



بررسی اثر تغییرات دما بر ارتعاشات ورق‌هایی با پوشش مواد تابعی

(یک خط فاصله اندازه ۱۴)

وحید عباسی^۱، رضا علی بخشی^۲

(یک خط فاصله اندازه ۱۴)

^۱. دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج (کارشناسی ارشد)

^۲. باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان-واحد علوم و تحقیقات-دانشگاه آزاد اسلامی-تهران-ایران (دانشجوی دکترا)

(یک خط فاصله اندازه ۱۴)

چکیده

در این مقاله به بررسی ارتعاشات ورق‌های مستطیلی شکل ساخته شده از پوشش مواد تابعی تحت حرارت بر اساس تئوری تصحیح شده دو متغیره پرداخته شده است. خواص مکانیکی ورق شامل چگالی جرمی، مدول الاستیسیته و ضریب انبساط حرارتی بصورت پیوسته و بر اساس یک قانون تابع توانی از کسر حجمی مواد سازنده در راستای ضخامت ورق تغییر می‌کند. به منظور استخراج معادلات حرکت، اصل همیلتون بکار گرفته شده است. تحلیل بر اساس بسط جابه‌جایی‌ها با استفاده از سریهای دوگانه فوریه که شرایط مرزی را ارضا می‌کند، می‌باشد. اثر تغییرات اندیس حجمی مواد، هندسه ورق و تغییرات دما بر فرکانسهای طبیعی بی‌بعد بررسی شده است. صحت حل ارائه شده با انجام یک مقایسه جامع با نتایج حاصل از مطالعات موجود در منابع برای ورق مستطیلی بررسی شده است.

واژه‌های کلیدی: پوشش مواد تابعی؛ ارتعاشات آزاد؛ تغییرات دما؛ تئوری دو متغیره تصحیح شده ورق.

². rabakhshi@gmail.com

مقدمه

مواد تابعی^۱ یک کلاس جدید از سازه‌های کامپوزیتی است که یک کاربرد عالی برای طراحی مهندسی و ساخت دارد. نخست، آنها یک نسل جدید از سازه‌های کامپوزیتی هستند که توسط یک گروه از دانشمندان ژاپنی ارائه شد [۲۰]. از طریق مطالعه جامع تاریخی، می‌توان دریافت که تحقیقات بسیاری بر روی ارتعاشات آزاد ورق‌هایی با مواد تابعی انجام شده است و بسیاری از آنها روش‌های عددی ارائه داده اند [۳ و ۴]. ارتعاشات آزاد ورق‌های نازک مستطیلی ساخته شده از مواد تابعی با تکیه گاه‌های ساده و گیردار بر اساس تئوری کلاسیک ورق‌ها توسط آبریت ارائه شده است [۵]. ژائو و لیو [۶]، یک تحلیل ارتعاشات آزاد برای ورق‌های مربعی ساخته شده از مواد تابعی با شرایط مرزی متفاوت با استفاده از روش ریتز بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول ارائه دادند. حسینی هاشمی و همکاران [۷]، یک فرم بسته دقیق برای حل ارتعاشات آزاد ورق‌های ضخیم ساخته شده از مواد تابعی با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم برای یک ورق با تکیه گاه‌های ساده در دو لبه مقابل هم را بررسی نموده اند. حسینی هاشمی و همکاران [۸]، همچنین یک روش تحلیلی برای ارتعاشات آزاد ورق‌های مستطیلی ضخیم ساخته شده از مواد تابعی که بر بستر الاستیک وینکلر واقع شده است، ارائه کرده اند. سیونگ-ایوک و همکاران [۹]، تئوری تصحیح شده دو متغیره ورق‌ها^۲ را برای ورق‌های که تحت نیروی های عرضی و داخل صفحه هستند، توسعه دادند. آنها خیز بی‌بعد بدست آمده از تئوری‌های گوناگونی مانند تئوری کلاسیک لایه ای ورق‌ها، تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا و تئوری تصحیح شده ورق‌ها را مقایسه نمودند. لی و همکاران [۱۰]، ارتعاشات آزاد ورق‌های مستطیلی ساخته شده از مواد تابعی تحت حرارت بر اساس تئوری خطی الاستیسیته سه بعدی بررسی نمودند. فرکانس‌های طبیعی را با روش ریتز استخراج نمودند. چاکراورتی و پرادهان [۱۱]، ارتعاشات آزاد ورق مستطیلی ساخته شده از مواد تابعی با قانون نمایی تحت حرارت را بر اساس تئوری کلاسیک ورق‌ها مورد مطالعه و بررسی قرار دادند. آنها از روش ریلی ریتز جهت استخراج فرکانس‌های طبیعی استفاده نمودند. علی‌بخشی و خواجهی [۱۲]، تئوری تصحیح شده دو بعدی را برای ورق‌های ساخته شده از مواد تابعی ارائه دادند. آنها دقت این تئوری را با نتایج بدست آمده از حل‌های سه بعدی الاستیسیته بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و مرتبه بالا، مقایسه نمودند. هویانگ و شن [۱۳]، ارتعاشات غیر خطی ورق‌های ساخته شده از مواد تابعی تحت در محیط‌های حرارتی بررسی نمودند. فرمول‌بندی مسئله بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا و معادله کلی فون کارمن^۳ که شامل اثرات حرارت است، می‌باشد. آنها از یک حل تحلیلی جهت استخراج فرکانس‌های غیرخطی استفاده نمودند. علی جانی و همکاران [۱۴]، نیز ارتعاشات غیرخطی ورق‌های مستطیلی ساخته شده از مواد تابعی در

