقاله با به کاربردن رهیافت بیزی چند نوع مدل اقتصادسنجی فضایی مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

ساختار مقاله به این‌صورت است که ابتدا در بخش دوم سه مدل معروف اقتصادسنجی فضایی معرفی می‌گردند و در بخش سوم تحلیل

[۱] Gauss- Markov

www.SID.ir

Archive of SID

بیزی یکی از مدل‌ها ارائه می‌شود. نحوه کاربست مدل‌ها و رهیافت معرفی شده در یک مجموعه داده واقعی در بخش چهارم ارائه می‌گردد. در نهایت نتایج و پیشنهادات بیان می‌شوند.

۲ مدل‌های اقتصادسنجی فضایی گاوسی

از سال ۱۹۸۸ مدل‌های فضایی در اقتصادسنجی به کار گرفته شده اند. در اکثر مطالعات اقتصادسنجی فضایی، اثر متقابل فضایی به‌صورت اتورگرسیو مدل‌بندی می‌شوند، به‌طوری‌که مشاهده پاسخ y_i در یک موقعیت معلوم، به مجموع وزن‌ها از مقادیر متغیر در همسایگی خود به علاوه برخی از اثرات (ثابت) دیگر و نوفه تصادفی بستگی دارد. فرض کنید $\boldsymbol{y'} = (y_1, ..., y_n)$ بردار مشاهدات اقتصادی در n موقعیت فضایی $s_1, ..., s_n$ است که مستقل نیستند و وابستگی آن‌ها ناشی از موقعیت قرار گرفتن آن‌ها در ناحیه مورد مطالعه است. همچنین فرض کنید در این مطالعه k متغیر کمکی موجود می‌باشد به طوری $\boldsymbol{x_i'} = (x_{i1}, ..., x_{ik})$ برداری از k متغیر کمکی برای n مشاهده است. مدل مورد نظر برای تحلیل این مشاهدات به صورت $\eta_i = \boldsymbol{x_i'}\boldsymbol{\beta} + u_i$ در نظر گرفته می‌شود، که در آن وابستگی فضایی با اضافه کردن متغیرهای پنهان$\boldsymbol{u} = (u_1, u_2, ..., u_n)$ به مدل در نظر گرفته شده است. $\boldsymbol{\beta}$ بردار پارامترهای رگرسیونی ایجاد شده متناظر با متغیرهای کمکی می‌باشد. فرض می‌شود بردار $\boldsymbol{u}$ دارای توزیع نرمال چندمتغیره با میانگین صفر و ماتریس واریانس - کواریانس Σ است. ساختار فضایی که برای u پیشنهاد شده است، یک مدل اتورگرسیو شرطی[۲] (CAR) به صورت $\Sigma = \sigma^2(I_n - \rho W)^{-1}$ می‌باشد، که در آن W یک ماتریس واریانس - کواریانس معتبر متقارن است.

۱.۲ چند مدل معروف اقتصادسنجی فضایی

یکی از مدل‌هایی که در اقتصادسنجی فضایی کاربرد زیادی دارد، مدل خطای فضایی(SEM)[۳] است که به‌صورت

$$\boldsymbol{y} = X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{u}; \quad \boldsymbol{u} = \rho_{Err} W\boldsymbol{u} + \boldsymbol{e}; \qquad \boldsymbol{e} \sim MVN(0, \sigma^2 I_n)$$

بیان می‌شود. در این‌جا، $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, ..., y_n)'$ برداری از مشاهدات است، X ماتریس طرح با p متغیر کمکی و $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, ..., \beta_p)'$ پارامترهای رگرسیونی هستند، I_n یک ماتریس واحد از بعد $n \times n$ و W یک ماتریس مجاورت سطری استاندارد شده است. ρ_{Err} پارامتر خودهمبستگی فضایی است. علاوه بر این، جمله خطا $\boldsymbol{e}$ شامل مجموع وزنی خطاهای تصادفی در همسایگی‌ها و نوفه تصادفی است، که فرض می‌شود دارای توزیع نرمال چندمتغیره (MVN) با میانگین صفر و ماتریس واریانس-کوواریانس قطری $\sigma^2 I_n$ است. مدل SEM را می‌توان به‌صورت

$$\boldsymbol{y} = X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e'}; \qquad \boldsymbol{e'} \sim MVN(0, \sigma^2(I_n - \rho_{Err}W)^{-1}(I_n - \rho_{Err}W')^{-1}).$$

