سیزدهمین کنفرانس
آمار ایران
۴-۲ شهریور ۱۳۹۵

تحلیل بیزی مدل‌های بقا با اثرات تصادفی فضایی

کیومرث مترجم[۱,۲]، محسن محمدزاده[۱]، آمنه آبیار[۱]

[۱]گروه آمار، دانشگاه تربیت مدرس

[۲]گروه آمار، موسسه آموزش عالی غیرانتفاعی صدرالمتألهین

چکیده: در تحلیل داده‌های بقا و استفاده از مدل مخاطرات متناسب کاکس گاهی با مواردی مواجه می‌شویم که امکان منظور کردن تمام عوامل خطر در مدل از طریق متغیرهای تبیینی میسر نمی‌باشد. در این‌صورت از مدل‌های شکنندگی استفاده می‌شود که با ضرب یک متغیر تصادفی با تکیه‌گاه مثبت در مدل کاکس به‌دست می‌آیند و این عامل ضربی به‌عنوان نماینده عوامل خطر ناشناخته‌ای است که توسط متغیرهای تبیینی در مدل وارد نشده‌اند. اما این مدل نیز هنگامی که بین داده‌های بقا همبستگی فضایی وجود داشته باشد کارایی لازم را نداشته و نمی‌تواند برآورد مناسبی از پارامترهای مدل و تابع خطر را ارائه نماید. معمولا در این حالات از مدل‌های بقای فضایی برای تحلیل داده‌ها استفاده می‌شود. برآورد سریع و دقیق پارامترها به ویژه در مدل بقای فضایی به‌واسطه پیچیده بودن تابع درستنمایی یکی از چالش‌های استفاده از رهیافت بسامدی در تحلیل داده‌های بقای فضایی است. در این مقاله با استفاده از رهیافت بیزی به برآورد پارامتر مدل‌های بقای کاکس، شکنندگی و بقای فضایی می‌پردازیم و در یک مطالعه شبیه‌سازی به بررسی کارایی مدل بقای فضایی برای داده‌های هبسته فضایی خواهیم پرداخت. سپس نحوه کاربست مدل بقای فضایی برای تحلیل داده‌های مربوط به زمان ابتلا به بیماری سرکوسپوریوز در باغ‌های زیتون نشان داده خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: مدل کاکس، عوامل خطر ناشناخته، مدل بقای فضایی، رهیافت بیزی.

کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): 62N01، 62H11، 62M40.

---

۱ مقدمه

وجود دو ویژگی مهم چولگی و سانسور در داده‌های بقا روش‌های تحلیل آنها را از سایر روش‌های آماری مجزا نموده است. این ویژگی‌ها سبب پیچیدگی در استنباط داده‌های بقا شده است و به همین خاطر برآورد پارامترهای مدل‌های بقا نسبت به سایر مدل‌های آماری برای محققان پیچیده‌تر است. در مدل‌های کلاسیک بقا مانند مدل مخاطرات متناسب کاکس و مدل شکنندگی، پیچیدگی مدل به مراتب کمتر