1. Functionally Graded Material (FGM)

2. Two Variable Refined Plate Theory (RPT2)

3. Von karman-Type Equation

محیط‌های حرارتی را بر اساس تئوری‌های کلاسیک و تغییر شکل برشی مرتبه اول ارائه نمودند. آنها از روش سودو^۱ برای استخراج فرکانس‌های طبیعی در محیط‌های حرارتی استفاده نمودند. هدف از ارائه این مقاله بررسی اثرات تغییر دما بر ارتعاشات ورق‌های ساخته شده از پوشش مواد تابعی بر اساس تئوری تصحیح شده دو متغیر می‌باشد. تغییرات دما در کل ورق یکسان می‌باشد. خواص مواد وابسته به تغییرات دما فرض شده است. خواص مواد بر اساس یک قانون تابع توانی از کسر حجمی مواد سازنده در راستای ضخامت ورق تغییر می‌کند. شرایط ساده تکیه‌گاهی برای تمام لبه‌های ورق مستطیلی مد نظر قرار گرفته شده است. صحت حل با نتایج حاصل از مطالعات موجود بر اساس تئوری‌های متفاوت بررسی شده است.

مواد و روش تحقیق

یک ورق تخت مستطیلی ضخیم با طول و عرض و ضخامت یکسان به ترتیب a ، b و h در شکل ۱ نشان داده شده است. ورق دارای شرایط مفروض ساده تکیه‌گاهی است. چنانچه محور مختصات در جهت ضخامت ورق را Z بنامیم، خواص مکانیکی ورق ساخته شده از مواد تابعی بر اساس یک قانون تابع توانی بصورت زیر محاسبه می‌شود [۱۵].

$$P(z) = P_m + (P_c - P_m) \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^p \quad (1)$$

$P(z)$ می‌تواند یکی از خصوصیات ماده باشد مانند مدول الاستیسیته، چگالی و یا ضریب انبساط حرارتی، که در این مقاله مدول الاستیسیته، چگالی و ضریب انبساط حرارتی مطابق با یک قانون تابع توانی (۱) تغییر می‌کند. بدلیل نزدیک بودن ضریب پواسون سرامیک و فلز، این ضریب ثابت فرض شده است [۱۶].