بازنویسی کرد. این مدل یک شکل عمومی رگرسیون خطی با ماتریس واریانس-کوواریانس غیر قطری برای جمله خطا است. یک مدل مهم دیگر برای مدل‌بندی داده‌های اقتصادسنجی فضایی، مدل تاخیر فضایی[۴] (SLM) می‌باشد، که نوعی مدل اتو رگرسیو همزمان (SAR)[۵] است که در لسج و پس (۲۰۰۹) ارائه شده است. در این مدل، فرض می‌شود متغیر پاسخ به مجموع وزنی پاسخ‌ها در

[۲] Conditional Autoregressive

[۳] Spatial Error Model

[۴] Spatial Lag Model

[۵] Simultaneous Autoregressive

www.SID.ir

Archive of SID

همسایگی‌هایش، متغیرهای کمکی و جمله خطا بستگی دارد و به‌صورت

$$\boldsymbol{y} = \rho_{Lag} W y + X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e'}; \quad \boldsymbol{e'} \sim MVN(۰, \sigma^۲ I_n)$$

بیان می‌شود. این مدل را می‌توان به‌صورت

$$\boldsymbol{y} = (I_n - \rho_{Lag} W)^{-۱} X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e'};\ \boldsymbol{e'} \sim MVN(۰, \sigma^۲ (I_n - \rho_{Lag} W)^{-۱}(I_n - \rho_{Lag} W')^{-۱})$$

بازنویسی کرد. سومین مدلی که به طور گسترده‌ای در مطالعات اقتصادسنجی فضایی به کار می‌رود، مدل دوربین فضایی[۶] (SDM) است که به‌صورت

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y} &= \rho_{Lag} W y + X\boldsymbol{\beta} + WX\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{e'} \\ &= [X, WX][\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}] + \boldsymbol{e'}; \quad \boldsymbol{e'} \sim MVN(۰, \sigma^۲ I_n) \end{aligned} \tag{۱.۲}$$

تعریف می‌شود، که در آن WX متغیرهای کمکی تاخیر فضایی و $\boldsymbol{\gamma}$ بردار ضرایب این متغیرها هستند. بنابراین پاسخ علاوه بر این که به پاسخ‌ها در همسایگی‌اش و متغیرهای کمکی بستگی دارد به مقادیر متغیرهای کمکی همسایگی‌اش وابسته است مدل SDM را می‌توان مانند SLM به‌صورت

$$\boldsymbol{y} = \rho_{Lag} W_y + X^*\boldsymbol{\beta'} + \boldsymbol{e'}; \quad X^* = [X, WX]; \quad \boldsymbol{\beta'} = [\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}],$$

بیان کرد و به شکل

$$\boldsymbol{y} = (I_n - \rho_{Lag} W)^{-۱} X^*\boldsymbol{\beta'} + \boldsymbol{e'}; \quad \boldsymbol{e'} \sim MVN(۰, \sigma^۲ (I_n - \rho_{Lag} W)^{-۱}(I_n - \rho_{Lag} W')^{-۱})$$

بازنویسی کرد. در تمام مدل‌های معرفی شده، جمله خطا گاوسی با میانگین صفر و ماتریس واریانس کوواریانس به شکل SAR در نظر گرفته شده است. مدل‌های SLM و SDM ساختار پیچیده‌تری در قسمت خطی مدل که مربوط به متغیرهای کمکی می‌باشد، دارند. همچنین پارامترهای خودهمبستگی فضایی ρ در بازه $(\frac{۱}{\lambda_{min}}, \frac{۱}{\lambda_{maX}})$ محدود می‌شود که در آن λ_{min} و λ_{maX}، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین مقدار ویژه W هستند. وقتی W به صورت ماتریس سطری تصادفی[۷] استاندارد شده است آن‌گاه $\lambda_{maX} = ۱$ و $\rho < ۱$ است.