[۲]**نام ارائه دهنده مقاله:** کیومرث مترجم، k.motarjem@modares.ac.ir

از مدل‌های بقای فضایی است و لذا برآورد پارامترها در این مدل از پیچیدگی کمتری برخورداد است. در رهیافت بسامدی عموما برای برآورد پارامترهای مدل‌های کاکس و شکنندگی از برآوردهای ماکسیمم درستنمایی استفاده می‌شود که محاسبه آنها عموما با الگوریتم EM انجام می‌شود. این روش برآورد پارامترها مشکلاتی را به همراه دارد که از جمله آنها می‌توان به مشکلات محاسباتی این روش و امکان ارائه یک ماکسیمم موضعی به جای ماکسیمم کلی اشاره کرد و یا حتی در پاره‌ای از شرایط ممکن است همگرایی با این روش ایجاد نگردد. با توجه به خواص مجانبی برآوردهای ماکسیمم درستنمایی در صورت بزرگ بودن حجم نمونه برآوردهای حاصل تا حدود زیادی قابل اعتماد هستند اما برآورد پارامترها به این روش هنگام کوچک بودن حجم نمونه خود چالش استنباطی بزرگی را در پی خواهد داشت. برای اجتناب از برخورد با چنین مشکلاتی از رهیافت بیزی در برآورد پارمترها استفاده خواهیم نمود. به‌واسطه ماهیت مدل‌های بقا و توابع درستنمایی بسیار پیچیده یک مرور تاریخی در مطالعات بقا نشان می‌دهد که اکثر محققین تمایل به استفاد از رهیافت بیزی در برآورد پارامترهای مدل‌های بقا دارند. به ویژه هنگامی که مدلها با ورود اثرات تصادفی فضایی پیچیده‌تر می‌شوند. شاید بتوان گفت مقالات مهم و معتبری که در زمینه مدل‌های بقا با رهیافت بسامدی نگاشته شده‌اند بسیار محدود هستند و از آن جمله می‌توان به پژوهش‌های لی و ریان (۲۰۰۲) که مدل‌های بقای فضایی نیمه‌پارامتری با اثرات تصادفی را معرفی نمودند، اشاره کرد. بانرجی و همکاران (۲۰۰۳) داده‌های همبسته فضایی را مدل‌بندی کردند. لی و لین (۲۰۰۸) به برآورد پارامترهای یک مدل بقای فضایی نیمه‌پارامتری با استفاده از تابع درستنمایی پرداختند. هوانگ و همکاران (۲۰۰۷) با استفاده از رهیافت بسامدی پارامترهای مدل بقای فضایی را برآورد کردند. همچنین پایک و ینگ (۲۰۱۲) از تابع درستنمایی کامپوزیت در برآورد پارامترهای مدل بقا استفاده نمودند.

تعداد مقالاتی که با رهیافت بیزی به برآورد پارامترهای مدل بقا پرداخته‌اند در دهه اخیر با توجه به گسترش استفاده از الگوریتم زنجیر مارکفی مونت‌کارلو و الگوریتم‌های نمونه‌گیری گیبز و متروپولیس هستینگز رشد چشمگیری داشته است و از مهمترین آنها می‌توان به مقالات هندرسون و همکاران (۲۰۰۲) در تحلیل داده‌های سرطان لوسمی، مقالات دارموفال (۲۰۰۹) در تحلیل فرایندهای سیاسی با استفاده از توابع بقا مدل‌های بقای فضایی زمانی گنگجانگ و همکاران (۲۰۱۲) مدل‌های بقای فضایی برای داده‌های مشبکه‌ای توسط پارک و لیانگ (۲۰۱۲) اشاره کرد. در این مقاله در بخش اول به معرفی مدل‌های بقای کاکس، شکنندگی و بقای فضایی می‌پردازیم و با استفاده از رهیافت بیزی توزیع‌های پسین مربوطه را محاسبه می‌کنیم در بخش دوم روشی جدید برای شبیه‌سازی داده‌های بقای فضایی استفاده می‌کنیم مترجم و همکاران (۱۳۹۴) و در قالب یک مطالعه شبیه‌سازی به بررسی کارایی مدل‌های بیزی کاکس، شکنندگی و فضایی خواهیم پرداخت. در بخش سوم نحوه کاربست مدل بقای فضایی زمین آماری با رهیافت بیزی برای تحلیل یک مجموعه داده مربوط به شیوع بیماری سرکوسپوریوز در باغات زیتون در غرب کشور نشان داده خواهد شد.