زیرنویس‌های m و c به ترتیب خواص فلز و سرامیک را نشان می‌دهند. p اندیس توانی است که به آن همواره مقدار مثبتی اختصاص داده می‌شود. تغییرات مدول الاستیسیته بر اساس قانون توانی P -FGM برای ورق‌ها در شکل ۲ نشان داده شده است. وابستگی خواص مواد به تغییرات دما را می‌توان بر اساس یک تابع دمایی بصورت زیر بیان کرد [۱۷]:

$$P = P_0 (P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T + P_2T^2 + P_3T^3) \quad (2)$$

که مقادیر P_0 ، P_{-1} ، P_1 ، P_2 و P_3 از جدول ۱ استخراج شده‌اند. میدان تغییر دما در طول ضخامت یکنواخت فرض شده است و بصورت زیر می‌باشد [۱۱]:

$$T = T_m + \Delta T \quad (3)$$

$$\Delta T = T_c - T_m$$

^۱. Pseudo method

به ترتیب دمای سطح سرامیک و سطح فلز را نشان می‌دهد. به منظور استخراج فرمول‌بندی مسئله با استفاده از تئوری تصحیح شده دو متغیره (RPT2)، فرض شده است که جابه‌جایی‌های ورق (u, v, w) در مقایسه با ضخامت ورق کوچک هستند. بنابراین کرنش‌های قابل ملاحظه بینهایت کوچک می‌باشند. به عبارت دیگر تنش نرمال عرضی در جهت ضخامت ورق σ_z در مقایسه با تنش‌های داخل صفحه σ_x و σ_y خیلی کوچک می‌باشد. بنابراین با تعریف بالا، روابط تنش-کرنش از یک ماتریس 6×6 به 5×5 کاهش می‌یابد که همین تغییر، پیچیدگی مسئله را نیز کاهش می‌دهد. جابه‌جایی کلی ورق در جهت ضخامت (W) ، شامل سه مولفه کشش w^a ، خمش w^b ، و برش w^s که خود برحسب تابعی از x و y هستند، می‌باشد. جابه‌جایی‌ها بصورت زیر تعریف شده‌اند [۹]:

$$U(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w^b(x, y, t)}{\partial x} + \left[\frac{1}{4}z - \frac{5}{3h^2}z^3 \right] \frac{\partial w^s(x, y, t)}{\partial x} \quad (4)$$

$$V(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w^b(x, y, t)}{\partial y} + \left[\frac{1}{4}z - \frac{5}{3h^2}z^3 \right] \frac{\partial w^s(x, y, t)}{\partial y}$$

$$W(x, y, t) = w^a(x, y, t) + w^b(x, y, t) + w^s(x, y, t)$$

جاییکه u, v, w^a, w^b, w^s جابه‌جایی‌های صفحه میانی ورق و t زمان می‌باشد. رابطه کرنش جابه‌جایی در غیاب اثرات دما بصورت زیر بیان شده است:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial V}{\partial y}, \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right), \quad (5)$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right), \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right)$$

با فرض اینکه خواص مواد ورق از مواد تابعی از قانون کلی هوک^۱ تبعیت می‌کند، روابط تنش کرنش در غیاب اثرات دما بصورت ماتریس زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

^۱ Hook's Law

بطوریکه σ_{xx} و σ_{yy} به ترتیب تنش‌های نرمال در جهات X و Y هستند و σ_{xy} ، σ_{xz} و σ_{yz} تنش‌های برشی می‌باشند و Q_{ij} مولفه‌های ماتریس کاهش یافته سفتی¹ هستند. با توجه به اینکه تغییرات دما در کل ورق یکسان فرض شده است، می‌توان تاثیر میدان یکنواخت دما در رفتار ورق ساخته شده از مواد تابعی را بررسی کرد. تنش‌های حرارتی ناشی از تغییرات دما ΔT بصورت زیر تعریف شده است:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^T \\ \sigma_{yy}^T \\ \sigma_{xy}^T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha(Z) \\ \alpha(Z) \end{bmatrix} \Delta T \quad (7)$$