۲.۲ تحلیل بیزی مدل‌های اقتصادسنجی فضایی

در این قسمت به مطالعه مدل اقتصادسنجی فضاییSLM با رهیافت بیزی پرداخته می‌شود. فرض کنید مدل به صورت

$$\boldsymbol{y} = \rho_{Lag} W\boldsymbol{y} + X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e} \tag{۲.۲}$$

است، به طوری‌که $\boldsymbol{e} \sim MVN(۰, \sigma^۲ I_n)$ باشد. به منظور ارائه یک تحلیل بیزی برای مدل ۲.۲ نیاز است تا پیشین‌هایی برای پارامترهای مدل اختیار شوند. معمولا استخراج اطلاعات در مورد پیشین و فرمول‌بندی آن به صورت یک توزیع کار مشکلی است. در

[۶] Spatial Durbin Model

[۷] Row-Stochastic Matrix

www.SID.ir

Archive of SID

بی‌اطلاع‌ترین حالت یا اندک اطلاعات تحلیل بیزی با انتخاب پیشین‌هایی انجام می‌شود که اطلاعات اندکی از پیشین در اختیار می‌گذارند. به عنوان مثال می‌توان از پیشین‌های ناآگاهی بخش استفاده کرد. از جمله پیشین‌های ناآگاهی بخش می‌توان به پیشین‌های تخت، جفریز یا توزیع‌های پیشین مبهم اشاره کرد. در این پایان نامه پیشین‌های معمول برای پارامترهای مدل یعنی $\boldsymbol{\beta}$ و σ^2 و ρ_{Lag} در نظر گرفته می‌شود. برای $\boldsymbol{\beta}$ یک توزیع پیشین ناآگاهی بخش از نوع مبهم، یعنی یک توزیع نرمال با واریانس بزرگ و برای σ^2 توزیع پیشین گامای معکوس فرض می‌شوند. بنابراین

$$\begin{aligned}
\pi(\boldsymbol{\beta},\sigma^2) &= \pi(\boldsymbol{\beta}|\sigma^2)\pi(\sigma^2) \\
&= N(c,\sigma^2 T)IG(a,b) \\
&= \frac{b^a}{(2\pi)^{\frac{k}{2}}|T|^{\frac{1}{2}}\Gamma(a)}(\sigma^2)^{-(a+\frac{k}{2}+1)} \\
&\times \exp[\frac{-\{B-c)'T^{-1}(B-c)+2b\}}{2\sigma^2}] \\
\pi(\sigma^2) &= \frac{b^a}{\Gamma(a)}(\sigma^2)^{-(a+1)}\exp(-\frac{b}{\sigma^2}) \quad \sigma^2>0, a, b>0
\end{aligned}$$

و برای پارامتر ρ_{Lag} توزیع یکنواخت به صورت $\pi(\rho_{Lag}) \sim U(\lambda_{min}^{-1}, \lambda_{max}^{-1})$ که در آن λ_{min} و λ_{max} کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین مقدار ویژه W هستند.

