



کمانش حرارتی ورق مستطیل شکل از جنس مواد تابعی با ضخامت متغییر

مصطفی راکی^۱، حجت غلامی^۲

^۱،^۲ گروه کارشناسی ارشد ساخت و تولید، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، دزفول، ایران

چکیده

در این مقاله تحلیل کمانش ورق مستطیل شکل از جنس مواد تابعی تحت بارگذاری حرارتی مختلف بر اساس تئوری مرتبه بالای تغییر شکل برشی مورد بررسی قرار گرفته است. خصوصیات مکانیکی ورق، از جنس مواد تابعی مانند مدول الاستیسیته E ضریب انبساط حرارتی α و ضریب هدایت حرارتی k در راستای ضخامت طبق قانون توانی متغییر فرض شده و نسبت پواسون ν ثابت در نظر گرفته می شود. ضخامت ورق در راستای طول ورق بصورت تابع خطی تغییر می کند. سپس معادلات تعادل و پایداری ورق تابعی مستطیل شکل بر اساس تئوری های کلاسیک و تغییر شکل برشی مرتبه بالا با استفاده از معادلات اویلر استخراج شده و در ادامه تحلیل و آنالیز کمانش یک ورق تابعی مستطیل شکل با شرایط مرزی ساده تحت بارگذاری حرارتی بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی مورد بررسی قرار گرفته و اختلاف دمایی بحرانی برای این نوع ورق بدست آمده و در نهایت نمودارها و جداول مربوط به نتایج حاصل از تئوری مذکور ارائه شده و مورد مقایسه با نتایج حاصل از تئوری کلاسیک قرار گرفته است. نتایج نشان می دهد که برای همه بارگذاری ها دمایی بحرانی با افزایش نسبت عرض به طول افزایش می یابد.

واژه های کلیدی: کمانش حرارتی، مواد تابعی، تئوری مرتبه بالای تغییر شکل برشی مرتبه بالا.

مقدمه

مسئله کمانش صفحات برای اولین بار حدود ۱۲۰ سال پیش مورد بررسی قرار گرفت. در سال ۱۹۹۳ مقاله‌ای از طرف انجمن مهندسين مکانیک چاپ شده است و کمانش حرارتی ورق مستطیل شکل با شرایط مرزی ۴ طرف تکیه گاه ساده بررسی شده است. این مسئله برای سه حالت توزیع دما حل شده است. یکی افزایش درجه حرارت از مقدار اولیه به نهایی و دیگر وقتی درجه حرارت تابعی خطی در طول ورق و همچنین تابع پارابولیک باشد. برای نمونه ال. ی. چین [۱] در سال ۱۹۸۹ مطالعاتی را در کمانش حرارتی ورق‌ها و پوسته‌ها در طول پنجاه سال تا زمان انتشار آنها انجام داد. لیزا [۲] در سال ۱۹۹۱، کمانش در ورق‌های کامپوزیتی که تحت بارگذاری حرارتی قرار داشتند را بررسی و تحلیل نمود. بیرمن [۳] در سال ۱۹۹۳، کمانش حرارتی صفحات از جنس مواد تابعی غیر کامل را ارائه کرد. تورنتون [۴] در سال ۱۹۹۳، کارهای منحصر بفردی در تمرکز تنش در صفحات نازک از جنس مواد تابعی انجام داد. نجفی زاده و اسلامی [۵] در سال ۲۰۰۲، تحلیل کمانش مکانیکی ورق دایروی مواد تابعی، تحت فشار شعاعی را بر اساس تئوری کلاسیک صفحات مورد بررسی قرار داد. جواهری و اسلامی [۶] در سال ۲۰۰۲، کمانش ورق مستطیل شکل مواد تابعی را تحت انواع بارگذاری حرارتی بر اساس تئوری مرتبه بالای تغییر شکل برشی صفحات مورد بررسی قرار داده و اختلاف دمایی بحرانی را برای ورق با شرایط مرزی ساده و بر اساس مدل ردی برای انواع ضریب توان بدست آورد. هدایتی و نجفی زاده [۷] در سال ۲۰۰۴، کمانش حرارتی و مکانیکی ورق دایروی مواد تابعی، را بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی صفحات مورد بررسی قرار داده و بارها و اختلاف دمایی بحرانی را برای ورق با انواع ضریب توان بکار رفته در مدل ردی مد نظر آنها برای ارائه خصوصیات ماده بدست آورد. ماریمتو و تانیگووا [۸] در سال ۲۰۰۶، کمانش حرارتی ورق مستطیلی مواد تابعی تحت بارگذاری حرارتی جزئی را مورد بررسی قرار داده و اختلاف دمایی بحرانی را برای ورق با شرایط مرزی ساده بدست آورد. حیدری و نجفی زاده [۹] در سال ۲۰۰۷، کمانش حرارتی ورق دایروی مواد تابعی، را بر اساس تئوری مرتبه بالا تغییر شکل برشی صفحات و اینکه خصوصیات ماده در راستای شعاع تغییر کنند را مورد بررسی قرار داده و اختلاف دمایی بحرانی را برای بارگذاری یکنواخت حرارت بدست آورد.