انرژی کرنشی کل ورق عبارت است از:

$$U = U_p + U_T \quad (8)$$

که U_p انرژی کرنشی ورق حاصل از تنش‌های ارتعاشی و U_T انرژی کرنشی حاصل از تنش‌های حرارتی می‌باشد و بصورت زیر تعریف شده است [۱۱]:

$$U_p = \frac{1}{2} \int_V [\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \varepsilon_{yy} + \sigma_{xy} \varepsilon_{xy} + \sigma_{yz} \varepsilon_{yz} + \sigma_{xz} \varepsilon_{xz}] dV \quad (9)$$

$$U_T = \frac{1}{2} \int_V [\sigma_{xx}^T d_{xx} + 2\sigma_{xy}^T d_{xy} + \sigma_{yy}^T d_{yy}] dV$$

$$d_{ij} = U_i U_j + V_i V_j + W_i W_j \quad i, j = x, y$$

انرژی جنبشی ورق بصورت زیر می‌باشد:

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho (\dot{U}^2 + \dot{V}^2 + \dot{W}^2) dx dy dz \quad (10)$$

که نماد نقطه نشاندهنده مشتق نسبت به زمان است. با استفاده تغییرات اول لاگرانژین (اصل همیلتون) معادلات حرکت ورق مستطیلی ساخته شده از مواد تابعی بدست می‌آید.

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(U_{Strain} - T_{total}) dt = 0 \quad (11)$$

حال شرایط مرزی ساده برای همه لبه‌های ورق مستطیلی ساخته شده از مواد تابعی را بصورت زیر بیان می‌کنیم:

¹ Reduced stiffness matrix

$$\text{For } x = 0, a \quad (12)$$

$$v = w^a = w^b = w^s = \frac{\partial w^a}{\partial y} = \frac{\partial w^b}{\partial y} = \frac{\partial w^s}{\partial y} = N_x = M_x^b = M_x^s = 0$$

$$\text{For } y = 0, b$$

$$u = w^a = w^b = w^s = \frac{\partial w^a}{\partial x} = \frac{\partial w^b}{\partial x} = \frac{\partial w^s}{\partial x} = N_y = M_y^b = M_y^s = 0$$

برای حل این مسئله با شرایط مرزی داده شده، روش حل ناویر¹ برای ارضای بسط زیر بکار گرفته شده است:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w_b \\ w_s \\ w_a \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_{mn} \cos \alpha_m x \sin \beta_n y \\ V_{mn} \sin \alpha_m x \cos \beta_n y \\ W_{bmn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \\ W_{smn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \\ W_{amn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \end{Bmatrix} \quad (13)$$

که $\beta = \frac{n\pi}{b}$ ، $\alpha = \frac{m\pi}{a}$ ، U_{mn} ، V_{mn} ، W_{bmn} ، W_{smn} و W_{amn} ضرایب هستند. در نهایت مسئله مقدار ویژه ورق بصورت زیر بدست می آید:

$$([K] - [M]\omega^2)\{\lambda\} = \{0\} \quad (14)$$

که $[K]$ ، $[M]$ ، ω و λ به ترتیب ماتریس سختی، ماتریس جرم، فرکانس های طبیعی و بردار ویژه هستند. جهت سهولت، به ترتیب پارامتر فرکانس اساسی (Ω) و پارامتر فرکانس طبیعی بی بعد ($\hat{\Omega}$) ورق بصورت زیر داده شده است:

$$\Omega = \omega \frac{a^2}{h} \sqrt{\frac{\rho_c}{E_c}}, \quad \hat{\Omega} = \omega h \sqrt{\frac{\rho_c}{E_c}} \quad (15)$$