اکنون فرض کنید تمام مشاهدات به صورت $D=\{\boldsymbol{y}, X, W\}$ و پارامترهای مدل به صورت $\boldsymbol{\theta}=\{\boldsymbol{\beta},\sigma^2,\rho_{Lag}\}$ در نظر گرفته شوند. تابع درستنمایی برای این مدل SAR به صورت $P(D|\boldsymbol{\beta},\sigma^2,\rho)=(2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}}|A|\exp\{-\frac{1}{2\sigma^2}(A\boldsymbol{y}-X\boldsymbol{\beta})'(A\boldsymbol{y}-X\boldsymbol{\beta})\}$ است، که در آن $A=(I_n-\rho W)$ است. توزیع پسین به صورت

$$\pi(\boldsymbol{\theta}|D)=\frac{\pi(D|\boldsymbol{\theta})\pi(\boldsymbol{\theta})}{\pi(D)}$$

بیان می‌شود و بنابراین می‌توان نوشت $\pi(\boldsymbol{\theta}|D)\propto\pi(D|\boldsymbol{\theta})\pi(\boldsymbol{\theta})$ پس

$$\begin{aligned}
\pi(\boldsymbol{\beta},\sigma^2,\rho_{Lag}|D) &\propto \pi(D|\boldsymbol{\beta},\sigma^2,\rho_{Lag})\pi(\boldsymbol{\beta}|\sigma^2)\pi(\sigma^2)\pi(\rho_{Lag}) \\
&\propto (\sigma^2)^{a^*+(\frac{k}{2})+1}|A| \\
&\times \exp\{-\frac{1}{2\sigma^2}[2b^*+(\boldsymbol{\beta}-c^*)'(T^*)^{-1}(\boldsymbol{\beta}-c^*)]\} \qquad (3.2)
\end{aligned}$$

که در آن

$$\begin{aligned}
c^* &= (X'X+T^{-1})^{-1}(X'A\mathbf{y}+\mathbf{T^{-1}c}) \\
T^* &= (X'X+T^{-1})^{-1} \\
a^* &= a+\frac{n}{2} \\
b^* &= b+\frac{(c'T^{-1}c+\boldsymbol{y'}A'A\boldsymbol{y}-(c^*)'(T^*)^{-1}c^*)}{2} \\
A &= I_n-\rho_{Lag}W
\end{aligned}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود توزیع پسین به صورت حاصل‌ضرب یک توزیع $N(c^*,\sigma^2T^*)$ و گامای معکوس (a^*,b^*) است. اگر در توزیع پسین $\rho=0$ باشد، و بنابراین $A=I_n$ یعنی مدل اقتصادسنجی غیرفضایی در نظر گرفته شود، یا ρ معلوم باشد، آنگاه انتخاب توزیع پیشین $N(c,T)$ برای $(\boldsymbol{\beta}|\sigma^2)$ و توزیع $IG(a,b)$ برای σ^2 که به صورت $\pi(\beta,\sigma^2)\approx N(c,T)IG(a,b)$ خلاصه می‌شود،

www.SID.ir

Archive of SID

منجر به یک توزیع پسین مزدوج $N(c^*, T^*)IG(a^*, b^*)$ خواهد شد. اما در حالت فضایی این نتیجه برقرار نیست و فرم پسین به صورت رابطه ۳.۲ می‌باشد. توزیع پسین ۳.۲ شکل پیچیده‌ای دارد و برای به دست آوردن برآوردهای بیزی پارامترها از الگوریتم‌های $MCMC$ استفاده می‌شود. برای اجرای الگوریتم ابتدا مقادیر اولیه $(\boldsymbol{\beta}_{(0)}, \sigma^2_{(0)}, \rho_{(0)})$ را در نظر بگیرید و $m = 0$ قرار دهید و سپس توزیع‌های شرطی کامل پارامترها به صورت

$$\pi(\boldsymbol{\beta}^{(m+1)}|\sigma^2_{(m)}, \rho_{(m)}, D) \propto \pi(D|\boldsymbol{\beta}, \sigma^2, \rho)\pi(\boldsymbol{\beta}|\sigma^2) = N(c^*, \sigma^2 T^*)$$
$$\pi(\sigma^2)^{(m+1)}|\boldsymbol{\beta}^{(m+1)}, \rho^{(m)}, D) \propto \pi(D|\boldsymbol{\beta}, \sigma^2, \rho)\pi(\sigma^2) = IG(a^*, b^*)$$