۲ مدل‌های بقا

در تحلیل بقا برای بررسی و تحلیل داده‌های بقا از تابع خطر استفاده می‌شود. تابع خطر $h(t)$، پتانسیل لحظه‌ای وقوع اتفاق مورد نظر را به شرط عدم رخداد اتفاق مورد نظر تا زمان t برای هر مشاهده آماری نشان می‌دهد. معروف‌ترین تابع خطر توسط کاکس (۱۹۷۲) به‌صورت $h(t|X) = h_\circ(t)e^{(\beta' X)}$ تعریف شد، که در آن $X' = (X_1 \dots, X_K)$ بردار متغیرهای تبیینی، $\beta' = (\beta_1, \dots, \beta_k)$ بردار اثرهای ثابت و $h_\circ(\cdot)$ تابع خطر پایه است. در استنباط بیزی، مدل کاکس با تابع خطر پایه وایبول دارای چگالی پسینی به‌صورت

$$p(\beta, \nu|t, X, \delta) \propto L(\beta, \nu; t, \delta)p(\beta)p(\nu)$$

است و تابع درستنمایی آن نیز به‌صورت

$$\prod_{i=1}^{n}\{\nu t_i^{\nu-1}\exp(\beta' x_i)\}^{\delta_i}\exp\{-t_i^{\nu}\exp(\beta' x_i)\}$$

حاصل می‌شود، که در آن ν پارامتر شکل تابع خطر پایه وایبول و δ تابع نشانگر مشاهده زمان رخداد است.

مقدار پارامتر شکل ν در تابع خطر پایه وایبول بر رفتار تابع خطر موثر است به قسمی که به‌ازای $\nu \geq 1$ تابع خطر افزایشی، $\nu \leq 1$ تابع خطر کاهشی و به‌ازای $\nu = 1$ باشد تابع خطر ثابت است.

در برخی مطالعات، عوامل تاثیرگذار بر داده‌های بقا قابل اندازه‌گیری نیستند. در این حالات از مدل‌های شکنندگی برای برازش به داده‌های بقا استفاده می‌شود. مولفه شکنندگی اولین بار توسط واپل و همکاران (۱۹۷۹) برای مدل‌های بقا تک متغیره مطرح شد. در واقع مدل‌های شکنندگی نوعی مدل با اثرات تصادفی برای تحلیل داده‌های بقا هستند. در این مدل فرض بر این است که اثرات شکنندگی واحدهای مختلف مستقل از هم باشند. تابع خطر مدل شکنندگی به‌صورت

$$h(t|W,X) = Wh_{\circ}(t)\exp(\beta' X)$$

است، که در آن t زمان بقا، $h_{\circ}(\cdot)$ تابع خطر پایه، X بردار متغیرهای تبیینی، β بردار اثر متغیرهای تبیینی و W اثر شکنندگی است. مدل شکنندگی تعمیمی از مدل کاکس با هدف ورود یک متغیر به‌عنوان نماینده عوامل خطر ناشناخته است. در استنباط بیزی، مدل شکنندگی کاکس با تابع خطر پایه وایبول دارای چگالی پسینی به‌صورت

$$p(\beta,W,\nu|t,X,\delta) \propto L(\beta,W,\nu;t,x)p(W)p(\beta)p(\nu)$$

است و تابع درستنمایی آن نیز به‌صورت

$$\prod_{i=1}^{n}\{\nu t_i^{\nu-1}\exp(\beta' x_i + W_i)\}^{\delta_i}\exp\{-t_i^{\nu}\exp(\beta' x_i + W_i)\}$$

به‌دست می‌آید.

برای مدل‌بندی داده‌های فضایی به‌طور معمول از میدان تصادفی[1] استفاده می‌شود محمدزاده (۱۳۹۱) ، بنابراین برای منظور نمودن همبستگی فضایی داده‌ها با لحاظ کردن میدان تصادفی $Z(\cdot)$ که مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی مانند $Z(s); s \in D$ است که در آن مجموعه اندیس‌گذار D زیر مجموعه‌ای از فضای اقلیدسی d بعدی، $d \geq 1$ از R^d می‌باشد. تابع خطر فضایی به‌صورت