نتایج و بحث

در این قسمت نتایج تئوری پیشنهادی برای بررسی اثرات تغییر دما بر فرکانس های طبیعی ورق های ساخته شده با پوشش مواد تابعی مورد بحث و بررسی قرار گرفته شده است. جهت اعتبارسنجی، نتایج تحقیق حاضر بر اساس تئوری تصحیح شده دو متغیره با نتایج حاصل از دیگر مقالات بر اساس تئوری های دیگر مقایسه شده است. برای سادگی بحث و بررسی، دو فاکتور بی بعد به نام نسبت ضخامت (τ) و نسبت ابعادی (η) ورق به ترتیب بصورت h/a و b/a تعریف شده است. وقتی اندیس توانی (p) به صفر میل کند، ورق ایزوتروپیک کاملاً سرامیکی است و وقتی به سمت بینهایت میل کند، ورق ایزوتروپیک کاملاً فلزی است. جهت مقایسه نتایج با دیگر مقالات، $\nu = 0.28$ فرض شده است. در جدول ۲ نتایج فرکانس های طبیعی بی بعد برای ورق مربعی ساخته شده از مواد AL/Al_2O_3 در غیاب تغییرات دما ($\Delta T = 0$) ارائه شده است. اثر تغییرات دما بر فرکانس های طبیعی بی -

¹ . Navier Solution Procedure

بعد ورق مربعی ساخته شده از مواد SUS304/Si3N4 در شکل ۳ نشان داده شده است و همچنین صحت نتایج تحلیل در جدول ۳ با دیگر تئوری‌ها بررسی شده است.

نتیجه‌گیری

در این مقاله تحلیل ارتعاشی ورق مستطیلی ساخته شده از مواد تابعی با فرض شرایط مرزی ساده تحت اثرات حرارتی بر اساس تئوری تصحیح شده دو متغیر ارائه گردید. نتیجه‌گیری انجام شده در ارتباط با اثرات دمایی بر فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد ورق نمونه بصورت زیر قابل جمع‌بندی و ارائه است:

- ۱) در غیاب اثرات دمایی فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد ورق مستطیلی با افزایش نسبت $\tau = h/a$ افزایش می‌یابد.
- ۲) برای یک نسبت ثابت $\tau = h/a$ با افزایش اندیس قانون توانی p ، درصد حجمی فلز در ورق مستطیلی افزایش می‌یابد و متعاقباً فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد ورق کاهش می‌یابند.
- ۳) فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد ورق ساخته شده از مواد تابعی برای یک نسبت ثابت $\tau = h/a$ ، با افزایش تغییرات دما، کاهش می‌یابد. همانطور که نتایج نشان می‌دهد، تغییرات دما و توزیع جزء حجمی اثر قابل توجهی بر فرکانس‌های طبیعی ورق‌های ساخته شده از مواد تابعی دارد که البته می‌بایست در بهره‌گیری آنها در پوشش‌دهی در محیط‌هایی با درجه حرارت بالا، مورد بررسی قرار گیرند.

مراجع

1. M.Yamanouchi and M.Koizumi and T.Hirai and I.Shiota, "Proceeding of first international symposium on functionally gradient materials", Sendai-Japan, 1990.
2. M.Koizumi, "The concept of FGM", *Ceramic Transaction*, 34, 1993, 3-10.
3. J.N. Reddy and N.D. Phan, "Stability vibration of isotropic, orthotropic and laminated plates according to a higher-order shear deformation theory", *Sound and Vibration*, 98, 1985, 157-170.
4. S. Abrate, "Free vibration, buckling, and static deflections of functionally graded plates", *Composites Science and Technology*, 66, 2006, 2383-2394.
5. S. Abrate, "Functionally graded plates behave like homogeneous plates", *Composites Part B-Engineering*, 39, 2008, 151-158.
6. X.Zhao and Y.Y.Liew, "Free vibration analysis of functionally graded plates using the element-free kp-Ritz method", *Sound and Vibration*, 319, 2009, 918-939.
7. Sh.Hosseini-Hashemi and M.Fadaee and S.R.Atashipour, "Study on free vibration of thick functionally graded rectangular plates according to a new exact closed-form procedure", *Composite Structures*, 93, 2011, 722-735.
8. Sh.Hosseini-Hashemi and H.Rokni Damavandi, "Free vibration of functionally graded rectangular plates using first-order shear deformation plate theory", *Applied Mathematical Modelling*, 34, 2009, 1276-1291.
9. K.Seung-Eock and T.Huu-Tai and L.Jaehong, "A two variable refined plate theory for laminated composite plates", *Composite Structures*, 89, 2009, 197-205.
10. Q.Li and V.P.Iu, "Three-dimensional vibration analysis of functionally graded material plates in thermal environment", *Journal of Sound and Vibration*, 324, 2009, 733-750.

