

زمان بندی لیگ فوتبال ایران با استفاده از برنامه ریزی عدد صحیح

محمد مهدی نصیری خونساری*، دانا رضایی

دانشکده مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

*عضو هیات علمی

mmnasiri@ut.ac.ir

چکیده

مساله زمان بندی مسابقات ورزشی از مسائل کاربردی و در عین حال مشکل بهینه‌سازی محسوب می‌شود. هدف از زمان بندی مسابقات، مشخص شدن تاریخ و مکان مسابقات بین تیم های حاضر با در نظر گرفتن محدودیت‌های مختلف است. در این مقاله، زمان بندی لیگ فوتبال ایران مورد توجه قرار گرفته است. برای ایجاد یک زمان بندی موجه، باید هم مقررات فدراسیون فوتبال ایران رعایت شود و هم اینکه تیم های شرکت کننده در لیگ در شرایط کاملاً مساوی با هم مسابقه دهند. بر این اساس، برای زمان بندی لیگ فوتبال ایران یک برنامه ریزی عدد صحیح در سه فاز ارائه شده و جواب بهینه آن تعیین می‌گردد.

کلمات کلیدی زمان بندی؛ لیگ فوتبال ایران؛ برنامه ریزی عدد صحیح

۱ مقدمه

زمان بندی لیگ فوتبال ایران (لیگ برتر) شامل زمان بندی بازی های رفت و برگشتی بین تیم های حاضر در لیگ است که در این زمان بندی باید قوانین و مقررات فدراسیون فوتبال ایران و همچنین عدالت در زمان برگزاری بازی های رفت و برگشتی تیم ها رعایت شود.

زمان بندی لیگ برتر ایران خصوصیات زیر را دارد:

لیگ ایران شامل ۱۶ تیم از شهرهای مختلف ایران است و شامل بازی های رفت و برگشت می شود. تیم ها در بازی های برگشت به همان ترتیب بازی های رفت بازی خواهند کرد. یعنی هر تیم با ۱۵ تیم دیگر یک بازی در خانه خود و یک بازی در خانه حریف بازی خواهد کرد.

در زمان بندی رنکینگ تیم ها در فصل قبل هم باید در نظر گرفته شود. تیم های رده بالای جدول پارسال برای لیگ امسال باید سیدبندی شوند. محدودیت دیگری که باید در نظر گرفته شود مربوط به توالی بازی های رفت و برگشت تیم هاست. هر تیم نباید بیشتر از دو بازی مهمان یا میزبان باشد. نکته دیگر این است ممکن است دو تیم یک شهر یک ورزشگاه داشته باشند پس اگر یکی از آن ها میزبان بود تیم دیگر باید مهمان باشد.

و فقط بازی رودر روی آنهاست که در همان ورزشگاه برگزار می شود. همچنین بازی دربی بین تیم ها نباید در k هفته اول برگزار شود. همچنین ممکن است شرایطی باشد که هر شهر حداقل یک تیمش در هر هفته بازی کند. همچنین بازی های خانگی در همه هفته ها بین شبکه سه و شبکه ورزش برای پخش مستقیم تقسیم خواهند شد. در واقع بدین صورت باید حداقل $\frac{3}{2}n$ بازی ها هم زمان باشند.

حال با توجه به محدودیت های بالا یک راهکار برای زمان بندی لیگ ایران ارائه می شود. در این ورزش برخلاف ورزش های دیگر جابجایی تیم ها به خانه اشان بعد از هر بازی در نظر گرفته نمی شود.

با توجه به بازی های رفت و برگشت یک الگو از نمادهای HA در نظر می گیریم که نشان دهنده توالی بازی در خانه (Home) و بازی خارج از

خانه (Away) تیم ها در لیگ است. یک Break وقتی ایجاد می شود که دو بازی متوالی داخل یا خارج از خانه اتفاق می افتد. سر انجام یک

مجموعه الگو خواهیم داشت که به تعداد تیم های شرکت کننده در لیگ خواهد بود.

