



تحلیل دینامیکی جریان گاز UF_6 در داخل یک سانتریفیوژ بلند Counter-current

فرزین، آقابابایی^{۱*}، محمد ره گشای^۲، محسن، اسفندیاری^۳

1.Farzin.babae2001@gmail.com

2. m.rahgoshay@gmail.com

چکیده

این پژوهش براساس تحلیل دینامیکی جریان گاز در داخل یک سانتریفیوژگازی بلند با استفاده از شرایط مرزی می باشد. در این پروژه ما بر پایه روش تفاضل محدود، با استفاده از کد برنامه نویسی Fortran و روش تکرار گوس سایدل و ژاکوبی و بر اساس نوع مش بندی مربعی با نقاط ثابت و دستگاه معادلات بقایی، ۴ معادله غیر خطی بیضوی، تابع جریان، حالت گردابی، انرژی و سرعت Azimuthal و معادلات دیگر را تحلیل نمودیم. در این مقاله نوع مش بندی روتور از نوع متناوب بوده که ۵۰ نقاط گرهی در راستای شعاعی و ۱۰۰ نقاط گرهی در راستای محوری می باشد و همچنین در این مش بندی مبحث مهم Clustering در مناطق مختلف روتور رعایت شده است. از طرفی خواص حرارتی دیواره سیلندر و کلاهک های انتهایی و همچنین ضریب انتقال حرارت بین سیلندر دوار و محیط اطراف اثر بسیار محدودی بر روی عملکرد جداسازی در یک سانتریفیوژگازی بلند دارد.

کلمات کلیدی: سانتریفیوژگازی، روش تکرار، معادلات بقایی، حالت گردابی

۱- مقدمه

مدل عددی بکار رفته براساس مجموعه ای از معادلات گسسته سازی بر طبق معادلات اصلی، توصیف معادله ممنتم، جرم، انرژی و چرخش گاز ایده آل با سرعت بسیار بالا در داخل سانتریفیوژ بلند می باشد. در این مقاله جریان گاز در داخل روتور را در نواحی زیر بررسی کرده ایم:

۲- لایه Ekman

۱- لایه Stewartson

^۱ دانشجوی دکتری دانشگاه علوم تحقیقات تهران / ۰۹۱۴۴۹۱۱۹۹۰

^۲ دانشیار دانشکده فنی مهندسی دانشگاه علوم تحقیقات تهران /

^۳ دانشجوی دکتری دانشگاه علوم تحقیقات تهران / ۰۹۱۱۹۶۰۱۸۹۴



۴- ناحیه Inviscid

۳- ناحیه Viscous

۶- نزدیک دیواره روتور

۵- کلاهدک های انتهایی روتور

اهمیت مدل ارائه شده در این پروژه بدلیل نوع سانتریفیوژ و بکار بردن کد برنامه نویسی به روش تفاضل محدود، CFD می باشد. تجزیه و تحلیل در این روش بر اساس تمرکز بر روی شرایط مرزی، جریان گازی است که در راستای محوری وشعاعی چرخش می یابد. در گام اول معادلات پیوستگی، مومنتم، انرژی و حالت در مختصات استوانه ای با استفاده از فرضیات زیر:

ب- خواص ترموفیزیکی ثابت برای سیال

الف- حالت سیال پایدار

د- سیال تراکم ناپذیر

ج- با فرض گاز ایده آل

ساده شده و سپس این معادلات تبدیل به ۴ معادله غیر خطی بیضوی، تابع جریان، حالت گردابی، انرژی و سرعت Azimuthal گردیدند، که برای حل همزمان این ۴ معادله و تبدیل آنها به معادلات جبری ساده، با استفاده از گسسته سازی به روشهای ریاضی بیان شده (در چکیده مقاله) استفاده شده است. در نزدیکی دیواره روتور از روش ضمنی و در داخل استوانه از روش Multi grid استفاده نموده ایم.

در این روش فرض براین است که سیال در داخل روتور با سرعت بالا، در حالت تعادل استاتیکی^۴ بوده و مانند یک جسم صلب عمل می کند و سپس عوامل زیر دلیل به گردش در آمدن گاز در داخل روتور می باشند:

۱- اختلاف درجه حرارت در دوسر کلاهدک های انتهایی روتور و یا گرادیان درجه حرارت در دیواره روتور.

۲- ورود گاز به داخل روتور و برداشت محصول و دنباله.

در این مقاله جریان گاز در داخل روتور را در نواحی زیر بررسی کرده ایم:

۲- لایه Ekman

۱- لایه Stewartson

۴- ناحیه Inviscid

۳- ناحیه Viscous

۶- نزدیک دیواره روتور

۵- کلاهدک های انتهایی^۵ روتور

پس از تحلیل و بدست آوردن معادلات هر ناحیه، در کد برنامه نویسی بکار برده تا به کمک آنها ترسیم شبیه سازی را انجام دهیم. اهمیت مدل ارائه شده در این پروژه بدلیل نوع سانتریفیوژ و بکار بردن کد برنامه نویسی به روش تفاضل محدود، CFD می باشد که روشهای مختلف ریاضی در حل معادلات ارائه گردیده و شبیه سازی گوناگون مهندسی نیز صورت گرفته است.