$$h(s,t|X,Z) = h_{\circ}(t)\exp(\beta' X + Z(s))$$

در نظر گرفته می‌شود، که در آن t زمان بقا، $h_{\circ}(\cdot)$ تابع خطر پایه، X بردار متغیرهای تبیینی، β بردار ضرائب متغیرهای تبیینی، s موقعیت جغرافیایی و $Z(\cdot)$ میدان تصادفی است. کوواریانس دو متغیر تصادفی $Z(s)$ و $Z(s+h)$ که به فاصله h از یکدیگر قرار گرفته‌اند، صورت $C(h) = Cov(Z(s), Z(s+h))$ تعریف می‌شود و آن را هم‌تغییرنگار می‌نامند. مدل بقای فضایی کاکس دارای چگالی پسینی به‌صورت

$$p(\beta,Z,\nu,\Theta|t,X,\delta) \propto L(\beta,Z,\nu;t,x,\delta)p(Z|\Theta)p(\beta)p(\nu)p(\Theta)$$

[1] Random field

است و تابع درستنمایی با فرض تابع خطر پایه وایبول به‌صورت

$$L(\beta, Z, \nu, \Theta|t, X, \delta) \propto \prod_{i=1}^{I}\{\nu t_i^{\nu-1}\exp(\beta' x_i + Z_i)\}^{\delta_i}\exp\{-t_i^{\nu}\exp(\beta' x_i + Z_i)\}$$

است، که در آن Θ بردار پارامترهای میدان تصادفی و $Z_i = Z(s_i)$ است.

در ادامه قصد داریم با رهیافت بیزی مدل‌های پارامتری کاکس و شکنندگی با تابع خطر پایه وایبول و مدل بقای فضایی زمین آماری را به یک مجموعه داده شبیه‌سازی شده برازش داده و نتایج را مورد ارزیابی قرار دهیم.

۳ مطالعه شبیه‌سازی

برای مقایسه عملکرد مدل‌های کاکس، شکنندگی و بقای فضایی زمین آماری با رهیافت بیزی درصورت وجود همبستگی فضایی در داده‌ها، یک مجموعه داده بقای فضایی تولید می‌شود. از آنجا که روش‌های موجود تولید داده‌های بقای فضایی عمدتا زمان‌بر هستند روشی جدید برای تولید داده‌های بقای فضایی معرفی می‌شود.

بندر و همکاران (۲۰۰۵) با استفاده از تابع بقا روشی برای شبیه‌سازی داده‌های بقای کلاسیک ارائه کردند. در اینجا با تعمیم این روش و وارد کردن یک اثر تصادفی فضایی، روشی ساده برای تولید داده‌های بقای فضایی ارائه می‌شود. بدین منظور با توجه به تابع بقا داریم

$$S(t|X) = \exp\left(-H_0(t)\exp\left(\beta' X\right)\right); \quad H_0(t) = \int_0^t h_0(u)du$$

بنابراین براساس مدل کاکس تابع توزیع تجمعی مدل کاکس به‌صورت

$$F(t|X) = 1 - \exp\left[-H_0(t)\exp\left(\beta' X\right)\right]$$

است. فرض کنید Y یک متغیر تصادفی با تابع توزیع F باشد. در این‌صورت متغیرهای تصادفی $F(Y)$ و $S(Y) = 1 - F(Y)$ دارای توزیع $U(0,1)$ هستند. بنابراین برای تولید داده بقا براساس مدل کاکس داریم

$$U = \exp\left[-H_0(t)\exp\left(\beta' X\right)\right] \sim U(0,1)$$

با در نظر گرفتن یک میدان تصادفی گاوسی با یک ساختار کوواریانس معتبر و اضافه کردن آن به‌عنوان اثر فضایی در مدل کاکس داده بقای فضایی به‌صورت

$$T = H_0^{-1}[-\log(U) \times \exp(-\beta' x + Z(s))]$$

تولید می‌شود، که در آن $Z(\cdot)$ میدان تصادفی گاوسی مورد نظر و s موقعیت مکانی برحسب طول و عرض موقعیت هر واحد آماری است. حال با در نظر گرفتن یک تابع خطر پایه دلخواه می‌توان به تولید داده بقای فضایی پرداخت. بنابراین می‌توان متغیر تصادفی زمان بقای فضایی را با استفاده از یک متغیر تصادفی یکنواخت پیوسته U و تابع خطر پایه وایبول به‌صورت

$$T = \lambda^{-1}[-\log(U)\exp(\beta' x)]^{\frac{1}{\nu}} = -[\frac{\log(U)}{\lambda\exp(\beta' x)}]^{\frac{1}{\nu}}$$