توزیع‌های شرطی کامل برای پارامترهای β و σ^2 شکل بسته‌ای دارد و از الگوریتم گیبز برای نمونه‌گیری از توزیع‌های شرطی کامل β و σ^2 استفاده می‌شود. توزیع شرطی کامل برای ρ به‌صورت

$$\begin{aligned}\pi(\rho^{(m+1)}|\boldsymbol{\beta}^{(m+1)}, \sigma^{2(m+1)}, D) &\propto \pi(D|\boldsymbol{\beta}, \sigma^2, \rho)\pi(\rho) \\ &\propto |I_n - \rho W| \exp(-\frac{1}{2\sigma^2}(A\boldsymbol{y} - X\boldsymbol{\beta})'(A\boldsymbol{y} - X\boldsymbol{\beta}) \times I(\rho)\end{aligned}$$

است که شکل مشخصی ندارد و از الگوریتم متروپلیس هاستینگس استفاده می‌شود. برای استفاده از نمونه‌گیری متروپلیس هاستینگس ابتدا باید یک توزیع پیشنهادی [۸] برای $\pi(\rho|\boldsymbol{\beta}, \sigma, D)$ در نظر گرفته شود که مقادیر کاندید ρ از آن تولید شوند. لسج و پس (۲۰۰۹) توزیع پیشنهادی را به صورت نرمال قدم زدن تصادفی پیشنهاد دادند. فرض کنید ρ^c مقداری است که ρ دارد و ρ^* مقدار کاندید است که پذیرفته یا رد می‌شود و احتمال پذیرش به صورت $\psi_H(\rho^c, \rho^*) = \min[1, \frac{\pi(p^*|\boldsymbol{\beta}, \sigma^2)}{\pi(\rho^c|\boldsymbol{\beta}, \sigma^2)}]$ محاسبه می‌گردد. در نهایت بعد از اجرای الگوریتم‌های $MCMC$ فوق توزیع پسین مشخص می‌شود و برآورد بیزی پارامترها از روی میانگین توزیع‌های پسین حاشیه‌های محاسبه شوند.

۳ بررسی یک مجموعه داده واقعی

داده‌های مورد بررسی مربوط به شهر کلمبوس مرکز ایالت اوهایو آمریکا می‌باشد. متوسط سرقت خودرو و دزدی از منازل به عنوان متغیر پاسخ و دو متغیر کمکی متوسط درآمد و متوسط قیمت مسکن در ۴۹ منطقه شهر ثبت شده است. هدف، بررسی تاثیر عوامل متوسط درآمد و متوسط قیمت مسکن بر روی سرقت خودرو و دزدی منازل در این شهر می‌باشد. سه مدل رگرسیون فضایی SLM، SDM و SEM بر روی داده‌ها پیاده‌سازی و از رهیافت بیزی معمولی و الگوریتم $MCMC$ برای تحلیل این سه مدل استفاده گردید، به‌طوری‌که الگوریتم‌های $MCMC$ برای ۵۰۰۰۰ تکرار اجرا شد. نتایج برآورد پارامترها برای سه مدل در جدول ۱ درج شده است. در این جدول میانگین پسین به عنوان برآورد بیزی ارائه شده است و علاوه بر برآورد بیزی چارک‌ها محاسبه شده‌اند. باتوجه به چارک‌های مدل SLM وجود عرض از مبدا، اثرات متغیرهای کمکی و پارامتر خودهمبستگی فضایی تایید می‌شود. در مدل SDM فقط وجود عرض از مبدا و متغیرهای کمکی معنی‌دار است و در مدل SEM وجود عرض از مبدا، اثرات متغیرهای کمکی و پارامتر خودهمبستگی فضایی تایید می‌شود. برای مقایسه سه مدل معیار مدل گزینی DIC به کارگرفته شد. مقدار این معیار برای سه مدل SDM، SLM و SEM به ترتیب ۳۷۸/۰۳۲، ۳۷۶/۳۳۶ و ۳۷۸/۳۱۰ به دست آمد. همچنین با استفاده از مدل‌های بیزی برآورد شده مقادیر متغیر پاسخ

