سیزدهمین کنفرانس آمار ایران
۴-۲ شهریور ۱۳۹۵

روش های بیز ناپارامتری در آنالیز قابلیت اعتماد با استفاده از آمیخته ای از توزیع های وایبل

صغری بهلوری حجار [۱] ، سلیمان خزائی[۲]
[۱] دانشگاه رازی کرمانشاه
[۲] دانشگاه رازی کرمانشاه

چکیده: در این مقاله ابتدا به معرفی یکی از مدل های بیز ناپارامتری یعنی مدل آمیخته فرآیند دیریکله می پردازیم. با استفاده از این مدل با هسته وایبل و با در نظر گرفتن هر دو پارامتر شکل و مقیاس توزیع در استنباط، به مدل انعطاف پذیری دست می یابیم که این مدل منجر به یک برازش خوب برای داده های سپر بادی گردید. در امر مدل سازی، محاسباتی که شامل بدست آوردن توزیع های شرطی است، از روش های شبیه سازی $MCMC$، کمک می گیریم. با در نظر گرفتن مدل فرآیند دیریکله به عنوان مدلی برای داده ها، تابع چگالی پسین (مدلی برای توزیع جامعه)، تابع پسین قابلیت اعتماد و تابع پسین نرخ شکست را محاسبه و در پایان نتایج را برای داده های سپرهای بادی بکار می بریم.

واژه‌های کلیدی: بیز ناپارامتری، مدلهای آمیخته، فرآیند دیریکله، قابلیت اعتماد و داده های سانسور شده.
کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): 99X99، 99X99، 99X99.

۱ مقدمه

کیفیت یک محصول به عوامل مختلفی بستگی دارد که یکی از آن ها قابلیت اعتماد محصول است. از لحاظ آماری تابع قابلیت اعتماد بصورت زیر تعریف می شود.

$$R(t) = P(X > t) = ۱ - F(t)$$

یکی دیگر از کمیت های مورد محاسبه در مسائل قابلیت اطمینان برآورد تابع نرخ شکست است

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

[۱] صغری بهلوری حجار : bohlurihajjar.soghra@stu.razi.ac.ir

که تابع $F(.)$ تابع توزیع و تابع $f(.)$ تابع چگالی است.

مدلی که برای محصولات در نظر گرفته می شود به عواملی زیادی بستگی دارد که این عوامل قابلیت اعتماد آن محصول را از دیگر محصولات متفاوت می سازد. به عبارت دیگر قابلیت اعتماد از چند توزیع متفاوت حاصل می شود. در این گونه موارد از آمیخته ای از توزیع ها برای مدل سازی قابلیت اعتماد محصولات استفاده می شود. در این مقاله برای مدل سازی از مدل آمیخته ای استفاده می شود که هسته آن توزیع وایبل است. این توزیع کاربردهای زیادی در مدل سازی قابلیت اعتماد دارد و از وزن های تصادفی ای برای آمیختن استفاده می شود که فرآیند دیریکله به عنوان پیشین برای این وزن ها در نظر گرفته شده است. از این رو این مدل را مدل آمیخته فرآیند دیریکله می نامیم که در بخش بعدی این مدل را معرفی می کنیم.

ما در اینجا به مدل کاملا ناپارامتری ای می پردازیم که جزء رگرسیونی در آن وارد نمی شود. برای دیدن مثال هایی با جزء رگرسیونی به ابراهیم و همکاران (۲۰۰۱) مراجعه نمائید. برحسب اینکه پیشین وزن های آمیخته چه توزیعی داشته باشند در سوسارلا و ون رزین (۱۹۷۶) از فرآیند دیریکله، فرگوسن و فادیا (۱۹۷۹) از کلاس فرآیند های خنثی به راست، فرگوسن (۱۹۷۴) و لاوین (۱۹۹۲) از فرآیند درخت پولیا و بالاخره واکر و مولیر (۱۹۹۷) از فرآیند بتا استیسی[۱] به عنوان پیشین برای وزن ها در مدل آمیخته استفاده کرده اند.