تولید کرد، که در آن ν و λ پارامترهای شکل و مقیاس تابع خطر وایبول هستند. در این روش می‌توان تابع خطر پایه را براساس توزیع‌هایی با تکیه‌گاه مثبت مانند وایبول، گاما، گامپرتز در نظر گرفت که با توجه به فرم معرفی شده در حالت کلی مستقیما قابل محاسبه است.

در این مطالعه برای تولید n اثر فضایی یک مشبکه $\sqrt{n}\times\sqrt{n}$ در نظر گرفته شده و بر اساس ماتریس فاصله گره‌های این مشبکه، n داده از میدان تصادفی نمایی با تابع همبستگی نگار نمایی به‌صورت $\sigma^۲\exp\left(-\frac{||h||}{a}\right)$ تولید شده است، که در آن $||h||$ فاصله اقلیدسی بین دو موقعیت فضایی است و $\sigma^۲ = ۲$ و $a = ۱$ در نظر گرفته شده‌اند.

بر این اساس مجموعه داده شامل ۱۴۴ داده بقای فضایی در یک مشبکه ۱۲×۱۲ با تابع خطر

$$h(t|Z(s)) = h_\circ(t)\exp\left(\beta X + Z(s)\right)$$

تولید شده است. شبیه‌سازی این مجموعه داده با منظور کردن $\beta_۱ = -۱/۳$ و $\beta_۲ = ۱$ تابع خطرپایه وایبول با $\lambda = ۱$ و $\nu = ۱$ و میدان تصادفی گاوسی با هم‌تغییرنگار نمایی به‌صورت $\sigma^۲\exp\left(-\frac{||h||}{a}\right)$ با دامنه و واریانس یک ($a = ۱$ و $\sigma^۲ = ۲$) و در نظر گرفتن دو متغیر تبیینی از توزیع یکنواخت با میانگین ۴/۵ و واریانس $\frac{۱}{۱۲}$ و دو جمله‌ای با شانس موفقیت ۰/۵ با سانسور راست ۲۰ درصدی صورت گرفته است.

در مرحله بعد سه مدل کاکس با تابع خطر پایه وایبول، مدل شکنندگی کاکس با متغیر شکنندگی گاما و یک مدل بقای فضایی توسط نرم افزارهای R و OpenBUGS به داده‌های شبیه‌سازی شده برازش داده شد و با معیار DIC[۲] به بررسی نتایج پرداختیم. لازم به ذکر است پیشین‌های زیر در نظر گرفته شده‌اند:

برای پارامترهای رگرسیونی مدل، توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ۱۰۰.

برای پارامترهای تابع خطر پایه، توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ۱۰۰.

برای پارامترهای فضایی شامل واریانس و دامنه میدان، توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ۱۰.

تعداد تکراهای زنجیر ۴۰۰۰۰ بار دوره داغیدن ۱۰۰۰۰ و گام ها ۱۰۰ در نظر گرفته شده است.

نتایج حاصل از برازش مدل‌های مختلف بقا در جدول شماره ۱ ارائه شده است. ملاک DIC نشان می‌دهد که مدل‌های کاکس و

جدول ۱: براورد بیزی پارامترهای مدل

	کاکس		شکنندگی		بقای فضایی	
پارامتر	براورد	SD	براورد	SD	براورد	SD
$\beta_۱$	۰/۶۷۷-	۰/۳۱۲	۰/۶۹۶-	۰/۳۲۳	۱/۷۴۰-	۰/۲۱۶
$\beta_۲$	۰/۴۱۳	۰/۱۷۱	۰/۴۳۳	۰/۱۷۶	۱/۳۷۰	۰/۱۰۸
a	-	-	-	-	۰/۸۵۰	۰/۰۷۲
$\sigma^۲$	-	-	-	-	۱/۹۴۰	۰/۱۵۶