11. S.Chakraverty and K.K.Pradhan, "Free vibration of exponential functionally graded rectangular plates in thermal environment with general boundary conditions", *Aerospace Science and Technology*,36,2014,132-156.
12. R.Alibakhshi and A.Khavvaji, "Free vibration analysis of thick functionally graded rectangular plates using variable refined plate theory", *Journal of Mechanical Research and Application*,3,2011,65-73.
13. X.L.Huang and H.S.Shen, "Nonlinear vibration and dynamic response of functionally graded plates in thermal environments", *International Journal of Solids and Structures*,41,2004,2403-2427.
14. F.Alijani and F.Bakhtiari-Nejad and M.Amabili, "Nonlinear vibrations of FGM rectangular plates in thermal environments", *Nonlinear Dyn*,66,2011,251-270.
15. G.Bao and L.Wang , "Multiple cracking in functionally graded ceramic/metal coatings", *Solids and structure*,32,1995,2853-2871.
16. J.N.Reddy and G.N.Praveen, "Nonlinear transient thermoelastic analysis of functionally graded ceramic-metal plates", *Journal Solid Structures*,35,1998,4467-4476.
17. Y.S.Touloukian, Thermophysical properties of high temperature solid materials,1967,New York, MacMillan.
18. Sh.Hosseini-Hashemi and M.Fadaee and S.R.Atashipour, "A new exact analytical approach for free vibration of Reissner-Mindlin functionally graded rectangular plates", *Mechanical Sciences*,53,2011,11-22.
19. H.Matsunaga, "Free vibration and stability of functionally graded plates according to a 2-D higher-order deformation theory", *Composite Structure*,82,2008,499-512.
20. C.Shyang-Ho and C.Yen-Ling, "Mechanical behavior of functionally graded material plates under transverse load-PartI analysis", *Solids and Structures*,43,2006,3657-3674.

جدول ۱: خواص مواد وابسته به دما مانند مدول الاستیسیته، چگالی و ضریب انبساط حرارتی [۱۳].

Properties	Material	P ₋₁	P ₀	P ₁	P ₂	P ₃	P (at T = 300 K)
E(pa)	SUS304	0	201.04e9	3.079e-4	-6.534e-7	0	207.7877e9
	Si3N4	0	348.43	-3.070e-4	2.16e-7	-8.946e-11	322.2715e9
α (1 / k)	SUS304	0	12.330e-6	8.086e-6	0	0	1.5321e-5
	Si3N4	0	5.8723e-6	9.095e-6	0	0	7.4746e-6
ρ (kg / m ³)	SUS304	0	8166	0	0	0	8166
	Si3N4	0	2370	0	0	0	2370

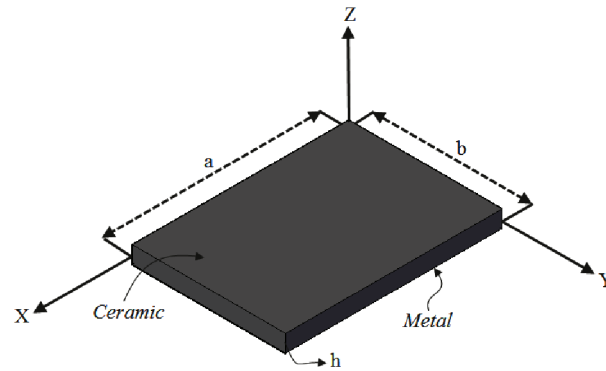
جدول ۲: مقایسه نتایج فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد ($\hat{\Omega}$) برای ورق مربعی ($\eta = 1$) با خواص AL / Al_2O_3 و $\Delta T = 0$.