مدل های آمیخته فرآیند دیریکله کلاس غنی ای از مدل های بیز ناپارامتری را تشکیل می دهد. علیرغم محبوبیت این مدل ها، کارهای نسبتا کمی در مدل های آمیخته فرآیند دیریکله با توزیع هایی با تکیه گاه[۲] اعداد حقیقی مثبت باشد انجام گرفته است برخی از این کارها انجام شده عبارتند از کوتاس (۲۰۰۶)، کو و والیک (۱۹۹۷) کوتاس و گلفاند (۲۰۰۱) و مریک و همکاران (۲۰۰۳). در این مقاله ما به مدل سازی تابع قابلیت اعتماد با استفاده از مدل آمیخته فرآیند دیریکله با هسته وایبل با هر دو پارامتر شکل و مقیاس هسته وایبل می پردازیم. در واقع اولین بار کوتاس (۲۰۰۶) از مدل آمیخته فرآیند دیریکله با هسته وایبل برای تحلیل بقا استفاده کرده است و بسیاری از روش های مورد استفاده در این مقاله از این منبع الهام گرفته شده است. ساختار مقاله حاضر بدین صورت سازمان یافته است، در بخش بعدی بطور کلی به مدل های آمیخته فرآیند دیریکله می پردازیم. بخش ۳ شامل یک مدل آمیخته بیز ناپارامتری برای داده های قابلیت اعتماد است که بطور خاص معرفی می شود. در بخش ۴ استنباط پسین را خواهیم داشت و در بخش ۵ مدل را به داده های واقعی برازش می دهیم و در نهایت به نتیجه گیری کلی مقاله پرداخته می شود.

۲ مدل های آمیخته فرآیند دیریکله

فرآیند دیریکله عبارت است از توزیعی که روی توزیع های احتمال تعریف می شود. طبق تعریف فرگوسن (۱۹۷۳, ۱۹۷۴) فرض کنید G یک توزیع احتمال باشد که روی فضای اندازه Θ تعریف شده است. فرآیند دیریکله که آن را با DP نشان می دهیم توزیعی است که روی تمام چنین توزیع هایی تعریف می شود. یک DP دارای دو مشخصه پارامتر تمرکز ν و توزیع پایه $G_۰$ است . هرگاه گوئیم $G \sim DP(\nu G_۰)$ و بدین معنی است که که به ازای هر افراز متناهی و اندازه پذیر از داشته باشیم:

$$G(\theta_۱), ..., G(\theta_k) \sim Dir(\alpha G_۰(\theta), ..., \alpha G_۰(\theta_k))$$

یک تعریف ساختاری از فرآیند دیریکله بعنوان یک اندازه احتمال تصادفی توسط ستورامان (۱۹۹۴) ارائه شده است که اساس آن به ذات گسسته بودن فرآیند دیریکله بر می گردد. با توجه به این تعریف اگر G دارای توزیع دیریکله باشد، آنگاه $G(.) = \sum_{h=۱}^{\infty} w_h \delta_{m_h}(.)$.

[۱] Beta-stacy

[۲] support

در این ساختار m_hها نمونه های تصادفی از توزیع هسته فرآیند دیریکله یعنی $G_\circ$ هستند و وزن ها نیز از رابطه زیر بدست می آیند:

$$w_h = z_h \prod_{l<h}(1 - z_l) \qquad z_h \sim Be(1, \nu)$$

یک مدل آمیخته فرآیند دیریکله، MDPمدلی است با یک هسته پارامتری و یک توزیعی ای که برای آمیختن مورد استفاده قرار می گیرد که فرآیند دیریکله یک پیشین برای این توزیع است. با توجه به تعریف فرآیند دیریکله، یک مدل آمیخته فرآیند دیریکله بصورت زیر تعریف می شود

$$F(.;G) = \int K(.|\theta)G(d\theta) \tag{1.2}$$

بطوریکه $K(.|\theta)$ تابع توزیع هسته پارامتری آمیخته و G دارای توزیع دیریکله با پارامتر ν و $G_\circ$ است. اگر $k(.|\theta)$، چگالی متناظر $K(.|\theta)$ باشد، آنگاه چگالی آمیخته تصادفی در رابطه (۱.۲) بصورت زیر است.