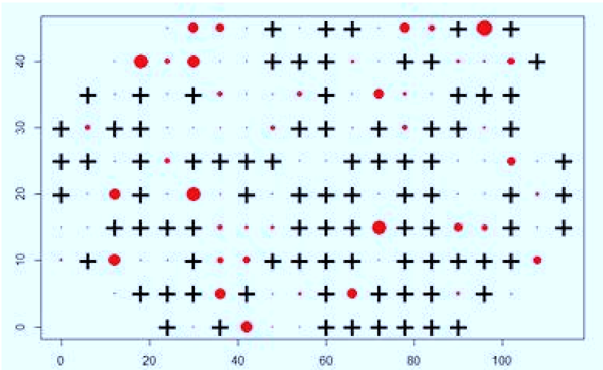
شکنندگی کاکس عملکرد بسیار نزدیکی به هم داشته‌اند که البته به‌واسطه تعداد پارامترهای بیشتر در مدل شکنندگی مقدار DIC سه واحد در این مدل بیشتر از است. یعنی اگر داده‌ها همبسته فضایی باشند، مدل‌های کاکس و شکنندگی عملکرد تقریبا یکسانی خواهند داشت. اما مدل بقای فضایی با اختلاف بسیار زیاد عملکرد بهتری نسبت به دو مدل دیگر داشته است. نکته قابل توجه دیگری که از نتایج این

[۲] Deviance Information Criterion

شبیه‌سازی به‌دست می‌آید این است که نه تنها در مدل بقای فضایی همبستگی فضایی بین مشاهدات بقا در مدل منظور می‌گردد که این امر سبب بهبود عملکرد مدل می‌شود ورود اثرات فضایی در مدل سبب تغییر در برآورد پارامترهای رگرسیونی مدل نیز می‌گردد که در این مثال به خوبی می‌توان به این تفاوت پی برد با توجه به آن که ضرایب رگرسیونی در تحلیل بقا برای محاسبه خطر نسبی مورد استفاده قرار می‌گیرند و برای کاربران حوزه تحقیقات بقا برآورد درست و دقیق پارامترهای رگرسیونی از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است.

۴ مثال کاربردی

در این بخش با استفاده از رهیافت بیزی مدل بقای فضایی زمین آماری داده‌های شیوع بیماری سرکوسپوریوز در یک باغ زیتون واقع در غرب کشور مورد مطالعه قرار می‌گیرد. سرکوسپوریوز یک بیماری قارچی است که باعث به وجود آمدن لکه در برگ‌های زیتون می‌شود. علائم بیماری به شکل لکه‌های خاکستری تا سربی رنگی است که در سطح زیرین برگ به وجود می‌آید و پس از آن کاملا سیاه می‌شود. سطوح بالایی برگ‌ها نیز زرد شده و در نهایت سبب ریزش برگ‌ها از شاخه می‌گردد. این امر سبب افت بسیار زیاد در محصول زیتون می‌گردد. اطلاعات اندکی درباره نحوه شیوع این بیماری وجود دارد. عامل بارش نقش مهمی در انتقال قارچ از برگ‌های آلوده به برگ‌های سالم دارد. در ضمن باد هم می‌تواند قارچ را از برگ‌های افتاده در کف باغ به سایر برگ‌ها منتقل کند. بنابراین به‌نظر می‌رسد موقعیت قرارگیری و فاصله درختان از یکدیگر می‌تواند یکی از عوامل اثرگذار در شیوع این بیماری باشد. در این مطالعه باغی به مساحت تقریبی ۵۰۰۰ متر مربع که در آن ۱۷۳ اصله نهال وجود دارد به مدت دو ماه، به‌صورت روزانه، تحت مطالعه پیگیرانه در خصوص آلودگی درختان به بیماری سرکوسپوریوز قرار گرفته است. سه متغیرتبیینی شامل سن درخت، گونه درختان زیتون (شامل سه گونه) و ارتفاع در مدل منظور شده است. در صورت آلوده شدن هر درخت به بیماری با توجه به علائم یاد شده، زمان ابتلا یادداشت شده است. در پایان مطالعه تعداد ۸۵ اصله از درختان باغ مبتلا به بیماری شده و مابقی سالم مانده‌اند که در حقیقت سانسور راست صورت گرفته است. در این مطالعه با سانسور راست تقریبا ۵۱ درصدی رو به رو هستیم. موقعیت قرارگیری درختان در شکل ۱ نمایش داده شده است که در آن درختانی که مبتلا به بیماری شده‌اند با دایره و درختانی که تا پایان مطالعه مبتلا نشده‌اند با علامت به‌علاوه نشان داده شده‌اند. مساحت دایره‌ها نشان‌دهنده زمان ابتلا به بیماری است به‌طوری که دایره‌های با مساحت کمتر نشان‌دهنده ابتلا در روزهای اول مطالعه است. در این مرحله