$\tau = \frac{h}{a}$	(m, n)	Method	Pawer low index (p)					
			0	0.5	1	4	10	∞
0.05	(1,1)	Present	0.0148	0.0125	0.0113	0.0098	0.0094	0.0075
		RPT2 [12]	0.0148	0.0125	0.0113	0.0098	0.0094	-
		Exact HSDT [18]	0.0148	0.01250	0.0113	0.0098	0.0094	-
		FSDT [20]	0.0146	0.0124	0.0112	0.0097	0.0093	-
0.1	(1,1)	Present	0.0577	0.0490	0.0442	0.0380	0.0364	0.0293
		RPT2 [12]	0.0577	0.0490	0.0442	0.0380	0.0364	0.0293
		Exact HSDT [18]	0.0577	0.0490	0.0442	0.0381	0.0364	0.0293
		FSDT [20]	0.0568	0.0482	0.0435	0.0376	0.0359	-
0.1	(1,2)	Present	0.1377	0.1173	0.1058	0.0901	0.0856	0.0701
		RPT2 [12]	0.1377	0.1173	0.1058	0.0901	0.0856	0.0701
		Exact HSDT [18]	0.1377	0.1174	0.1059	0.0903	0.0856	0.0701
		FSDT [20]	0.1354	0.1154	0.1042	-	0.0850	-

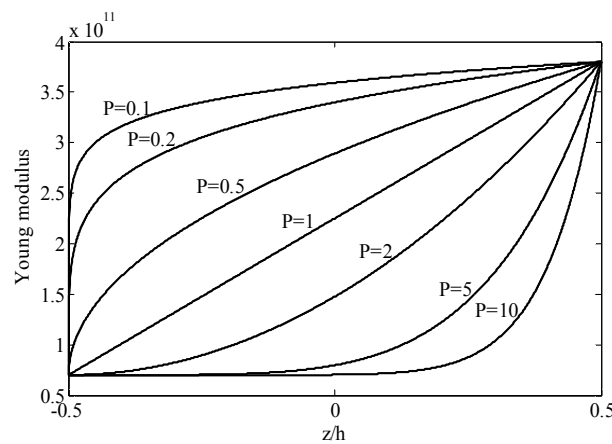
0.2	(1,1)	Present	0.2113	0.1806	0.1628	0.1375	0.1299	0.1075
		RPT2 [12]	0.2113	0.1806	0.1628	0.1375	0.1299	0.1075
		Exact HSDT [18]	0.2113	0.1807	0.1631	0.1378	0.1301	0.1076
		FSDT [20]	0.2055	0.1757	0.1587	0.1356	0.1284	-
0.2	(1,2)	Present	0.4622	0.3982	0.3595	0.2969	0.2767	0.2352
		RPT2 [12]	0.4622	0.3982	0.3595	0.2969	0.2767	0.2352
		Exact HSDT [18]	0.4623	0.3989	0.3607	0.2980	0.2771	0.2355
		HSDT [19]	0.4658	0.4040	0.3644	0.3000	0.2790	0.2365

جدول ۳. مقایسه نتایج اثر تغییرات دما بر فرکانس های طبیعی بی بعد $\hat{\Omega} = \omega(a^2/h)\sqrt{(\rho_m/E_m)(1-\nu^2)}$ برای ورق مربعی $(\eta=1)$ و $(\tau=0.0125)$ با خواص SUS304/Si3N4.