$$f(.;G) = \int k(.|\theta)G(d\theta)$$

بطور معادل یک مدل آمیخته فرآیند دیریکله با وزن های G و پارامترهای ν و $G_\circ$ برای فرآیند دیریکله را می توان به صورت یک مدل سلسله مراتبی با پارامترهای پنهان θ_i متناظر با Y_i با بردار داده $D = \{Y_i, = 1, ..., n\}$ بصورت زیر معرفی کرد.

$$\begin{aligned}
&Y_i|\theta_i \sim K(.|\theta_i) \qquad i = 1, ..., n \\
&\theta_i|G \sim G \qquad i = 1, ..., n, \\
&G|\nu, \phi \sim DP(\nu G_\circ); \quad G_\circ = G_\circ(.|\phi) \\
&\nu, \phi \sim [\nu][\phi]
\end{aligned}$$

که پیشین های$[\nu]$ و $[\phi]$مستقل از $G_\circ$ هستند. (نماد [] را برای توزیع های شرطی و حاشیه ای بکار می بریم.)
یک روش برازش مدل بر مبنای شبیه سازی برای مدل های دیریکله آمیخته، حاشیه ای کردن رابطه سلسله مراتبی بالا برحسب G است. با استفاده از نمایش کیسه پولیا برای فرآیند دیریکله می توان پیشین حاشیه ای $[\theta_1, ..., \theta_n|\nu, \phi]$ را بدست آورد و با استفاده از نمونه گیری گیبس[۳] می توان پسین با بعد متناهی $[\theta_1, ..., \theta_n, \nu, \phi|D]$ را محاسبه کرد. این روش نمونه گیری زمانی مفید است که بتوان $\int k(.|\theta)G_\circ(d\theta)$ را محاسبه کرد. این هم زمانی میسر است که بتوان فرم یک توزیع را برای $k(.|\theta)g_\circ(\theta)$ بدست آورد که در آن $g_\circ$ تابع چگالی متناظر با تابع توزیع $G_\circ$ است.

۳ مدل آمیخته بیز ناپارامتری برای قابلیت اعتماد

همان طور که گفتیم برای یک مدل آمیخته فرآیند دیریکله به یک هسته پارامتری نیاز داریم که به توزیع جامعه تقریبا نزدیک بوده و تکیه گاه آن با داده ها همخوانی داشته باشد. در مسائل قابلیت اعتماد انتخاب هسته از حساسیت بیشتری برخوردار است، به ویژه از لحاظ انعطاف پذیر بودن شکل تابع چگالی، چند نمائی بودن، کجی، چولگی و... . بطور خاص ما به دنبال مدل های آمیخته ای هستیم که

[۳] Gibbs sampling

قابلیت داشتن تابع خطر یکنوا و غیر یکنوا را داشته باشند. هسته های وایبل، گاما و لگ نرمال این خواص را دارند. در مسائل قابلیت اعتماد و برای برآورد تابع قابلیت اعتماد و دیگر خواص مناسب در این زمینه توزیع وایبل بنظر مناسب می رسد. چون در این توزیع تابع خطر شرایط فوق را دارد و همچنین از توزیع گاما سریعتر صعود می کند و از همه مهمتر اینکه تابع قابلیت اعتماد آن فرم بسته دارد و از نظر محاسباتی نیز جالب توجه می باشد. از آنجائی که در کاربرد هایی در زمینه قابلیت اعتماد، وجود داده های سانسور شده امری اجتناب ناپذیر است، یکی دیگر از مزایای این انتخاب این است که برای نمونه هایی با مشاهدات سانسور شده نیز مناسب می باشد که در بخش تحلیل داده های واقعی به مدل سازی داده هایی می پردازیم که مشاهدات سانسور شده نیز در بین مشاهدات به چشم می خورد.