شکل ۱: موقعیت و زمان ابتلای درختان در باغ، مشاهدات (●) و داده‌های سانسور شده (+)

برای تعیین میزان تأثیر هر یک از متغیرهای تبیینی و همچنین موقعیت مکانی درختان بر ابتلا به بیماری سه مدل کاکس، شکنندگی و بقای فضایی به داده‌ها برازش داده شد. همان‌طور که در جدول ۲ ملاحظه می‌شود براورد ضرایب متغیرهای تبیینی سن و گونه درختان در

هر سه مدل منفی است که نشان‌دهنده اثر عکس بر خطر (زمان) ابتلا به بیماری است. به‌طور مثال در مدل بقای فضایی ضریب متغیر تبیینی سن درختان برابر ۰/۹۳۸− است. بنابراین اگر دو درخت با سن متفاوت اما با شرایط یکسان مد نظر باشند خطر ابتلا به بیماری برای درختی که سن بیشتری دارد به ازای هر سال $e^{-۰/۹۳۸} = ۰/۳۹۱$ برابر خطر ابتلا به بیماری در درخت با سن کمتر است. پس هر چقدر سن درخت بیشتر باشد خطر ابتلا به بیماری برای آن کمتر خواهد بود.

جدول ۲: براورد پارامتر مدل‌های برازانده شده به داده‌های بیماری درختان زیتون

پارامتر	کاکس		شکنندگی		بقای فضایی	
	براورد	SD	براورد	SD	براورد	SD
$\beta_۱$	−۰/۱۸۰	۰/۰۹۲	−۰/۱۸۴	۰/۰۹۳	−۰/۹۳۸	۰/۱۴۶
$\beta_۲$	−۰/۲۶۴	۰/۱۰۶	−۰/۲۷۰	۰/۱۰۷	−۱/۷۰۷	۰/۲۸۰
$\beta_۳$	۰/۱۳۶	۰/۰۹۱	۰/۱۳۹	۰/۰۹۲	۰/۷۵۹	۰/۱۹۴
a	−	−	−	−	۰/۱۳۶	۰/۰۵۳
$\sigma^۲$	−	−	−	−	۲/۷۱۷	۰/۲۱۵
DIC	۱۶۳۲		۱۶۳۵		۷۳۷/۴۱۹	