مواد و روش تحقیق

خصوصیات مکانیکی ماده تابعی

مواد تابعی^۱ اولین بار در سال ۱۹۸۴ توسط ناینو (Niino) در آزمایشگاه هوا-فضای ملی ژاپن (NAL) به منظور عایق حرارتی بالا مطرح شد. [۱۸] ماده تابعی، یک ماده مصنوعی با ریز ساختار غیر همگن می‌باشد که خواص مکانیکی آن بطور ملایم و پیوسته از یک سطح تا سطح دیگر جسم تغییر می‌کند. این خاصیت ویژه بوسیله تغییر پله‌ای و یکنواخت و نسبت حجمی مواد تشکیل دهنده بدست می‌آید. [۲۰] نوع رایج مواد تابعی از ترکیب

سرامیک و فلز حاصل می‌گردد. در این حالت اگر یک نمونه از ماده بشکل مکعب مستطیل فرض گردد، یکی از سطح قطعه سرامیک خالص و سطح مقابل فلز خالص می‌باشد. جنس ماده موجود بین دو سطح سرامیک و فلز در واقع ترکیبی از سرامیک و فلز می‌باشد. نسبت این ترکیب در راستای ضخامت جسم متغیر بوده و چگالی ذرات فلز معلق در بستر سرامیک از سطح فلزی تا سطح سرامیک توسط یک تابع معین که می‌تواند خطی یا غیر خطی باشد کاهش می‌یابد. امتیاز اصلی مواد تابعی مقاومت بسیار بالا آنها در برابر محیطهای با درجه حرارت فوق العاده و تغییرات شدید درجه حرارت می‌باشد. مولفه سرامیکی جسم به دلیل هدایت حرارتی پایین باعث مقاومت در برابر دماهای بالا می‌گردد. از سوی دیگر مولفه فلزی باعث جلوگیری از رشد ترک و شکست ماده در اثر تنشهای حرارتی بسیار بالا ایجاد شده می‌گردد. همچنین پیوستگی تغییرات ریز ساختاری باعث امتیاز ماده تابعی نسبت به انواع مواد مرکب لایه‌ای گردیده است. [۲۰] قبل از ساخت ماده‌تابعی باید مشخص شود که عناصر تشکیل دهنده آن (مثلا فلز و سرامیک) به چه صورتی توزیع شوند، نسبت حجمی سرامیک V_c و فلز V_m با استفاده از قانون توانی بیان می‌شود:

$$V_c = \left(\frac{z + h}{2h} \right)^k, V_m = 1 - V_c \quad (1)$$

بطوریکه Z مختصه در راستای ضخامت ورق و تغییر ترکیب مواد ضخامت ورق می‌باشد. زیرنویس‌های m, c بترتیب معرف خواص سرامیک و فلز می‌باشد. جهت تحلیل ریاضی ورق‌های از جنس مواد تابعی از دستگاه مختصات کارتزین (X, Y, Z) استفاده می‌گردد. بطوریکه مبدأ مختصات در صفحه میانی جای گرفته است. ثابت توانی می‌باشد و مقادیر بزرگتر یا مساوی صفر را اختیار می‌کند. ترکیب سرامیک و فلز وقتی ($k=1$) است خطی می‌باشد. همچنین با قرار دادن () ورق همگن از جنس سرامیک حاصل می‌گردد. فرض می‌گردد خواص مادی ورق غیر همگن مانند مدول الاستیسیه و ضرایب انبساط حرارتی براساس قانون ردی در جهت ضخامت ورق تغییر نماید در حالیکه ضرب پواسون ثابت در نظر گرفته می‌شود.

$$E(z) = E_c V_c + E_m (1 - V_c), \quad (2)$$

$$\alpha(z) = \alpha_c V_c + \alpha_m (1 - V_c), v(z) = v.$$

بطوریکه:

$$E_{cm} = E_c - E_m, \alpha_{cm} = \alpha_c - \alpha_m \quad (3)$$

معادلات تعادل و پایداری

با در نظر گرفتن تئوری حاضر مولفه‌های کرنش نرمال ϵ_y, ϵ_z و کرنش برشی $\epsilon_{xy}, \epsilon_{xz}, \epsilon_{yz}$ وجود دارند و تنها مولفه کرنش نرمال ϵ_z صفر می‌باشد.