مدل مورد استفاده ما در این مقاله مدل آمیخته فرآیند دیریکله با هسته وایبل است که درآن

$$K_W(t|\alpha,\lambda) = ۱ - exp(-\frac{t^\alpha}{\lambda})$$

تابع توزیع هسته وایبل با پارامتر شکل $\alpha > ۰$ و پارامتر مقیاس $\lambda > ۰$ است و همچنین تابع چگالی این هسته را بصورت زیر داریم

$$k_W(t|\alpha,\lambda) = \frac{\alpha}{\lambda} t^{\alpha-۱} exp(-\frac{t^\alpha}{\lambda})$$

بنابراین تابع توزیع جامعه مورد نظر ما تحت مدل آمیخته فرآیند دیریکله بصورت زیر معرفی می شود

$$F(.;G) = \int K_W(.|\alpha,\lambda) G(d\alpha, d\lambda).$$

بطوریکه $G \sim DP(\nu, G_۰)$ است. ما در اینجا هردو پارامتر شکل و مقیاس هسته وایبل را در مدل آمیخته در نظر بگیریم که در این صورت مدل انعطاف پذیری بیشتری خواهد داشت و دامنه گسترده تری از شکل های توزیعی را در بر خواهد گرفت.

توزیع پایه $G_۰$ یک مدل آمیخته فرآیند دیریکله اغلب طوری اننتخاب می شود که تحلیل پسین آسان، مدل انعطاف پذیر و اطلاعات پیشین از طریق پارامترهای $G_۰$ منتقل شوند. اگرچه در اینجا $G_۰$ای که فرم بسته ای برای انتگرال $\int k_W(.|\alpha,\lambda) G_۰(d\alpha, d\lambda)$ داشته باشد، در دسترس نیست ولی انتخاب

$$G_۰(\alpha,\lambda|\phi,\gamma) = \mathtt{Uniform}(\alpha|۰,\phi) \times IG(\lambda|d,\gamma)$$

برای اهدافی که در نظر داریم مناسب است. برای پارامتر d عدد ۵ را انتخاب می کنیم که واریانس توزیع گامای معکوس بینهایت شود و γ وϕ مقادیر تصادفی را اختیار می کند.

فرض می کنیم که γ و ϕ از توزیع های پیشین به ترتیب گاما و پارتو می آیند که در ضمن نمونه گیری گیبس بروز می شوند. همچنین برای ν نیز توزیع گاما در نظر می گیریم و فرض می کنیم که این سه متغیر تصادفی یعنیν، ϕ و γ از یکدیگر مستقل هستند. در نهایت مدل سلسله مراتبی ما بصورت زیر خواهد بود

$$\begin{aligned}
&T_i|\alpha_i,\lambda_i \sim k_W(t_i|\alpha_i,\lambda_i) \quad i=۱,...,n \\
&(\alpha_i,\lambda_i)|G \sim G \qquad i=۱,...,n, \\
&G|\nu,\gamma,\phi \sim DP(\nu G_۰) \qquad (۱.۳)\\
&\nu,\gamma,\phi \sim Gamma(\nu|a_\nu,b_\nu) Gamma(\gamma|a_\gamma,b_\gamma) Pareto(\phi|a_\phi,b_\phi)
\end{aligned}$$

که در اینجا t_i ها زمان های شکست است، بدون اینکه داده های سانسور شده و غیر سانسور شده را از هم جدا کنیم و همچنین $Gamma(.|a,b)$ نشان دهنده توزیع گاما با میانگین $\frac{a}{b}$است.

۴ استنباط پسین

در یک مسئله قابلیت اعتماد فرض کنید $n = n_o + n_c$ نمونه داریم که شاملn_o زمان شکست بدون سانسور t_{i_o} و n_cزمان شکست سانسور شده از راست z_{i_c} باشد. همان طور که در بخش قبلی گفته شد، برازش مدل برپایه شبیه سازی برای مدل هایی بفرم مدل (۱.۳) که با انتگرال گیری نسبت به G و در واقع حاشیه ای کردن نسبت به آن انجام می شود. در اینجا با انجام این کارنیاز به تولید نمونه از توزیع پسین متغیر تصادفی $[(\alpha_1, \lambda_1), ..., (\alpha_n, \lambda_n), \nu, \gamma, \phi|D]$میی باشد که درآن $D = \{t_1, ..., t_{n_o}, z_1, ..., z_{n_c}\}$ که با استفاده از نمونه گیری گیبس آن را بدست می آوریم. برای جزئیات بیشتر نحوه محاسبات می توانید به وست و همکاران (۱۹۹۴) و بوش و مک ایچرن (۱۹۹۶) مراجعه نمائید.