۲- اساس سانتریفیوژ گازی بلند:

در سانتریفیوژ گازی بلند که از نوع جریان Counter-current اروپایی می باشد، Feed از سمت بالا وارد شده و Product از طرف بالا و Tail از پایین سانتریفیوژ، خارج می شوند مزیت این متد در بهبود عملکرد جدایی است. به طوریکه موقعیت Feed تقریباً در نیمی از ارتفاع در امتداد خط مرکزی بوده و جایگاه جریان Feed در داخل سیلندر اهمیت بسیار زیادی در Product، Tail و لایه های مرزی دارد. توضیح این اثر بدین شرح است که: در این گردش بسته، سنگین ترین اجزا در نزدیکی دیواره چرخش

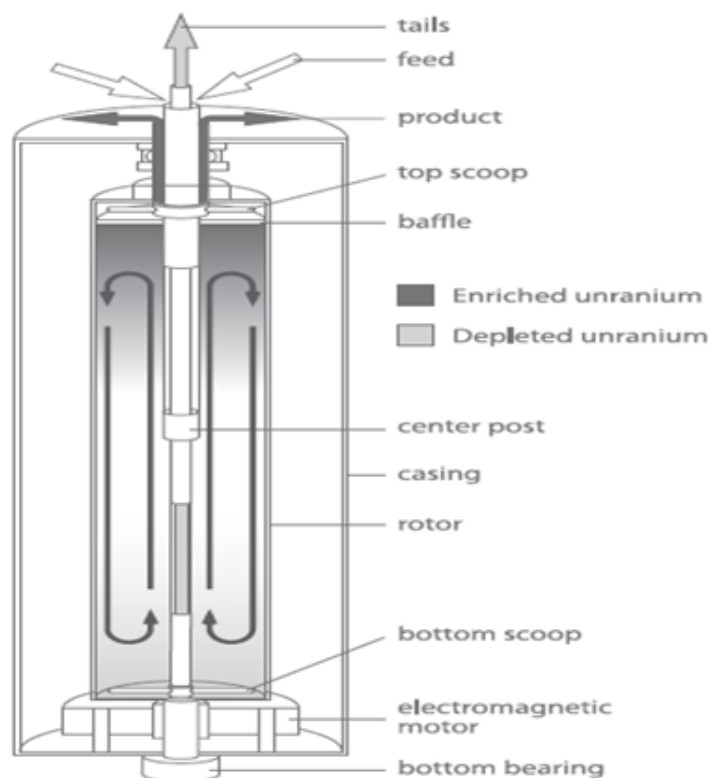


و به سمت پایین و اجزا سبک در امتداد خط مرکزی به سمت بالا حرکت می کنند. جداسازی جریان در نزدیکی Center line از پائین به بالا و در دیواره سیلندر از بالا به پائین است. گردش گاز در داخل سیلندر در امتداد دیواره سیلندر و کلاهک بالا و کلاهک پائین بوده که در نتیجه آن باعث ایجاد لایه های گاز در این امتداد می گردد که ضخامت این لایه ها در امتداد کلاهک ها نازک بوده و برابر $0/01$ میلی متر تا $0/01$ میلی متر و در امتداد دیواره سیلندر برابر $0/5$ میلی متر است.