وقتی n تا تیم داشته باشیم واضح است که حداقل $6-3n$ Break خواهیم داشت. حداکثر دو تیم Break نخواهند داشت و حتی اگر تیمی فقط

یک Break در نیم فصل اول داشت باشد در نیم فصل دوم هم یک Break خواهد داشت به اضافه Break سوم بین بازی آخر نیم فصل اول و

بازی اول نیم فصل دوم. حتی اگر هیچ محدودیت دیگری هم نباشد یک زمان بندی شامل $6-3n$ Break ساخته می شود.

مسائل واقعی زمان بندی لیگ به دلیل پیچیده بودن محدودیت ها به صورت چندجمله قابل حل نیستند. در واقع زمان بندی شامل سه فاز خواهد

بود:

فاز اول: تعیین یک مجموعه الگوی موجه.

فاز دوم: ایجاد یک جدول سازگار با مجموعه الگوی موجه فاز اول.

فاز سوم: تیم ها طبق جدول زمان بندی با هم بازی خواهند کرد و زمان بندی نهایی ایجاد می شود.



۲ روند حل مسئله

حل این مسئله به سه فاز اصلی تقسیم می شود:

تعیین مجموعه الگوهای موجه، ایجاد یک جدول سازگار با مجموعه الگوی موجه فاز اول و در نهایت تیم های لیگ طبق جدول زمان بندی با هم بازی خواهند کرد و زمان بندی نهایی ایجاد می شود. تابع هدف مورد نظر به صورت مینیم کردن هاست Break طوری که بیشتر از Break امکان پذیر نباشد و شرایط تیم هایی که در یک شهر هستند در نظر گرفته شود و برای مجموعه الگوی بدست آمده فقط یک زمان بندی تعیین شود. با توجه به همه الگوهای موجه، روند به صورت زیر خواهد بود:

۱- تعداد زیادی الگو از پیش تعیین می شود که همه مجموعه الگوها را با توجه به پوشش تلویزیون متعادل می کند طوری که تعداد کل هاست Break مینیم می کند.

۲- در هر مجموعه الگوی ایجاد شده یک جدول زمان بندی موجه جست و جو می شود.

۳- برای هر جدول زمان بندی موجه، تیم های واقعی با الگوهای زمان بندی مطابقت داده می شود طوری که محدودیت هایی که روی تیم های سیدبندی و تیم های یک شهر وجود دارد ارضا شوند. و محدودیت های جدید مربوط به تیم های واقعی نیز در این فاز handle می شوند.

۳ حل مسئله

فاز اول: جست و جو برای مجموعه الگوی موجه

برای پیدا کردن اولین مجموعه الگو یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح به صورت زیر ارائه می شود:

متغیر $x_{i,k}$ ، اگر الگوی i به شبکه k تخصیص داده شود برابر ۱ و در غیر این صورت برابر صفر خواهد بود. p_i که تعداد break های الگوی i است مقادیر ۰ تا ۴ می گیرد. N_k نشان دهنده تعداد تیم های متناظر با شبکه k است. همچنین $A_{(i,j)}$ در صورتی که الگوی i در هفته j در خانه خودی برگزار شود برابر صفر و در غیر این صورت برابر ۱ خواهد بود. و مجموعه C شامل جفت الگوهای مکمل است. مدل برنامه ریزی عدد صحیح به صورت زیر خواهد بود:

$$\min Z = \sum_i \sum_k p_i x_{i,k} \quad (1)$$

$$\sum_i A_{i,j} x_{i,k} = \frac{N_k}{2} \quad k = 1, 2, \quad \forall j \quad (2)$$