از آنجائی که تابع قابلیت اعتماد توزیع وایبل فرم بسته دارد، می توان داده های سانسور شده را نیز بطور هم زمان در نمونه گیری گیبس شرکت دهیم. با انجام نمونه گیری گیبس می توان نمونه هایی از $[(\alpha_1, \lambda_1), ..., (\alpha_n, \lambda_n), \nu, \gamma, \phi|D]$ به دست آورد که از آن در محاسبه پسین تابع قابلیت اعتماد استفاده می کنیم.

۱.۴ تعیین پیشین

در این قسمت به تعیین پیشین ها برای پارامترهای ν ، γ و ϕ می پردازیم . در مدل آمیخته فرآیند دیریکله، پارامتر ν توزیع تعداد عناصر مجزای بردار $((\alpha_1, \lambda_1), ..., (\alpha_n, \lambda_n))$ و در نتیجه تعداد اجزای مجزای مدل آمیخته را مشخص می کند.(برای جزئیات بیشتر به آنتونیاک (۱۹۷۴)و همچنین اسکوبار و وست (۱۹۹۵) مراجعه نمائید.)

داشتن اطلاع در مورد تعداد عناصر مجزا می تواند به تعیین پیشین کمک کند. تجربه کارکردن با مدل آمیخته فرآیند دیریکله با داده های واقعی و شبیه سازی شده قبلی، نشان داده است که در نمونه های بزرگ و متوسط $(n > 50)$ پسین داده ها از مقدار ν اثر می پذیرد، یعنی با تغییر در مقادیر ν پسین داده ها تغییر قابل توجهی خواهد داشت، و می بایست در انتخاب ν به داده ها توجه داشت. در توزیع پیشین ϕ مقدار$a_\phi = 2$ و در توزیع پیشین γ مقدار $a_\gamma = 5$ را انتخاب می کنیم و برای انتخاب b_γ و b_ϕ مدل پارامتری

$$t_i|\alpha, \lambda \sim K_W(t_i|\alpha, \lambda), \quad (\alpha, \lambda)|\gamma, \phi \sim G_0$$

را در نظر می گیریم سپس توزیع حاشیه ای γ و ϕ را به ترتیب براساس توزیع های آنها یعنی $Gamma(5, b_\gamma)$ و $Pareto(2, b_\phi)$ بدست می آوریم که داریم

$$[\lambda] = 2b_\gamma/\{(1 + \lambda b_\lambda)^3\} \qquad \lambda > 0$$

$$[\alpha] = 2b_\phi^2/\{3(max\{\alpha, b_\phi\})^3\} \qquad \alpha > 0$$

حال با استفاده از حدس های پیشین برای میانه و برد چارکی جامعه، مقادیر $\widehat{\alpha}$ و $\widehat{\lambda}$ را براساس توزیع وایبل محاسبه می کنیم، سپس میانه های توزیع های حاشیه ای $[\lambda]$ و $[\alpha]$ را به ترتیب برابر با $\widehat{\alpha}$ و $\widehat{\lambda}$ قرار می دهیم تا مقادیر b_γ و b_ϕ بدست آید.

۵ تحلیل داده های شکست سپر بادی صنایع هوایی

در این بخش مدل آمیخته فرآیند دیریکله را به یک مجموعه داده واقعی برازش می دهیم. این داده ها مربوط به زمان شکست یک مدل خاص از سپر بادی در صنایع هوایی است که ما در این جا می خواهیم از روش بیز ناپارامتری و با استفاده از مدل آمیخته فرآیند دیریکله

با هسته وایبل تابع قابلیت اعتماد، میانگین زمان شکست $(MTTF)$ و همچنین تابع خطر را برای این محصول برآورد می کنیم. از آنجایی که در روحی و همکاران(۲۰۱۵) مدلی آمیخته از دو توزیع وایبل را به این داده ها برازش داده اند و مدل آمیخته فرآیند دیریکله تعمیمی از این مدل است و در واقع با توجه به جدول و نمودار های ۱و۲ مدل بهتری نیز می باشد.

۱.۵ داده ها

داده ها از روحی و همکاران (۲۰۱۵)گرفته شده است که در اصل این داده ها برای اولین بار در بلیشک و مورتی (۲۰۰۰) گزارش شده اند. داده ها شامل ۸۸ زمان شکست و ۶۵ زمان سانسور شده از ۱۵۳ مشاهده است. در اینجا زمان سانسور شده به این معناست که سپر بادی در آن زمان مشاهده شکست نداشته است. واحد مقیاس اندازه گیری زمان نیز ۱۰۰۰ ساعت است.