$$\varepsilon_x = u_{,x} + \frac{1}{\nu} w_{,x}^y, \varepsilon_y = v_{,y} + \frac{1}{\nu} w_{,y}^y, \quad (4)$$

$$\varepsilon_{xy} = u_{,y} + v_{,x} + w_{,x} w_{,y}$$

$$\varepsilon_{xz} = u_{,z} + w_{,x}, \varepsilon_{yz} = v_{,z} + w_{,y}$$

همچنین مولفه‌های جابجایی u, v, w بصورت توابعی خطی نسبت به فرض گردیده و مولفه w مستقل از Z در نظر گرفته می‌شود:

$$u(x, y) = u_0(x, y) + z u_1(x, y) + z^2 u_2(x, y) + z^3 u_3(x, y) \quad (5)$$

$$v(x, y) = v_0(x, y) + z v_1(x, y) + z^2 v_2(x, y) + z^3 v_3(x, y)$$

$$w(x, y) = w_0(x, y)$$

بطوریکه:

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yz} = 0 \quad \text{at} \quad z = \pm \frac{h}{\nu} \quad (6)$$

$$u_3 = v_3 = 0, u_2 = -\frac{\nu z^2}{3h^3} (u_0 + w_{,xx}),$$

$$v_2 = -\frac{\nu z^2}{3h^3} (v_0 + w_{,yy})$$

با جایگذاری رابطه (5) در رابطه (4):

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} k_x^1 \\ k_y^1 \\ k_{xy}^1 \end{pmatrix} + z^2 \begin{pmatrix} k_x^2 \\ k_y^2 \\ k_{xy}^2 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xz}^0 \\ \varepsilon_{yz}^0 \end{pmatrix} + z^2 \begin{pmatrix} k_{xz}^2 \\ k_{yz}^2 \end{pmatrix}$$

بطوریکه:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{,x} + \frac{1}{\nu} w_{,x}^y \\ v_{,y} + \frac{1}{\nu} w_{,y}^y \\ u_{,y} + v_{,x} + w_{,x} w_{,y} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \varepsilon_{xz}^0 \\ \varepsilon_{yz}^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{,z} + w_{,x} \\ v_{,z} + w_{,y} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} k_x^1 \\ k_y^1 \\ k_{xy}^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{,xx} \\ v_{,yy} \\ u_{,xy} + v_{,yx} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} k_{xz}^2 \\ k_{yz}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\nu}{3h^3} (u_0 + w_{,xx}) \\ -\frac{\nu}{3h^3} (v_0 + w_{,yy}) \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{pmatrix} k_x^2 \\ k_y^2 \\ k_{xy}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\nu}{3h^3} (u_{,xx} + w_{,xxx}) \\ -\frac{\nu}{3h^3} (v_{,yy} + w_{,yyy}) \\ \frac{\nu}{3h^3} (u_{,xy} + v_{,yx} + 2w_{,xxy}) \end{pmatrix}$$

بطوریکه (W, V, U) مولفه‌های جابجایی به ترتیب در جهات مختصاتی (x, y, z) می‌باشد. زیرنویس (i) نشانگر

مشق جزئی می‌باشد. طبق قانون هوک مولفه‌های تنش صفحه‌ای بدین صورت می‌باشد:

پانزدهمین سمینار ملی مهندسی سطح

$$\sigma_x = \frac{E(z)}{1-\nu} [\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y - (1+\nu)\alpha(z)T] \quad (9)$$

$$\sigma_y = \frac{E(z)}{1-\nu} [\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x - (1+\nu)\alpha(z)T]$$

$$\sigma_{xy} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \varepsilon_{xy}, \sigma_{xz} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \varepsilon_{xz}$$

$$\sigma_{yz} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \varepsilon_{yz}$$

نیروها و ممنتومها در واحد طول بر حسب مؤلفه‌های تنش بدین صورت می‌باشد:

$$(N_i, M_i) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_i(\cdot, z) dz \quad i = x, y, xy \quad (10)$$

با جایگذاری رابطه (9) در (10) مؤلفه‌های نیرو و ممنتوم در واحد طول بدین صورت می‌شود:

$$(N_x, M_x) = \frac{1}{1-\nu} \left[(E_\nu, E_\nu)(\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) + (E_\nu, E_\nu)(k_x + \nu k_y) + (E_\nu, E_\nu)(k_x + \nu k_y) - (1+\nu)(\phi_\nu, \phi_\nu) \right] \quad (11)$$

$$(N_y, M_y) = \frac{1}{1-\nu} \left[(E_\nu, E_\nu)(\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) + (E_\nu, E_\nu)(k_y + \nu k_x) + (E_\nu, E_\nu)(k_y + \nu k_x) - (1+\nu)(\phi_\nu, \phi_\nu) \right]$$

$$(N_{xy}, M_{xy}) = \frac{1}{2(1+\nu)} \left[(E_\nu, E_\nu) \varepsilon_{xy} + (E_\nu, E_\nu) k_{xy} + (E_\nu, E_\nu) k_{xy} \right]$$