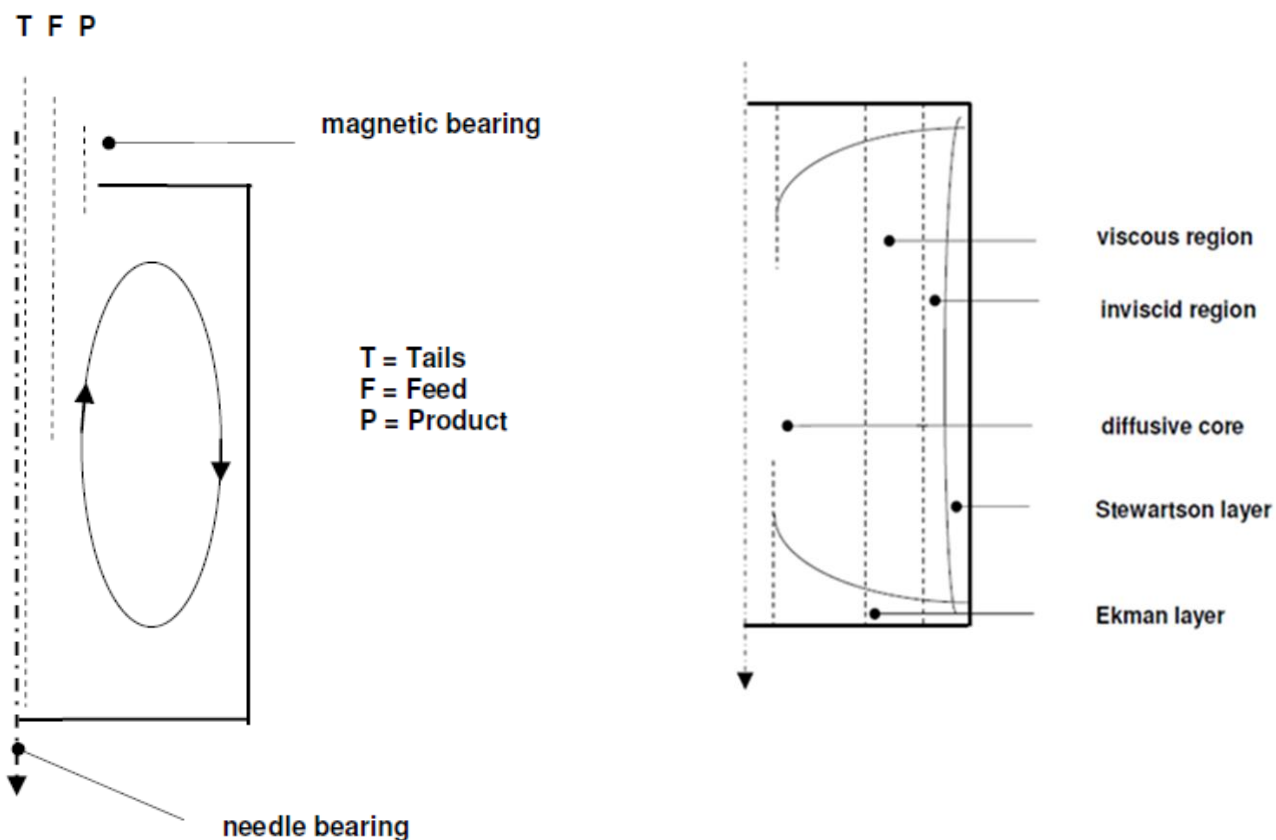
حد و معیار مشخصات سرعت گاز در حال چرخش به دو روش بهینه سازی می شود:

۱- توسط Mechanical drive ، بدان معنی است که گاز در قسمت پائین سیلندر خیلی آهسته تر نسبت به دیواره سیلندر و جسم صلب در حالت همدم چرخش می یابد.

۲- توسط Thermal drive ، بدان معنی است که با حرارت دادن قسمت پائین سیلندر و یا با خنک کردن قسمت بالای سیلندر یک اختلاف درجه حرارت و گرادیان درجه حرارت ایجاد شده که در اثر آن با گاز به چرخش در می آید.



شکل ۱- نمایی از یک سانتریفیوژ گازی بلند از نوع اروپایی با جریان countercurrent



شکل ۳- شماتیکی از سانتریفیوژ گازی بلند که شامل (Feed) و (Tail)، (Product)

شکل ۲- ناحیه جریان ولایه های مرزی در یک سانتریفیوژ بلند

سانتریفیوژ گازی، یک سیلندر عمودی با یاتاقان های سوزنی در پائین و مغناطیسی در بالا است که می تواند در سرعت های بسیار بالای چرخش، تحمل بالایی داشته باشد. مجرای F برای Feed و P برای Product و T برای Tail است. در اثر چرخش سانتریفیوژ برای بهبود عملکرد جدایی، مواد مختلف تاثیر زیادی دارند. به عنوان مثال الیاف کربن در سرعت های بسیار بالای سانتریفیوژ جواب خوبی می دهد. الیاف کربن دارای تنش کششی^۶ $F_s = 4000 \text{ MPa}$ و چگالی $\rho = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ است که در

نتیجه آن سرعت روی دیواره برابر خواهد بود با:

$$V_w = \sqrt{\frac{F_s}{\rho}} = 1200 \text{ m/s} \quad (1)$$

^۶. Tensile Strength



برخی از این متخصصین به طور دقیق و مستقیم به توسعه سانتریفیوژهای گازی پرداخته اند:

از جمله Wood , Cohen و Jones و Dickinson و Brouwers , Los

LOS بیان می کند برای بهبود عملکرد جداسازی در دستگاه های سانتریفیوژ جریان داخلی در سانتریفیوژ چندین دوره زمانی بیشتر از جریان Feed است. اما چون جریان داخلی خیلی ناچیز است بنابراین اثر جریان Feed بیشتر مطرح می شود. [2]
اعمال نیروهای گریز از مرکز بر روی گاز UF₆ در داخل سیلندر باعث می شود که جزء سنگین نزدیک به دیواره سیلندر و جزء سبک در نزدیکی خط مرکزی باشد.