$$\sum_i x_{i,k} = N_k \quad k = 1, 2 \quad (3)$$

$$x_{i,k} - x_{j,k} = 0 \quad \forall (i,j) \in C, \quad k = 1, 2 \quad (4)$$

$$\sum_k x_{i,k} \leq 1 \quad \forall i \quad (5)$$

$$x_{i,k} \in \{0, 1\} \quad \forall i, k \quad (6)$$

در مدل بالا تابع هدف (۱) تعداد کل break ها یا همان تعداد بازی پشت سرهم داخل یا خارج خانه را مینیم می کند. محدودیت (۲) نشان می دهد که تعداد کل بازی های خانگی که هر کانال پخش می کند باید برابر $\frac{N_k}{2}$ باشد. محدودیت (۳) نشان می دهد که تعداد کل الگوهای تخصیص یافته به هر کانال تلویزیون باید برابر N_k باشد. محدودیت (۴) نشان می دهد که وقتی یک الگو انتخاب شد، الگوی مکمل هم باید انتخاب شود. و محدودیت (۵) نشان می دهد که هر الگو فقط یک بار می تواند انتخاب شود.

لیگ برتر ایران شامل ۱۶ تیم است و این مدل شامل چند صد متغیر صفر و یک و محدودیت است که در عرض چند ثانیه می توان آن را به کمک نرم افزارهای حل مدل های ریاضی مثل Gams یا روش شاخه و کران حل کرد. فاز دوم: جست و جو برای تقویم زمان بندی موجه برای پیدا کردن جواب موجه از بین مجموعه الگوهای فاز اول یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح دیگر به صورت زیر خواهیم داشت: متغیر تصمیم اضافه شده $x_{i,j,t}$ است که اگر الگوی i در هفته t با الگوی j بازی کند مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر می گیرد. $\pi_{i,t}$ نشان دهنده مجموعه الگوهایی است که در هفته t میزبان (میهمان) هستند. در حالی که الگوی i میهمان (میزبان) است. مدل برنامه ریزی عدد صحیح آن تابع هدفی



ندارد اما شامل محدودیت های زیر است.

$$\sum_{j \in \pi_{i,t}} x_{i,j,t} = 1 \quad \forall i, t \quad (7)$$

$$x_{i,j,t} = x_{j,i,t} \quad \forall i, j > i, t \quad (8)$$

$$\sum_t x_{i,j,t} = 1 \quad \forall i, j \quad (9)$$

$$\sum_j x_{i,j,t} = 1 \quad \forall i, t \quad (10)$$

$$x_{i,j,t} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, t \quad (11)$$

محدودیت (۷) نشان می دهد که برای هر هفته در مقابل هر الگوی میزبان (مهمان) باید یک الگوی مهمان (میزبان) انتخاب شود. محدودیت (۸) نشان می دهد که اگر در هفته t الگوی j با الگوی i در تضاد است متقابلاً باید الگوی i نیز در هفته t با الگوی j در تضاد باشد. محدودیت (۹) نشان می دهد که هر جفت از الگوهای j و i باید فقط برای یک هفته انتخاب شود. محدودیت (۱۰) نشان می دهد که هر الگو (تیم) فقط یک بار در هفته بازی می کند.

برای لیگ ایران که ۱۶ تیم دارد مدل شامل چند هزار متغیر و محدودیت خواهد بود اما تنها یک جواب موجه جست و جو خواهد شد که در عرض چند ثانیه به کمک هر نرم افزار برنامه ریزی عدد صحیح بدست خواهد آمد.