[۸] Proposal Distribution

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۱: نتایج مدل رگرسیون فضایی SLM با رهیافت بیزی معمولی و الگوریتم $MCMC$

پارامتر	برآورد	انحراف معیار	چارک اول	چارک دوم	چارک سوم
ρ_{Lag}	۰/۳۸۴	۰/۱۳۳	۰/۱۰۸	۰/۳۸۸	۰/۶۳۷
$\beta_{\circ}$	۴۷/۸۳۲	۸/۴۱۰	۳۱/۶۹۲	۴۷/۶۲۲	۶۴/۸۳۲
β_{INC}	−۱/۰۹۵	۰/۳۵۳	−۱/۷۹۸	−۱/۰۹۳	−۰۳۹۸
β_{HOVAL}	−۰/۲۷۱	۰/۰۹۴	−۰/۴۵۶	−۰/۲۷۱	−۰/۰۸۵
نتایج مدل رگرسیون فضایی SDM					
ρ_{Lag}	۰/۳۴۰	۰/۱۷۷	−۰/۰۲۳	۰/۳۴۹	۰/۶۶۶
$\beta_{\circ}$	۴۸/۶۵۳	۱۴/۶۹۳	۲۱/۱۶۰	۴۸/۱۴۷	۷۸/۲۸۸
β_{INC}	−۰/۹۵۷	۰/۳۷۷	−۱/۷۰۰	−۰/۹۵۹	−۰/۲۲۷
β_{HOVAL}	−۰/۳۰۰	۰/۰۹۹	−۰/۴۹۴	−۰/۲۹۸	−۰/۱۰۷
γ_{INC}	−۰/۶۹۵	۰/۶۳۹	−۱/۹۹۱	−۰/۶۷۹	۰/۵۵۷
γ_{HOVAL}	۰/۲۶۲	۰/۱۹۸	−۰/۱۱۵	۰/۲۶۱	۰/۶۵۴
نتایج مدل رگرسیون فضایی SEM					
ρ_{Err}	۰/۵۲۹	۰/۱۷۱	۰/۱۵۱	۰/۵۴۶	۰/۸۱۷
$\beta_{\circ}$	۶۰/۸۹۲	۶/۶۳۹	۴۷/۱۰۶	۶۱/۰۹۹	۷۳/۳۴۱
β_{INC}	−۰/۹۹۵	۰/۴۰۰	−۱/۸۰۵	−۰/۹۸۳	−۰/۲۳۰
β_{HOVAL}	−۰/۳۰۸	۰/۰۹۷	−۰/۴۹۸	−۰/۳۰۹	−۰/۱۱۷

در ۴۹ موقعیت، برازش و مقادیر مجذور میانگین مربع خطا [۹] (RMSE) برای سه مدل محاسبه گردید که برای سه مدل فوق به ترتیب ۹/۹۷۹، ۹/۷۹۶ و ۹/۹۹۸ به دست آمد. بنابراین مدل SLM از دو مدل رگرسیون فضایی دیگر بهتر عمل نموده است.

بحث و نتیجه‌گیری

در مدل‌های اقتصادسنجی فضایی به دلیل وجود تعداد زیادی متغیرهای پنهان و گاهی ناگاوسی بودن پاسخ، تابع درستنمایی شکل بسته‌ای ندارد و استفاده از رهیافت ماکسیمم درستنمایی با مشکلاتی مواجه می‌گردد. در این مقاله سه مدل اقتصادسنجی فضایی که کاربرد بیشتری در عمل دارند بیان گردید و تحلیل بیزی مدل‌های اقتصادسنجی ارائه شد و برروی یک مجموعه داده واقعی سه مدل و رهیافت بیزی مورد مطالعه قرار گرفت. در عمل حجم داده‌های اقتصادی زیاد است و روش‌های بیزی و استفاده از الگوریتم‌های مونت‌کارلویی نیز ممکن است با مشکلاتی مثل عدم یا کندی همگرایی مواجه گردد. برای رفع این مشکل می‌توان روش‌های بیزی تقریبی را جایگزین رهیافت بیزی معمولی نمود. همچنین در این مدل‌ها برای راحتی محاسبات متغیرهای پنهان با توزیع نرمال مدل‌بندی می‌شوند که گاهی فرض نادرست و گمراه‌کننده‌ای می‌باشد. یکی دیگر از پیشنهادات نویسندگان استفاده از توزیع‌های انعطاف‌پذیرتر مثل توزیع‌های چوله است.