۳- مشخصات گاز UF₆ و نوع سانتریفیوژ کوتاه :

$$M = 352 \frac{kg}{kmol} \quad \mu = 1.86 \times 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot sec} \quad \lambda = 7 \times 10^{-3} \frac{w}{m \cdot k^0} \quad A = 25.403 \quad (2)$$

$$\varepsilon = 0.05 \quad E = 3.0218 \times 10^{-6} \quad Br = 2.9142 \quad V_w = V_a = 1200 \frac{m}{sec}$$

$$F = 11.833 \times 10^{-6} \frac{KgUF_6}{sec} \quad W = 5.9165 \times 10^{-6} \frac{KgUF_6}{sec} \quad a = 14cm \quad l = 262cm$$

۴- تئوری جداسازی، مدل سازی و معادلات حاکم در نواحی مختلف روتور سانتریفیوژ کوتاه:

روشهایی که برای گردش داخلی گاز در داخل روتور مورد استفاده قرار می گیرند می تواند به صورت ذیل باشد :

۱- اختلاف درجه حرارت در دو سر انتهای روتور (کلاهکهای بالایی و پایینی) و یا ایجاد گرادیان درجه حرارت در دیواره روتور

۲- ایجاد چشمه و چاه (گاز دهی و برداشت محصول و دنباله)

معادلات انتقال:

زمانی که سانتریفیوژ از حالت تعادل خارج می شود یک جریان مخالف ایجاد شده که باعث تزریق Feed یا پخش شدن آن می گردد که در نتیجه آن این تحلیل ها را داریم:

۱- کل گاز در حال چرخش دارای سرعت زاویه ای ω ، و در غیر چرخش زاویه ای $\omega, V = 0$ است.

۲- تحلیل حرکت گاز را محدود می کنیم به غیر حرکت شعاعی که در نتیجه آن $u=0$ است.

۳- متغیر ρD وابسته به درجه حرارت و فشار بوده که از اثر Thermal Diffusion صرف نظر می کنیم.

در انتقال اجزای سبک گاز به شرح ذیل فاکتور سرعت جرمی را دخالت می دهیم :



$$J_r = -D\rho \left[\frac{\partial x}{\partial r} - \left(\frac{\partial x}{\partial r} \right)_{equil} \right] = -D\rho \left[\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\Delta M \omega^2 r x (1-x)}{RT} \right] \quad (3)$$

$$-\left(\frac{dx}{dr} \right)_{equil} = \frac{\Delta M \omega^2 r x (1-x)}{RT} \quad (4)$$

$$J_z = \rho W X - D\rho \frac{\partial x}{\partial z} \quad (5)$$

در شرایط پایدار در حالت استوانه ای داریم:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rJ_r)}{\partial r} + \frac{\partial J_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 J_\theta}{\partial \theta^2} = 0 \quad (6)$$

که J_r از معادله (3) و J_z از معادله (4) و $J_\theta = 0$ را جاگذاری می کنیم.

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D \rho \left[\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\Delta M \omega^2 r x (1-x)}{RT} \right] - \frac{\partial}{\partial z} D \rho \frac{\partial x}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \rho w x = 0 \quad (7)$$

J_A = فلاکس گرمی (سرعت گرمی) در اثر اختلاف دانسیته است.

J_r = سرعت گرمی در جهت شعاعی، J_z = سرعت گرمی در جهت محوری، J_θ = برای اجزای زاویه ای است که ناچیز بوده و

$J_\theta = 0$ است، x = کسر گرمی می باشد.

از طرفی میزان بازده جریان جداسازی و قدرت جداسازی برابر است با:

$$E_f = \frac{2 \left[\int_0^A \psi(x) dx \right]^2}{A \int_0^A \frac{[\psi(x)]^2}{(1-x/A)} dx} \quad m = \sqrt{\int_0^1 \frac{\psi(x)^2}{x} dx} / \sqrt{2\pi\rho a D} \quad (8)$$

E_f = بازده جریان جداسازی، m = قدرت جداسازی، $\psi(x)$ = تابع جریان در حالت با بعد بر حسب x

A = پارامتر سرعت



۵- معادلات حاکم بر جریان سیال دینامیکی:

در این قسمت به تحلیل و تجزیه مدل‌های ریاضی بدست آمده می پردازیم. بعد از حل معادلات بقاء انرژی؛ ممنتوم؛ پیوستگی؛ جرم؛ معادله حالت برای گاز ایده آل تراکم ناپذیر و گسسته سازی معادلات غیرخطی بیضوی داریم:

$$\underline{v}^* = \frac{v}{U}, P^* = \frac{P_r}{\rho_w \Omega a U}, \rho^* = \frac{\rho}{\rho_w}, T^* = \frac{T}{T_o}, Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad (9)$$

$$Br = \frac{\mu W_w^2}{\lambda T_o} = \frac{2A \mu R_o}{\lambda M}, Re = \frac{\rho_w a V_w}{\mu}, \varepsilon = \frac{U^2/a}{\Omega U} = \frac{U}{\Omega a}$$

$$z = \frac{Z}{l}, L = \frac{l}{a}, r = \frac{R}{a}, V_w = \Omega a, A = \frac{M V_w^2}{2R T_o}, E = \frac{v U/a^2}{\Omega U} = \frac{v}{\Omega a^2}$$

V_w = سرعت دیواره ، ρ_w = دانسیته دیواره ، a = شعاع سیلندر ، P_w = فشار دیواره
 Ω = سرعت زاویه ای در چرخش سیلندر ، L = نسبت طول بدون بعد

معادله مومنتوم محوری:

$$0 = -\frac{1}{L} \frac{\partial(P_r^{**})}{\partial z} + E \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r w}{\partial r} \right) + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 w}{\partial Z^2} + \frac{1}{3L} \frac{\partial}{\partial z} (\nabla^* \cdot \underline{v}^*) \right] \quad (10)$$

معادله مومنتوم شعاعی:

$$r(\theta - 2\omega)e^{-x} = -\frac{\partial(P_r^{**})}{\partial r} + E \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{L^2 \partial z^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r} (\nabla^* \cdot \underline{v}^*) \right] \quad (11)$$

معادله مومنتوم زاویه ای:

$$\frac{2ue^{-x}}{r} = E \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r^2 \omega}{\partial r} \right) + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right] \quad (12)$$

معادله بقای انرژی:



$$-Bre^{-x}ur = E \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right] \quad (13)$$

بعد از تغییر متغیر و انتقال به مختصات شعاعی x ، معادلات زیر را نتیجه میدهند:
معادله حالت گردابی:

$$\frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial z} (2\omega - \theta)e^{-x} = E \left[4A^2 \frac{\partial^2 (1-x/A)\zeta}{\partial x^2} + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} \right] \quad (14)$$

معادله تابع جریان:

$$\zeta(1-x/A)e^{-x} = 4A^2(1-x/A)e^{-x} \frac{\partial}{\partial x} \left(e^x \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \quad (15)$$

معادله انرژی:

$$\frac{Br}{L} \frac{\partial \psi}{\partial z} = E \left[4A^2 \frac{\partial}{\partial x} \left((1-x/A) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right] \quad (16)$$

معادله Azimuthal velocity :

$$\frac{-2}{(1-x/A)L} \frac{\partial \psi}{\partial z} = E \left[4A^2 \frac{\partial^2 (1-x/A)\omega}{\partial x^2} + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right] \quad (17)$$

E = عدد اکمن ، Pr = عدد پرانتل ، μ = لزجت دینامیکی گاز ، u_r, u_θ, u_z = سرعت‌های گاز در جهات شعاعی و محوری و زاویه ای ، ψ = تابع جریان ، ζ = حالت گردابی جریان ، θ = درجه حرارت ، ω = سرعت زاویه ای ، $x = A(1-r^2)$ مختصات شعاعی بدون بعد

لایه های مرزی در امتداد دیواره و به طور خاص در امتداد کلاhek های بالا و پائین بسیار نازک هستند و این یک چالش اصلی و مهم در تعیین جریان اصلی در سانتریفیوژ است. خواص حرارتی دیواره سیلندر و کلاhek های انتهایی و همچنین ضریب انتقال حرارت بین سیلندر دوار و محیط اطراف اثر بسیار محدودی بر روی عملکرد جداسازی در یک سانتریفیوژ گازی بلند دارد.

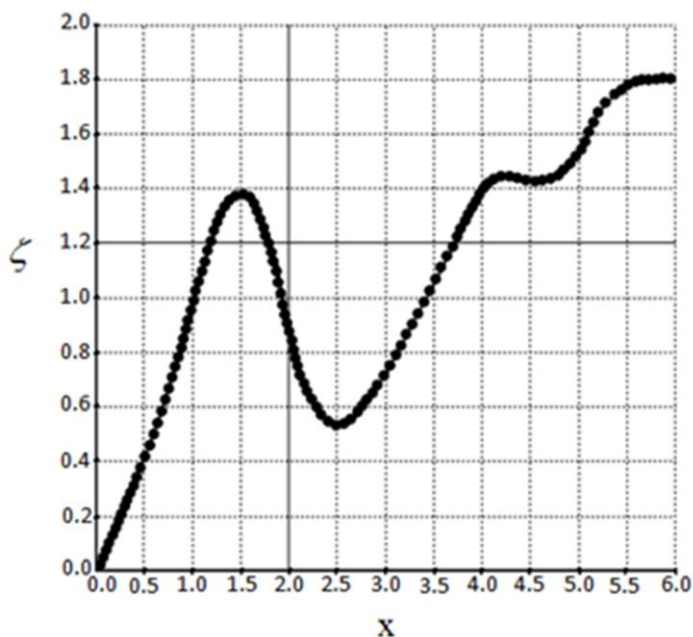
۶- نتیجه گیری و همگرایی عددی :