بطوریکه:

$$(E_\nu, E_\nu, E_\nu, E_\nu, E_\nu, E_\nu, E_\nu) = \int_{-h/2}^{h/2} (\nu, z, z^\nu, z^\nu, z^\nu, z^\nu, z^\nu) E(z) dz \quad (12)$$

$$(\phi_\nu, \phi_\nu, \phi_\nu, \phi_\nu) = \int_{-h/2}^{h/2} (\nu, z, z^\nu, z^\nu) \alpha(z) T(x, y, z) E(z) dz$$

$$\psi = \int_{-h/2}^{h/2} E(z) \alpha^\nu(z) T^\nu(x, y, z) dz$$

$$\mu^* = \Delta T \left[E_m \alpha_m + \frac{1}{k+1} (E_m \alpha_{cm} + E_{cm} \alpha_m) + \frac{1}{2k+1} E_{cm} \alpha_{cm} \right]$$

به کمک روش حساب تغییرات^۱ معادلات تعادل ورق مستطیلی شکلاز جنس مواد تابعی بصورت زیر

می‌باشد:

$$N_{x,x} + N_{y,y} = 0, N_{y,x} + N_{x,y} = 0, M_{x,x} + M_{y,y} = 0 \quad (13)$$

$$M_{y,x} + M_{x,y} = 0, N_x w_{,xx} + 2N_{xy} w_{,xy} + N_y w_{,yy} = 0$$

جهت مطالعه امکان پایداری تغییر مکان مجازی کوچکی بر مؤلفه‌های جابجایی اولیه اعمال می‌شود. که

مؤلفه‌های جابجایی در همسایگی حالت تعادل بصورت زیر تبدیل می‌شود:

$$u = u_1 + u_2, v = v_1 + v_2, w = w_1 + w_2, \quad (14)$$

$$u_1 = u_1 + u_2, v_1 = v_1 + v_2$$

در روابط فوق زیر نویس "۰" نشانگر وضعیت تعادل و زیر نویس "۱" نشانگر یک تغییر مکان بسیار کوچک دلخواه است. باروشی مشابه مؤلفه های نیرو و ممان قابل تجزیه به نیروها و ممانهای منتجه در حال تعادل و انحراف یافته از وضعیت تعادل اولیه بصورت زیر می باشد:

$$N_i = N_i^0 + N_i^1, M_i = M_i^0 + M_i^1 \quad i = x, y, xy \quad (15)$$

به کمک روش حساب تغییرات [۱۰] معادلات پایداری ورق مستطیلی شکلاز جنس مواد تابعی بدین صورت می باشد:

$$N_{x,x} + N_{xy,y} = 0, N_{xy,x} + N_{y,y} = 0, M_{x,x} + M_{xy,y} = 0 \quad (16)$$

$$M_{xy,x} + M_{y,y} = 0, N_x \cdot w'_{,xx} + 2N_{xy} \cdot w'_{,xy} + N_y \cdot w'_{,yy} = 0$$

از روش میرز [۱۰] برای بدست آوردن نیروهای پیش کمانش از معادلات تعادل در حالت غشایی (کلیه ممانها در معادلات تعادل حذف شود) استفاده می شود.

$$N_{x,0} = -\frac{\mu^*}{2(1-\nu_1)}(Ca - 2C_1) \quad (17)$$

$$N_{x,1} = -\frac{\mu^*}{2(1-\nu_1)}(Ca - 2C_1) - \mu^*(C_x)$$

$$N_{xy,0} = 0$$

شرایط مرزی برای ورقی که از چهار طرف بر روی تکیه گاه ساده قرار دارد در حالت پایداری به صورت زیر می باشد:

$$w'(x, 0) = w'(x, b) = w'(0, y) = w'(a, y) = 0$$

$$u'(x, 0) = u'(x, b) = v'(0, y) = v'(a, y) = 0 \quad (18)$$

$$u'_1(x, 0) = u'_1(x, b) = v'_1(0, y) = v'_1(a, y) = 0$$

$$M_y(x, 0) = M_y(x, b) = M_x(0, y) = M_x(a, y) = 0$$

با توجه به شرایط مرزی فوق جوابهای تقریبی برای مؤلفه های جابجایی که بتوانند شرایط مرزی فوق را ارضا کنند بصورت زیر تعریف می شود:

$$u'(x, y) = \sum_{m=1}^m \sum_{n=1}^n u_{,mn} \cos \alpha x \sin \beta y \quad (19)$$

$$u'_1(x, y) = \sum_{m=1}^m \sum_{n=1}^n u'_{,mn} \cos \alpha x \sin \beta y$$

$$v'(x, y) = \sum_{m=1}^m \sum_{n=1}^n v_{,mn} \sin \alpha x \cos \beta y$$

$$v'_1(x, y) = \sum_{m=1}^m \sum_{n=1}^n v'_{,mn} \sin \alpha x \cos \beta y$$

$$w'(x, y) = \sum_{m=1}^m \sum_{n=1}^n w_{,mn} \sin \alpha x \sin \beta y$$

$$\alpha = \frac{m\pi}{a}, \quad \beta = \frac{n\pi}{b} \quad m, n = 1, 2, 3, \dots$$

که $(u_{,mn}, u'_{,mn}, v_{,mn}, v'_{,mn}, w_{,mn})$ مقادیر ثابت هستند و m, n تعداد نیم موج ها در جهت yx است.

$$\bar{k}_{rr} = k_{rr} - \Delta T \left[E_m \alpha_m + \frac{(E_m \alpha_{cm} + E_{cm} \alpha_m)}{k + 1} + \frac{E_{cm} \alpha_{cm}}{\nu k + 1} \right] \times \left[\frac{\pi^\nu (1 + \nu)}{\nu b^\nu} (C_1 a + \nu C_2) \left(\left(\frac{m^\nu b^\nu}{a^\nu} + n^\nu \right) \right) \right]$$

در مؤلفه های این ماتریس تنها مؤلفه ی k_{rr} دارای عبارت مربوط به نیروهای پیش کمانش می باشد که با جایگذاری نیروهای پیش کمانش (۱۶) در رابطه و مساوی صفر قرار دادن دترمینان ضرایب مقدار محاسبه می شود.

$$\begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} \\ k_{rr} - \Delta T \left[E_m \alpha_m + \frac{(E_m \alpha_{cm} + E_{cm} \alpha_m)}{k + 1} + \frac{E_{cm} \alpha_{cm}}{\nu k + 1} \right] & & & & \\ \left[\frac{\pi^\nu (1 + \nu)}{\nu b^\nu} (C_1 a + \nu C_2) \left(\left(\frac{m^\nu b^\nu}{a^\nu} + n^\nu \right) \right) \right] & & & & \\ k_{rr} & k_{rr} & k_{rr} & k_{rr} & k_{rr} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} \end{vmatrix} = 0 \quad (22)$$

$$\Delta T_{cr} = \frac{b^\nu K_d}{\pi^\nu (1 + \nu) (C_1 a + \nu C_2) \mu^* \left[\frac{m^\nu b^\nu}{a^\nu} + n^\nu \right] K_c} \quad (23)$$

بطوریکه:

$$K_d = \det |k_{ij}| \quad i, j = 1, 2, 3$$

و:

$$K_c = k_{15}k_{24}k_{32}k_{41}k_{53} + k_{12}k_{25}k_{34}k_{43}k_{51} + k_{14}k_{22}k_{35}k_{45}k_{52} + k_{15}k_{21}k_{34}k_{42}k_{53} + k_{11}k_{24}k_{35}k_{45}k_{52} + k_{15}k_{22}k_{34}k_{41}k_{53} + k_{11}k_{25}k_{34}k_{42}k_{51} + k_{12}k_{21}k_{35}k_{45}k_{53} + k_{12}k_{24}k_{31}k_{45}k_{52} + k_{14}k_{21}k_{35}k_{42}k_{51} + k_{15}k_{22}k_{34}k_{41}k_{53} - k_{11}k_{24}k_{35}k_{45}k_{52} - k_{15}k_{21}k_{34}k_{42}k_{53} - k_{11}k_{25}k_{34}k_{41}k_{52} - k_{12}k_{21}k_{35}k_{45}k_{53} - k_{14}k_{22}k_{35}k_{45}k_{52} - k_{15}k_{24}k_{31}k_{45}k_{52} - k_{11}k_{24}k_{35}k_{45}k_{52} - k_{15}k_{22}k_{34}k_{41}k_{53} - k_{11}k_{25}k_{34}k_{42}k_{51} - k_{12}k_{21}k_{35}k_{45}k_{53} - k_{14}k_{21}k_{35}k_{42}k_{51} - k_{15}k_{22}k_{34}k_{41}k_{53} - k_{11}k_{24}k_{35}k_{45}k_{52} - k_{15}k_{21}k_{34}k_{42}k_{53} - k_{11}k_{25}k_{34}k_{41}k_{52} - k_{12}k_{21}k_{35}k_{45}k_{53}$$

حالت در رابطه (۲۳) نشان دهنده اختلاف دمای بحرانی برای یک ورق از جنس مواد تابعی با ترکیب خطی از سرامیک و فلز و $k=0$ اختلاف دمای بحرانی ورق همگن را نشان می دهد.