مراجع

اکبری، ن. و توسلّی، ن.(۱۳۸۷)، تحلیل تاثیر عوارض شهرداری‌ها بر قیمت مسکن: مطالعه‌ی موردی شهر اصفهان (یک رهیافت اقتصادسنجی فضایی)، فصلنامه بررسی‌های اقتصادی. ۶۷-۴۷.

رحمانی، ت. ، عباسی نژاد، ح. و امیری، م.(۱۳۸۶)، بررسی تاثیر سرمایه اجتماعی بر رشد اقتصادی ایران؛ مطالعه موردی استان‌های کشور با روش اقتصادسنجی فضایی، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی. ۲، ۳۳-۲۴.

[۹] Root Mean Square Error

www.SID.ir

Archive of SID

شهیادی، س.(۱۳۸۴) تحلیل فضایی و تقاضای نیروی کار در ایران.، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی. سال ششم، **۲۵**، ۸۵-۷۲.

کسرایی، ا. (۱۳۸۵) ،نظریه هم‌گرایی، وابستگی فضایی و رشد منطقه‌ای، مجله تحقیقات اقتصادی، **۷۷**، ۱۶-۲۵.

اکبری، ن. فرهمند، ش. (۱۳۸۴). همگرایی اقتصادی کشورهای اسلامی و بررسی سرریزهای منطقه‌ای با تاکید بر نقش منتخبی از کشورهای حوزه خلیج فارس: مطالعه‌ای بر مبنای اقتصادسنجی فضایی،پژوهشنامه بازرگانی، **T۳۴** شماره ۳۴، ۳۲-۱.

Anselin, L.(2010), Thirty years of Spatial Econometrics, *Pap. Reg. Sci*, 89, 3-25.

Anselin, L. (1988), *Spatial Econometrics: Method and Models In: Studies in Operational Regional Science*, Springer.

Beugelsdijk, Sjored and Van Schaik, Ton. (2005), Does Social Capital Have an Economics Pay-off: A Cross Investment, *Europen Journal of Political Economy*, 36 :98-112.

Bivand R.s., Gómez-Rubiob, V. and Rue, H. (2014), Approximate Bayesian inference for spatial econometrics models, *Spatial Statistics*, 9, 146–165

Cliff, A. D., Ord ,J. K. (1981), *Spatial Processes: Models and Applications*, Piion.

Knack, S. and Keefer. P. (1997), Does Social Capital Have an Economics Pay-off: A Cross Investment, *Quarterly Journal of Economic*. 1251-1288.

Nelder, J., Wedderburn, R. (1972), Generalized linear models, *J.Roy. statist. Soc. Ser*, 135, 370-384.

LeSage, J.(1999), *Spatial Econometrics*, *Department of Economics University of Toledo*, .

LeSage, J., Pace, R.K., (2009), Introduction to Spatial Econometrics, *Chapman & Hall/CRC.*

LeSage, J.P., Pace, R. K., Lam, N., Campanella, R., Liu, X. (2011), New Orlean business recovery in the aftermath of hurricane Katrina, *J. Roy. Statist. Soc. Ser. A,* 174(4), 1007-1027

Oates, W. E. and Schwap, R.M. (1997) , The Impact of Orban Land Taxation: The Pittsburgh Experience, *National Tax Journal* . 50: 1-21.

www.SID.ir