در این مقاله، مدل تحلیلی و عددی برای جریان گاز سنگین در داخل یک روتور کوتاه و همچنین جداسازی ایزوتوپها مورد بحث قرار گرفت. که نتایج این بررسی ها در گراف های ذیل مشاهده میگردد. لایه های مرزی تشکیل شده اعم از لایه استوارتسون، لایه

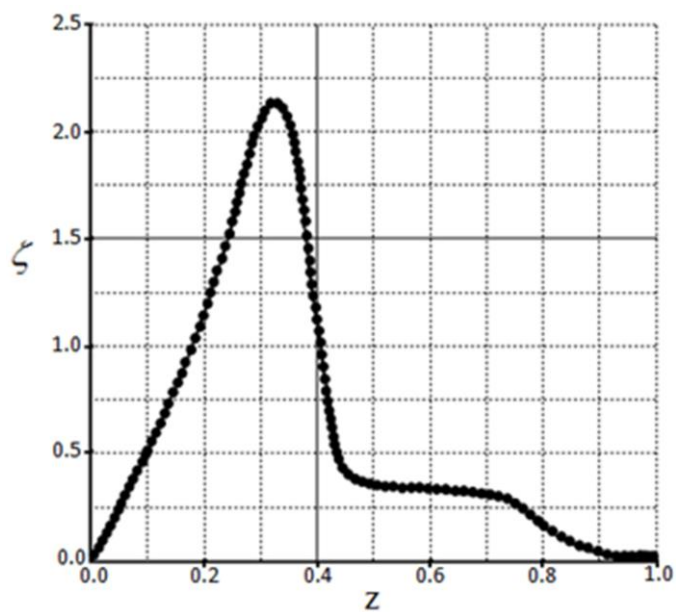


اکمن، ونوای جریان Viscous و Inviscid بسیار نازک بوده و دارای ضخامت بسیار کم می باشند که در این مقاله ما توانستیم این نواحی از گاز را توسط نرم افزار فلونتت شبیه سازی نماییم این لایه ها در امتداد کلاهدک های انتهایی ضخیم تر شده و در بعضی از نقاط به دو برابر ضخامت می رسد. همچنین در اثر اختلاف درجه حرارت مابین کلاهدک های انتهایی و اختلاف سرعت زاویه ای در کلاهدک های انتهایی، و تاثیر عدد Rossby و نیروی کوریولیس در جهات جریان گاز، قسمتی از گاز به درون لایه اکمن پمپ می شود که در اثر این عمل گاز وارد ناحیه Viscous و هسته diffusive می گردد و از اینها به طور غیر مستقیم به داخل ناحیه inviscid راه می یابد. این نتایج نشان می دهند که تابع جریان در راستای محوری به طور خطی افزایش می یابد. اختلاف درجه حرارت دیواره ها و کلاهدک های انتهایی بر روی فاکتور بازده جریان (EF) و قدرت جریان (m) تاثیر مستقیمی دارد این نشان می دهد که خواص مواد بکار رفته اثر محدودی بر روی فاکتور بازده جریان دارد و ضریب انتقال حرارت مابین کلاهدک های انتهایی و محیط، تاثیر بسیار زیادی بر روی قدرت جریان (m) ایفا می کند که در نتیجه آن بازده جریان کاهش می یابد. بسته به نوع شرایط مرزی، قسمت پایین سانتریفیوژ بلند و گرادیان درجه حرارت در امتداد دیواره، باعث توسعه بازده جریان می گردد.

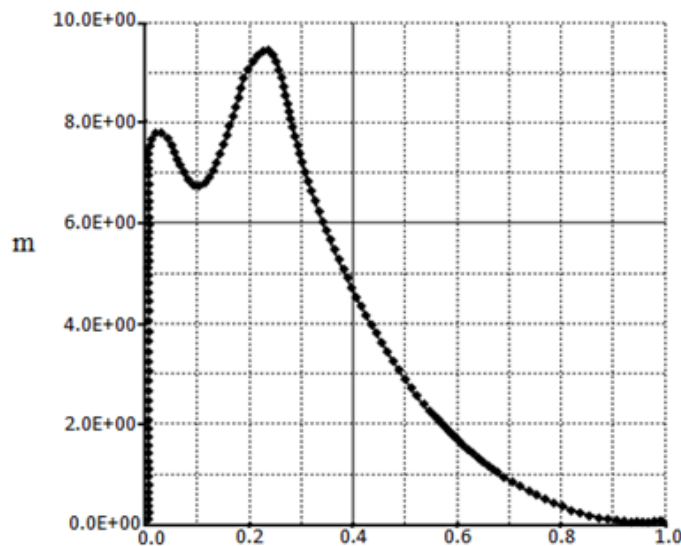
۷- نتیجه گیری:



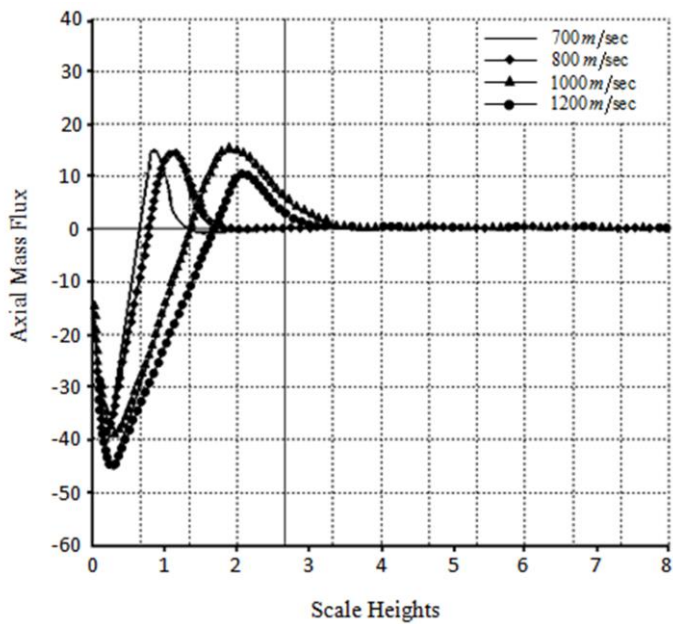
شکل ۲- توزیع شعاعی Vorticity در سانتریفیوژ بلند بر حسب درجه حرارت 300^k با مکانیسم Driving



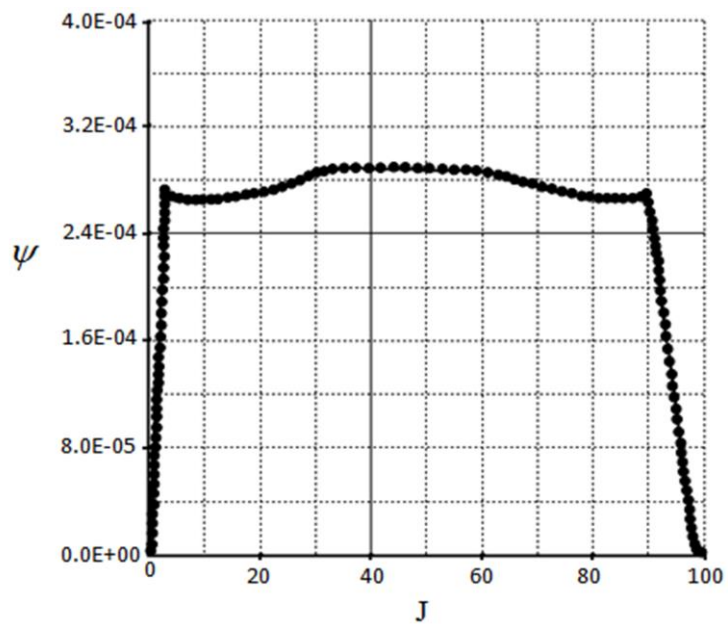
شکل ۱- توزیع محوری Vorticity در سانتریفیوژ بلند بر حسب درجه حرارت 300^k با مکانیسم Driving



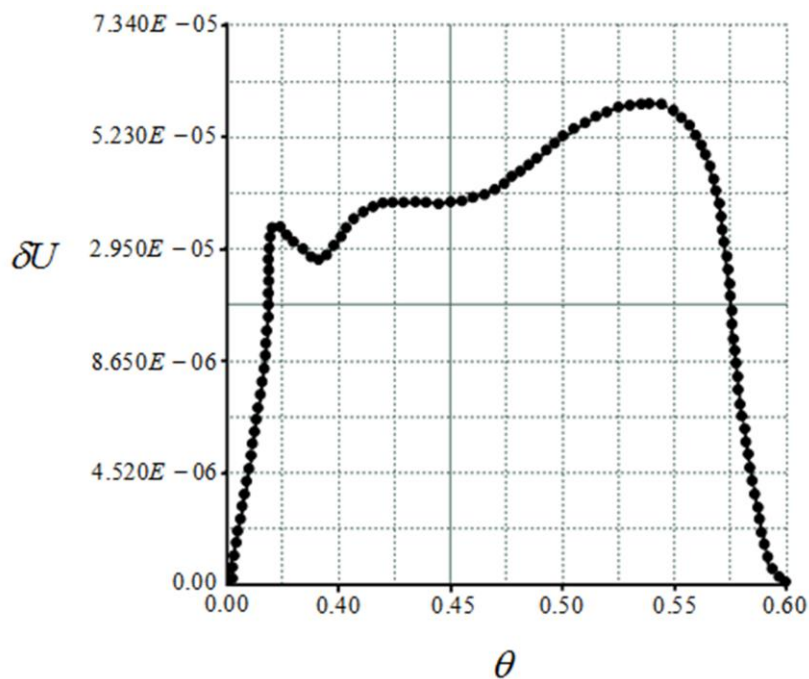
شکل ۳- توزیع محوری نیروی جریان (m) در امتداد محور Z برای $Br = 2.92$ در یک سانتریفیوژ بلند