فاز سوم: مطابقت دادن تیم های واقعی با الگوها در این فاز برای جواب های موجهی که در فاز دوم بدست آمده تیم های واقعی لیگ به هریک از الگوهای موجه تخصیص داده می شوند. یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح برای این فاز نیز به صورت زیر تعیین می شود:

ارزش الگوی i را برای تیم j نشان می دهد (الگوها تخلقاتی برای تیم ایجاد می کنند که هرچه این تخلقات بالاتر باشد ضریب بالاتر خواهد بود که بهترین ضریب وقتی بدست می آید که تمام قوانین و محدودیت ها برای تیم رعایت شود. A_k نشان دهنده مجموعه الگوهای اختصاص یافته به کانال k می باشد. B_k نشان دهنده مجموعه تیم های اختصاص یافته به کانال k می باشد. C نشان دهنده مجموعه جفت الگوهای مکمل است. D شامل جفت تیم های متعلق به یک شهر یکسان است. E_i شامل مجموعه الگوهایی که نمی تواند به تیم i سید β تخصیص یابد وقتی که قبلش الگوی i به تیم سید α تخصیص یافته است. (مربوط به محدودیت ها و مقررات مربوط به y هفته اول و آخر تقویم زمان بندی با توجه تیم های سیدبندی شده) F_i شامل مجموعه الگوهایی که نمی توانند به تیم δ تخصیص یابد وقتی که الگوی i به تیم دیگر تخصیص یافته که در همان شهر تیم δ قرار دارد (محدودیت مربوط به تیم های یک شهر). T نشان دهنده مجموعه تیم های سید بندی شده. فرمولاسیون برنامه ریزی عدد صحیح فاز سوم به صورت زیر خواهد بود:

$$\min Z = \sum_i \sum_j P_{i,j} x_{i,j} \quad (12)$$

$$\sum_{i \in A_k} x_{i,j} = 1 \quad \forall k, j \in B_k \quad (13)$$

$$\sum_{j \in B_k} x_{i,j} = 1 \quad \forall k, i \in A_k \quad (14)$$

$$x_{i,j} + \sum_l x_{l,m} \leq 1 \quad \forall i \in A_k, j \in T, l \in E_i, m \in (T \setminus j), k \quad (15)$$

$$x_{i,j} + \sum_l x_{l,m} \leq 1 \quad \forall i \in A_k, (j, m) \in D, l \in F_i, k \quad (16)$$

$$x_{i,j} - x_{l,m} = 0 \quad \forall (i, l) \in C, (j, m) \in D \quad (17)$$

$$x_{i,j} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \quad (18)$$

در حالی که تابع هدف (۱۱) هزینه های مربوط به مقررات و محدودیت های تیم ها را مینیمم می کند. محدودیت (۱۲) نشان می دهد که هر الگو دقیقاً به یک تیم تخصیص می یابد. محدودیت (۱۳) نشان می دهد که هر تیم دقیقاً یک الگو می گیرد. محدودیت (۱۴) نشان می دهد که بازی های بین تیم های سید نباید در Y هفته اول و آخر برگزار شود. محدودیت (۱۵) نشان می دهد که بازی های بین دو تیم یک شهر نباید در Y هفته اول و آخر برگزار شود. محدودیت (۱۶) نشان می دهد که تیم هایی که در یک شهر هستند الگوهای مکمل می گیرند.



مراجع

- [1] Guillermo Durán, Mario Guajardo, Jaime Miranda, Denis Sauré, Sebastián Souyris, Andres Weintraub, and Rodrigo Wolf, *Scheduling the chilean soccer league by integer programming*, Interfaces **37** (2007), no. 6, 539–552.
- [2] Dries R Goossens and Frits CR Spieksma, *Soccer schedules in europe: an overview*, Journal of scheduling **15** (2012), no. 5, 641–651.
- [3] K Nurmi, D Goossens, T Bartsch, F Bonomo, D Briskorn, G Duran, J Kyngäs, J Marenco, CC Ribeiro, F Spieksma, et al., *A framework for a highly constrained sports scheduling problem*, Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists, vol. 3, 2010, pp. 1991–1997.
- [4] Celso C Ribeiro, *Sports scheduling: Problems and applications*, International Transactions in Operational Research **19** (2012), no. 1-2, 201–226.
- [5] Celso C Ribeiro and Sebastián Urrutia, *Scheduling the brazilian soccer tournament: Solution approach and practice*, Interfaces **42** (2012), no. 3, 260–272.