نتایج و بحث

در جدول ۱ خصوصیات مکانیکی ورق تابعی و در جداول ۲ و ۳ اختلاف دمای بحرانی کمانش ورقی از جنس مواد تابعی با شرایط تکیه گاهی ساده، تحت افزایش یکنواخت دما در راستای ضخامت بر اساس تئوری مرتبه بالای تغییر شکل برشی و تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی برای نسبت های مختلف عرض به طول و نیز ثوابت توانی متفاوت ارائه شده است.

در نمودار ۱ مقادیر اختلاف دمای بحرانی کمانش ورق نمونه تحت افزایش یکنواخت دما در راستای ضخامت به ازای مقادیر مختلف ثابت توانی (و بر حسب b/a و بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه

بالا و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول رسم شده است. همانطور که مشاهده می شود با افزایش b/a اختلاف دمای بحرانی کمانش افزایش می یابد. همچنین با افزایش اختلاف دمای بحرانی کمانش کاهش می یابد. همچنین برای b/a های مختلف آهنگ افزایش اختلاف دمای بحرانی با افزایش ثابت توانی k کاهش می یابد. در نمودار ۲ مقادیر اختلاف دمای بحرانی کمانش ورق نمونه تحت افزایش یکنواخت دمادر راستای ضخامت به ازای مقادیر مختلف ثابت توانی (و بر حسب C_1 مختلف و بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول رسم شده است. همانطور که مشاهده می شود با افزایش اختلاف دمای بحرانی کمانش افزایش می یابد. همچنین با افزایش اختلاف دمای بحرانی کمانش کاهش می یابد. همچنین برای b/a های مختلف آهنگ افزایش اختلاف دمای بحرانی با افزایش ثابت توانی کاهش می یابد.

نتیجه گیری

در این تحقیق تحلیل کمانش حرارتی ورق مستطیل شکل از جنس مواد تابعی با فرض شرایط مرزی ساده تحت تغییر درجه حرارت بطور یکنواخت از مقدار ثابت T_i به مقدار نهایی T_f بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا انجام گرفته است و اختلاف دمای بحرانی به روش تحلیلی محاسبه شده و با نتایج تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول مورد مقایسه قرار گرفته است.

با توجه به خصوصیات مواد کامپوزیتی نظیر تغییر ناگهانی خواص ترمودینامیکی از لایه ای به لایه دیگر، افزایش تنش های حرارتی، ایجاد ترک در سطح مشترک و گسیختگی سازه در تغییرات دمایی بالا ضرورت لازم برای طرح ماده ای مرکب که هم مقاومت حرارتی و مکانیکی بالا داشته و هم مشکل لایه لایه شدن نداشته باشد، ضرورت پیدا کرد. این مواد عموماً از مخلوط سرامیک با فلز و یا ترکیبی از فلزات مختلف (با ضرایب حرارتی متفاوت) ساخته می شود. در سالهای اخیر مواد تابعی یکی از کاربردی ترین مواد در صنعت بویژه جهت استفاده در محیطهای با درجه حرارت بسیار بالا مانند راکتورهای هسته ای به شمار می رود و پیش بینی می گردد با توجه به ویژگیهای منحصر به فرد این ماده، کاربردهای صنعتی آن در طی سالهای آتی توسعه یابد. مولفه سرامیکی جسم به دلیل هدایت حرارتی پایین باعث مقاومت در برابر دماهای بالا می گردد. از سوی دیگر مولفه فلزی باعث جلوگیری از رشد ترک و شکست ماده در اثر تنشهای حرارتی بسیار بالا ایجاد شده می گردد. همچنین پیوستگی تغییرات ریز ساختاری باعث امتیاز ماده تابعی نسبت به انواع مواد مرکب لایه ای گردیده است. کاربرد مواد تابعی در بیو مواد نیز مورد توجه قرار می گیرد.

همچنین این مواد در ساخت صفحات و پوسته های مخازن - راکتورها، توربین ها و دیگر اجزای ماشینها نیز کاربرد زیادی دارد.