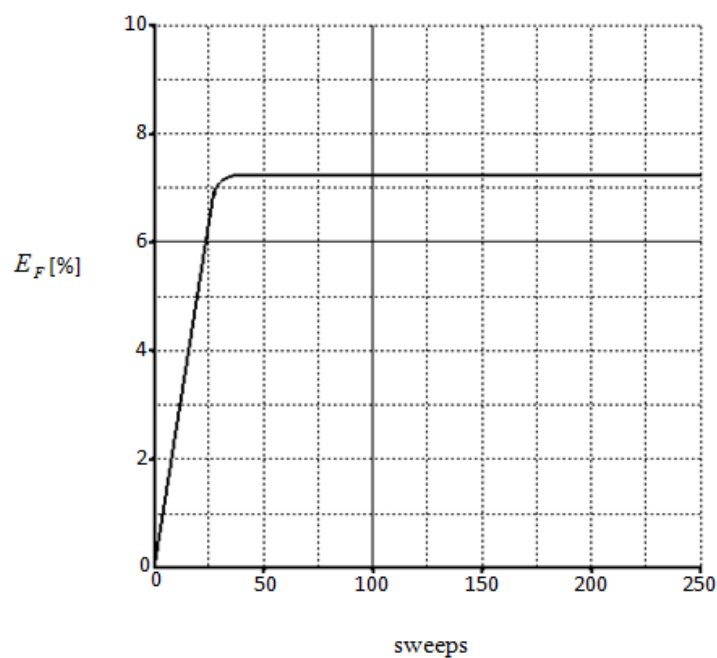
شکل ۵- میزان تغییرات شار جرمی محوری در راستای Z در ارتفاع سانتریفیوژ بر اساس تغییرات سرعت دیواره



شکل ۴- توزیع محوری تابع جریان (ψ) برای سانتریفیوژ بلند ، با مکانیسم Driving بر حسب اختلاف درجه حرارت $\Delta\theta = 2$



شکل ۷- میزان تغییرات ظرفیت جداسازی (δU) بر حسب تغییرات θ در کل ارتفاع سانتریفیوژ



شکل ۸- همگرایی بازده جریان جداسازی (E_F) برای سانتریفیوژ بلند، براساس جدول ۱



جدول ۱- پارامترهای تعیین شده برای سانتریفیوژ بلند. این پارامترها همگرایی مدل عددی را برطبق شبکه محوری و شبکه شعاعی را تعیین می کنند.

Parameters	سانتریفیوژ بلند
A	25
E	3.0218×10^{-6}
L	7
تعداد نقاط شبکه در راستای محوری	100
تعداد نقاط شبکه در راستای شعاعی	50

مراجع:

- 1- Matsuda ,T.1975 Isotope Separation by thermally driven countercurrent gas centrifuge . J.Nuclear .sci.Tech.12,512-123
- 2- Los ,J.J.H.1978 on compressible flow in a rotating cylinder. J.Eng.Maths.12,265-63
- 3-Brouwers ,J.J.H.1976 on the motion of a compressible fluid in a rotating cylinder.phd.thesis.Twente univ .of Technology,Enschede,The Netherlands.
- 4- Soubbaramayer .1979 centrifugation in uranium enrichment .Topics in Appl.Phys. 35(ed.S.Villani)..Berlin, Springer Verlag .183
- 5- Stewartson ,K.1957 on almost rigid rotation.J.Fluid Mech.3,17-216
- 6- Stewartson ,K.1966 on almost rigid rotation ,part 2.J.fluid Mech.26,133-14
- 7- Nakayama ,W.usui S.1974flow in rotating cylinder of a gas centrifuge.J Nuclear.sci.Tech.11,242-265
- 8- Benedict ,Manson and pigford. Thomas and Levi, Hans
- 9- Dickinson, G.J& Jones ,1981 Numerical solutions for the compressible flow in rapidly rotating cylinder.J.Fluid. Mech.170,189-107
- 10- Wood ,H.G & Morton,J.P.1980 onsager,s pancake approximation for the Fluid dynamics of a gas centrifuge .J.Fluid.Mech.101,11-135