۲.۵ شبیه سازی

همان طور که در بخش ۲ آمده است برای برازش مدل سلسله مراتبی در رابطه (۱.۳) کافی است که پسین توزیع را محاسبه نمود که چون می بایست نمونه ای از یک توزیع شرطی بگیریم روش نمونه گیری گیبس در اینجا مناسب است . در زیر الگوریتم کلی این روش نمونه گیری در مساله مورد نظر ما آمده است.

الگوریتم ۱. الگوریتم گیبس

- (مقادیر اولیه) تولید مقادیر پارامتر از توزیع اولیه آنها که در اینجا (α, λ) از G_0 تولید می شوند و پارامترهای ν و γ و ϕ به ترتیب از توزیع های گاما, نمایی و پارتو تولید می کنیم.
- (بروز رسانی) در حین انجام برنامه پارامترهای جدید جایگزین پارامترهای قبلی شده و اصطلاحا بروزرسانی می شوند.
- (محاسبه کمیت مورد نیاز) در هر تکرار تابع مورد نظر که می تواند تابع قابلیت یا تابع چگالی باشد، محاسبه می شود.

تعداد تکرار برای تولید پسین داده ها برابر با ۱۰۰۰ تکرار است و تعداد تکرار ها در بدست آوردن مقادیر میانگین مورد استفاده در شبیه سازی ۱۰۰۰۰ بار در هر مرحله است.

۳.۵ برازش مدل آمیخته فرآیند دیریکله به داده ها

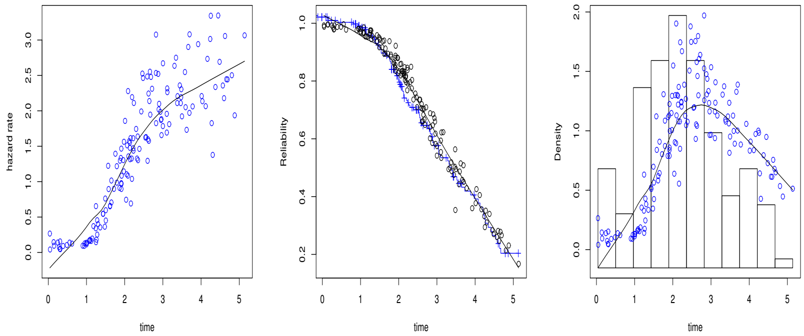
برای برازش مدل آمیخته فرآیند دیریکله که یکی از معروفترین و پر کاربردترین مدل بیز ناپارامتری است، ابتدا بایستی برای پارامترها توزیع پیشین مناسب را انتخاب کنیم. همان طور که در بخش قبل نحوه انتخاب پیشین توضیح داده شد مطابق با همان شیوه و با توجه به داده های شکست سپر بادی به تعیین پارامترهای پیشین برای پارامترهای γ و ϕ و همینطور ν می پردازیم. قبلا گفتیم که برای پارامتر γ توزیع گاما در نظر می گیریم و به ترتیب برای ν و ϕ از توزیع های گاما و توزیع پارتو استفاده می کنیم. با توجه به داده های سپر بادی از آنجایی که میانه و برد چارکی داده ها برابر با ۲.۲۲ و ۱.۶ بدست آمد، برای γ توزیع گاما با پارامترهای ۵ و ۰.۰۳ و همچنین برای ϕ توزیع پارتو با پارامتر ۲ و ۸ در نظر گرفته می شود.

در شکل ۱ (راست) هیستوگرام داده ها به همراه نقاط پسین تابع چگالی آورده شده است که همان طور که مشاهده می شود مقادیر چگالی پسین که در واقع مدلی برای داده های سپر بادی است بخوبی به داده ها برازش داده شده است. همچنین منحنی تقریبی برای

این نقاط پسین در شکل آمده است. در روحی و همکاران (۲۰۱۵) مدلی با استفاده از آمیخته ای از دو توزیع وایبل به داده های سپر بادی برازش داده شده اند، که در واقع حالت خاصی از مدل آمیخته فرآیند دیریکله است. میانگین زمان شکست ($MTTF$) با توجه به مدل فرآیند دیریکله برابر با ۲.۳۶۱۶ است که بسیار به مقدار ناپارامتری آن یعنی میانگین زمان های شکست داده شده که برابر ۲.۳۶۸۲ است، نزدیک است.