نتایج حاصله به صورت زیر قابل دسته بندی و بیان است:

۱. در هر دو تئوری برای همه ی حالات بارگذاری اختلاف دمای بحرانی کمانش ورق مستطیلی از جنس مواد تابعی با افزایش b/a افزایش می یابد.
۲. در هر دو تئوری برای همه ی حالات بارگذاری اختلاف دمای بحرانی کمانش ورق مستطیلی از جنس مواد تابعی با افزایش کاهش می یابد.
۳. در هر دو تئوری برای همه ی حالات بارگذاری اختلاف دمای بحرانی کمانش ورق مستطیلی از جنس مواد تابعی با افزایش k کاهش می یابد.
۴. در هر دو تئوری و همه ی حالات بارگذاری برای های مختلف آهنگ کاهش اختلاف دمای بحرانی با افزایش ثابت توانی k کاهش می یابد.
۵. در هر دو تئوری و همه ی حالات بارگذاری برای b/h های مختلف آهنگ کاهش اختلاف دمای بحرانی با افزایش ثابت توانی کاهش می یابد.

مراجع

۱. L. W. Chen , L. Y. Chen, Thermal Buckling Analysis of Composite Laminated Plates by the Finite Element Method , J. Thermal Stresses, vol. ۱۲, pp. ۴۱-۵۶, ۱۹۸۹.
۲. A.W.Leissa, Reiew of recent Developments in Laminated Composite Plate Buckling Analysis, Composite Mat . Tech., vol. ۴۵, pp. ۱-۷, ۱۹۹۱ .
۳. V.Birman ,C.W.Bert, Buckling and Postbuckling of Composite Plates and Shells Subjected to Elevated Temperature. Jornal of Applied Mechanics. Tras.ASME.Vol.۶۰., PP.۵۱۴-۵۱۹, ۱۹۹۳.
۴. E.A.Thornton." Thermal Buckling of Plates and Shell" Applied Mechanics Rev.Vol.۴۶, pp.۴۸۵-۵۰۶, ۱۹۹۳.
۵. MM.Najafizzadeh , MR.Eslami, Buckling Analysis of Circular Plates of Functionally Graded Materials under Uniform Radial Compression, International Journal of Mechanical sciences, .Vol.۱۳, PP.۵۶۷-۷۰۳, ۲۰۰۲.
۶. R.Javaheri ,MR.Eslami,Thermal Buckling of Functionally Graded Plates Based on Higher ,Journal of Thermal Stresses .Vol.۲۵, pp.۶۰۳-۶۲۵, ۲۰۰۲.
۷. MM.Najafzadeh ,B.Hedayati, Refined Theory for Thermoelastic stability of functionally Graded Circular Plates, Journal of Thermal Stresses.Vol.۳۰, pp.۶۱۲-۶۵۲, ۲۰۰۴.
۸. T.Morimoto , Y.Tanigawa , R.Kawamura, Thermal Buckling of Functionally Graded Rectangular Plates Subjected to Partial Heating,International of Mechanical Sciences,Vol.۴۴, pp.۵۵۶-۲۰۷, ۲۰۰۶.
۹. MM.Najafzadeh ,H.R.Heydari, An Exact Solution for Thermal Buckling of Functionally Graded Circular Plates Based on Higher Order Shear Deformation Plates Theory.Vol.۱۸, pp.۷۰۳-۳۸۴, ۲۰۰۷ .
۱۰. M.W.Meyers, Thermal Buckling and Postbuckling of Symmettrically Laminated Composite Plates. Journal of Thermal Stresses,Vol.۲۵, pp.۴۴۶-۵۰۹, ۱۹۹۹.

جدول ۱: خصوصیات مکانیکی ورق تابعی

آلومینوم	آلومینا
$E_m = 70 Gpa$	$E_c = 380 Gpa$
$\alpha_m = 23 \times \frac{10^{-5}}{c}$	$\alpha_c = 7.4 \times \frac{10^{-5}}{c}$
$k_m = 20.4 W/mk^{\circ}$	$k_c = 20.4 W/mk^{\circ}$

جدول ۲: دمای بحرانی ورق تابعی تحت افزایش یکنواخت دما در راستای ضخامت و مقایسه نتایج حاصل از تئوری مرتبه

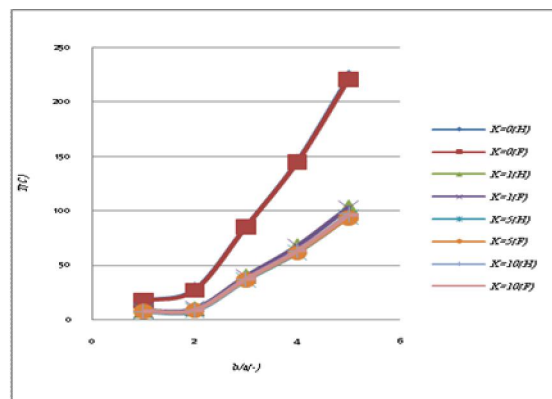
بالای تغییر شکل برشی (H) با تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی (F) با تغییر $b/a, k$