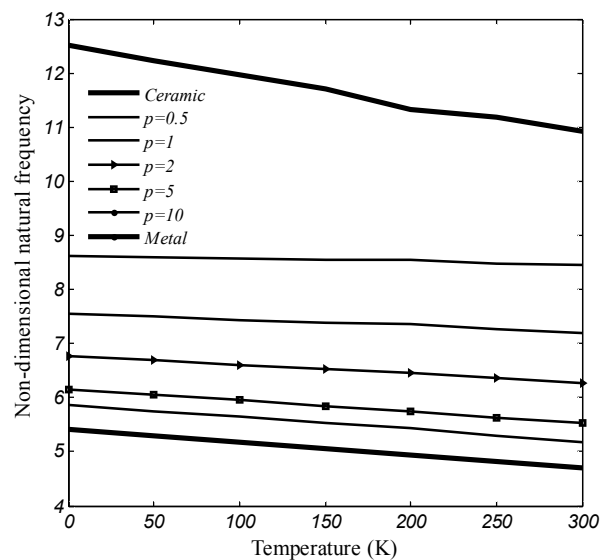
ΔT	(m, n)	Method	Power law index (p)					
			Si3N4	0.5	1	2	10	SUS304
0	(1,1)	Present	12.507	8.615	7.551	6.776	5.863	5.410
		HSDT[13]	12.495	8.675	7.555	6.777	--	5.405
		FSDT[14]	12.528	8.622	7.557	6.786	--	5.420
		CLT[14]	13.173	9.068	7.948	7.140	--	5.698
	(1,2)	Present	29.255	20.164	17.672	15.838	13.682	12.660
		HSDT[13]	29.131	20.262	17.649	15.809	--	12.602
	(2,2)	Present	44.224	30.498	26.724	23.926	20.645	19.132
		HSDT[13]	43.845	30.359	26.606	23.806	--	18.967
	(1,3)	Present	53.442	36.867	32.302	28.903	24.922	23.119
		HSDT[13]	52.822	36.819	32.081	28.687	--	22.850
	(2,3)	Present	66.352	45.793	40.116	35.867	30.900	28.704
		HSDT[13]	65.281	45.546	39.692	35.466	--	28.239
100	(1,1)	Present	12.235	8.579	7.440	6.612	5.646	5.182
		HSDT[13]	12.397	8.615	7.474	6.693	--	5.311
		FSDT[14]	12.332	8.468	7.414	6.649	--	5.284
		CLT[14]	12.976	8.915	7.806	7.004	--	5.565
	(1,2)	Present	28.526	20.045	17.450	15.629	13.441	12.419
		HSDT[13]	29.083	20.215	17.607	15.762	--	12.539
	(2,2)	Present	43.324	30.304	26.497	23.677	20.381	18.885
		HSDT[13]	43.835	30.530	26.590	23.786	--	18.959
	(1,3)	Present	52.435	36.626	32.040	28.628	24.645	22.867
		HSDT[13]	52.822	36.824	32.088	28.686	--	22.828
	(2,3)	Present	65.195	45.487	39.806	35.557	30.604	28.442
		HSDT[13]	65.310	45.575	39.721	35.491	--	28.246
300	(1,1)	Present	11.998	8.493	7.205	6.267	5.187	4.690
		HSDT[13]	11.984	8.269	7.171	6.398	--	4.971
		FSDT[14]	11.919	8.138	7.102	6.346	--	4.941
		CLT[14]	12.566	8.588	7.497	6.705	--	5.226
	(1,2)	Present	27.196	19.817	17.160	15.210	12.951	11.932
		HSDT[13]	28.504	19.783	17.213	15.384	--	12.089
	(2,2)	Present	41.704	29.948	26.061	23.187	19.853	18.383
		HSDT[13]	43.107	29.998	26.109	23.327	--	18.392
	(1,3)	Present	50.633	36.190	31.544	28.095	24.093	22.353
		HSDT[13]	51.998	36.239	31.557	28.185	--	22.221
	(2,3)	Present	63.135	44.938	39.225	34.962	30.018	27.910
		HSDT[13]	64.358	44.901	39.114	34.918	--	27.557



شکل ۱: مدل ورق مستطیلی با پوشش مواد تابعی



شکل ۲: تغییرات مدول الاستیسیته در یک ورق ساخته شده از مواد تابعی بر اساس قانون توانی



شکل ۳: اثر تغییرات دما بر فرکانس های طبیعی بی بعد ورق مربعی ($\eta=1$) و ($\tau=0.0125$) مد اول با خواص

SUS304/Si3N4