شکل ۱ (وسط) نمودار تابع قابلیت اعتماد ناپارامتری یا نمودار کاپلان مایر[۴] را به همراه پسین تابع قابلیت اعتماد که در واقع از کم کردن تابع توزیع پسین آمیخته فرآیند دیریکله از عدد ۱ بدست آمده است، نشان می دهد. با توجه به این شکل می توان گفت که دو تابع تقریبا به هم شبیه اند، که با توجه به نزدیکی تابع چگالی پسین به هستوگرام داده ها وقوع چنین شباهتی دور از تصور نبوده است.

و در نهایت نمودار سوم از شکل ۱ (سمت چپ) نمودار پسین تابع نرخ شکست است که در محاسبه آن از پسین تابع چگالی و پسین تابع توزیع تحت مدل آمیخته فرآیند دیریکله استفاده شده است. همان طور که در شکل آمده است تابع نرخ شکست این مدل یکنوا و صعودی است.



شکل ۱: به ترتیب از راست به چپ توابع پسین چگالی، قابلیت اعتماد و نرخ شکست

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله به مدل سازی در حوزه قابلیت اعتماد با استفاده از روش هایی بیز ناپارامتری و به طور خاص مدل آمیخته فرآیند دیریکله پرداختیم. مدل آمیخته فرآیند دیریکله با هسته وایبل و با حضور هر دو پارامتر شکل و مقیاس ویژگی های خوبی دارد(مثلا گوناگونی شکل های تابع چگالی، امکان استفاده از مشاهدات سانسور شده و..) که یکی از مدل های مناسب در حوزه قابلیت اعتماد است. ما از این مدل برای برازش به داده های سپر بادی استفاده کردیم و همچنین توانستیم شاخص های قابلیت اعتماد مثل تابع قابلیت اعتماد و تابع نرخ شکست و همچنین کمیت میانگین زمان شکست را محاسبه نمائیم. در بخش شبیه سازی از روش نمونه گیری گیبس که الگوریتم آن در متن آمده است، برای تولید نمونه هایی از توزیع پسین توابع مورد نیاز بهره بردیم.

[۴] Kaplan-Meier

مراجع

Feller W. (1972), *An introduction to probability theory and its applications,* New York, John Wiley.

Ibrahim,J.G.,Chen, M-H., Sinha,D.,(2005) *Bayesian survival analysis,* Springer,New York.

Ferguson, T.S., (1973) A bayesian analysis of some nonpsrametric problems.*J. Ann. Statist.* 1, 209 - 230.

Ferguson, T.S., (1974) Prior distributions on spaces of probability measures.*J. Ann. Statist.* 2, 615 - 629.

Ferguson, T.S., Phadia, E.G.,(1979) Bayesian nonparametric estimation based on censored data.*J. Ann. Statist.* 7, 163 - 186.

Kottas A., (2004) Nonparametric Bayesian survival analysis using mixtures of Weibull distributions.*J. Stat. Plan. Infer.* 136, 578- 596.

Lavin, M., (1992) Some aspects of Polya tree distributions for statistical modelling.*J. Ann. Statist.* 20, 1222 - 1235.

uhi:2015 Ruhi, S., S. Sarker, and M. R. Karim.(2015), Mixture models for analyzing product reliability data: a case study, *SpringerPlus.* 4.1,1-14.

Sethuraman, J., (1994) A constructive definition of Dirichlet priors.*Statist. Sinica.* 4, 639 - 650.

Susarla, V., Van Ryzin, J., (1976) Nonparametric bayesian estimation of survival cuves from incomplete observations.*J. Amer. Statist. Assoc.* 71, 897 - 902.

Walker s., Muliere,P., (1997) Beta-Stacy processes and a genarlization of the polya-urn scheme.*J. Ann. Statist.* 25, 1762 - 1780.