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله با توجه به مشکلات موجود در رهیافت بسامدی در تحلیل داده‌های بقا با رهیافت بیزی به تحلیل بقا پرداخته و نشان داده شد در صورت وجود همبستگی فضایی در داده‌های بقا حتی استفاده از رهیافت بیزی در مدل‌های کاکس و شکنندگی نیز منجر به نتایج گمراه کننده‌ای خواهد شد. نکته قابل توجه در تحلیل بیزی مدل‌های بقای کاکس، شکنندگی و مدل فضایی این بود که در صورت وجود همبستگی فضایی در داده‌های بقا و عدم توجه به این نکته، برآورد پارامترهای رگرسیونی مدل به شدت تحت تاثیر همبستگی فضایی موجود در داده‌ها قرار می‌گیرد و این می‌تواند محققین را در تفسیر نتایج دچار اشتباه کند. لازم به ذکر است در مدل بقای فضایی زمین آماری در مقاله حاضر فرض شد اثرات تصادفی فضایی تحققی از یک میدان تصادفی گاوسی هستند اما به نظر می‌رسد در پاره‌ای از مواقع این شرط محقق نشود و عملا میدان تصادفی اثرات تصادفی ناگاوسی باشد. بنابراین می‌توان با در نظر گرفتن یک میدان تصادفی چوله گاوسی یا چوله گاوسی بسته به بررسی اثر فرض گاوسی بودن میدان پرداخت و اثرات احتمالی آن بر برآورد پارامترهای مدل را مورد بحث و بررسی قرارد داد. به نظر می‌رسد در میدان تصادفی چوله گاوسی به‌واسطه وجود پارامتر چولگی از انعطاف‌پذیری بیشتری برخوردار خواهد بود و استفاده از یک مدل بقای فضایی با اثرات تصادفی ناگاوسی ممکن است منجر به نتایج بهتری در برازش به داده‌های بقای فضایی گردد. در مثال کاربردی ملاحظه شد که با برازش مدل‌های مختلف بقا به زمان ابتلا به بیماری سرکوسپوریوز درختان زیتون، مدل بقای فضایی برازش مناسب‌تری به داده‌ها را نشان داد. با برازش مدل بقای فضایی تابع خطر نسبی دقیق‌تری به داده‌ها برازش داده شد.

مراجع

مترجم، ک.، محمدزاده، م. و آبیار، ا. (۱۳۹۱)، مدل‌بندی فضایی داده‌های بقای سانسور شده، مجله علوم دانشگاه خوارزمی، پذیرفته شده.

محمدزاده، م. (۱۳۹۱)، آمار فضایی و کاربردهای آن، مرکز نشر آثار علمی دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

Banerjee, S., Melanie, M. W. and Bradley, P. C. (2003), Frailty Modeling for Spatially Correlated Survival Data, with Application to Infant Mortality in Minnesota, *Biostatistics*, **4**, 123-142.

Bender, R., Augustin, T. and Blettner, M. (2005), Generating Survival Times to Simulate Cox Proportional Hazards Models, *Statistics in Medicine*, **24**, 1713-1723.

Cox, D. R. (1972), Regression Models and Life-Tables, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, **34**, 187-220.

Darmofal, D. (2009), Bayesian Spatial Survival Models for Political Event Processes, *American Journal of Political Science*, **53**, 241-257.

Ganggang, X., Liang, F. and Genton, M. G. (2012), A Bayesian Spatio-Temporal Geostatistical Model with an Auxiliary Lattice for Large Datasets, Statistica Sinica, **25**, 61-80.

Henderson, R., Shimakura, S. and Gorst, D. (2002), Modeling Spatial Variation in Leukemia Survival Data, *Journal of the American Statistical Association*, **97**, 965-972.

Huang, L., M. Kulldor, and D. Gregorio (2007), A Spatial Scan Statistic for Survival Data, *Biometrics*, **63**, 109-118.

Li, Y. and Lin, X. (2008), Semiparametric Normal Transformation Models for Spatially Correlated Survival Data, *Journal of the American Statistical Association*, **95**, 947-960.

Li, Y. and L. Ryan (2002), Modeling Spatial Survival Data using Semiparametric Frailty Models, *Biometrics*, **58**, 287-297.

Paik, J. and Ying, Z. (2012), A Composite Likelihood Approach for Spatially Correlated Survival Data, *Computational Statistics & Data Analysis*, **56**, 209-216.

Park, J. and Liang, F. (2012), Bayesian Analysis of Geostatistical Models with an Auxiliary Lattice, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, **21**, 453-475.

Vaupel, J. W., Manton, K. G. and Stallard, E. (1979), The Impact of Heterogeneity in Individual Frailty on the Dynamics of Mortality, *Demography*, **16**, 439-454.