k		$b/a=1$	$b/a=2$	$b/a=3$	$b/a=4$	$b/a=5$
۰	H	۱۷.۰۱۱	۲۷.۳۹۸	۸۵.۲۱۲	۱۴۵.۱۵۲	۲۲۲.۱۶۷
	F	۱۷.۰۸۸	۲۶.۸۸	۸۵.۲۵۲	۱۴۴.۶۴	۲۲۰.۶۶۷
۱	H	۷.۶۴۵	۹.۵۳۳	۳۹.۵۷۴	۶۷.۳۷۶	۱۰۳.۰۰۴
	F	۷.۹۳۹	۹.۸۳۵	۳۹.۶۲۴	۶۷.۲۵	۱۰۲.۶۳۴
۵	H	۷.۰۸۷	۷.۹۸۳	۳۶.۱۰۸	۶۱.۴۳۵	۹۴.۱۳۴
	F	۷.۲۶	۸.۱۳۲	۳۶.۲۰۳	۶۱.۳۹۵	۹۳.۶۰۵
۱۰	H	۷.۲۱۸	۸.۴۰۱	۳۷.۱۳۷	۶۳.۱۴۹	۹۶.۸۷۹
	F	۷.۴۶۲	۸.۶۳۶	۳۷.۲	۶۳.۰۶۸	۹۶.۱۲

جدول ۳: دمای بحرانی ورق تابعی تحت افزایش یکنواخت دما در راستای ضخامت و مقایسه نتایج حاصل از تئوری مرتبه

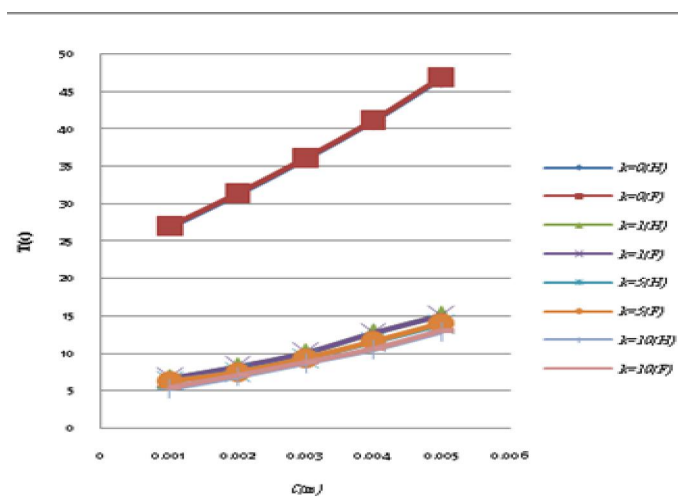
بالای تغییر شکل برشی (H) با تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی (F) با تغییر C_1

k		$C_1=.001$	$C_1=.002$	$C_1=.003$	$C_1=.004$	$C_1=.005$
۰	H	۲۶.۹۱۲	۳۱.۲۸۸	۳۶.۰۱۲	۴۱.۰۷۴	۴۶.۷۵۳
	F	۲۷.۰۱۲	۳۱.۳۸۸	۳۶.۰۸۲	۴۱.۱۲۴	۴۶.۸۵۳
۱	H	۶.۶۶۷	۸.۲۰۹	۱۰.۰۴۸	۱۲.۶۸۷	۱۵.۰۰۶
	F	۶.۷۰۹	۸.۲۶۵	۱۰.۱۰۸	۱۲.۷۲۵	۱۵.۰۳۶
۵	H	۶.۲۱۲	۷.۴۷۷	۹.۳۱۲	۱۱.۵۲۳	۱۳.۹۱۸
	F	۶.۲۹۶	۷.۵۰۷	۹.۳۶۵	۱۱.۶۰۳	۱۴.۰۱۸
۱۰	H	۵.۲۹۲	۶.۸۹۷	۸.۶۹۸	۱۰.۵۰۱	۱۲.۸۶۸
	F	۵.۳۸۲	۷.۰۲۵	۸.۷۶۵	۱۰.۶۰۳	۱۳.۰۱۸



نمودار ۱: دمای بحرانی ورق تابعی تحت افزایش یکنواخت دما در راستای ضخامت و مقایسه نتایج حاصل از تئوری مرتبه

بالای تغییر شکل برشی (H) با تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی (F) با تغییر $b/a, k$



نمودار ۲: دمای بحرانی ورق تابعی تحت افزایش یکنواخت دما در راستای ضخامت و مقایسه نتایج حاصل

از تئوری مرتبه بالای تغییر شکل برشی (H) با تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی (F) با تغییر