



## مدل هایپربولیک و پیش بینی رفتار تنش- کرنش زباله (مطالعه موردی مرکز دفن زباله کهریزک تهران)

محسن کرامتی<sup>۱</sup>، نادر شریعتمداری<sup>۲</sup>، محمدرضا نبی زاده شهر بابک<sup>۳</sup>، علی سعیدانژاد<sup>۴</sup>

۱- دانشجوی دوره دکتری، دانشگاه علم و صنعت ایران

۲- استاد، عضو هیئت علمی، دانشگاه علم و صنعت ایران

۳- دانشجوی دوره کارشناسی ارشد، دانشگاه علم و صنعت ایران

۴- دانشجوی دوره کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف

keramati@iust.ac.ir

### خلاصه

مطالعه رفتار خاک تحت بارگذاری و پیش بینی مقاومت و تغییر حجم آنها از جمله مفاهیم بنیادی در علم مکانیک خاک می باشد. حجم گسترده ای از تحقیقات انجام شده در این زمینه مربوط به چند دهه اخیر و بر روی رفتار تنش- کرنش خاکها بوده است. رفتار تنش کرنش زباله های جامد شهری غیر خطی است، این رفتار با سخت شدگی شدید در ابتدا تا گسیختگی در نمونه ادامه می یابد. در این تحقیق جهت پیش بینی رفتار تنش- کرنش زباله، یک نمونه مدل الاستیک هایپربولیک برای خاکها مورد استفاده قرار گرفته است. پارامترهای این مدل ثابت و ویژه مصالح مورد آزمایش است و نیاز است تا این پارامترها از طریق آزمایش مورد ارزیابی قرار گیرند. با تخمین پارامترهای این مدل با استفاده از نتایج آزمایشهای انجام شده، می توان از این مدل برای پیش بینی رفتار تنش-کرنش زباله های جامد شهری استفاده کرد.

کلمات کلیدی: زباله جامد شهری، مدل هایپربولیک، رفتار تنش-کرنش زباله، مرکز دفن زباله کهریزک

### ۱. مقدمه

مطالعه رفتار خاک تحت بارگذاری و پیش بینی مقاومت و تغییر حجم آنها از جمله مفاهیم بنیادی در علم مکانیک خاک می باشد و از اینرو از ابتدای پیدایش این علم تا به امروز مطالعات تجربی، نظری و عددی بسیار زیادی برای درک رفتار برشی خاک انجام گرفته است. حجم گسترده ای از تحقیقات انجام شده در این زمینه مربوط به چند دهه اخیر و بر روی رفتار تنش- کرنش، تغییرات حجمی و فشار آب منفذی بر روی خاکها و در حالت اشباع بوده است. کارهای اولیه برای مدلسازی در تحقیقات محققانی مانند Mohr، Coulomb، Tresca، von Mises و Griffith مشاهده می- شود که شامل پیش بینی مقاومت گسیختگی خاک می باشد. با گذشت زمان و پیشرفت علم مکانیک خاک، مدلسازی رفتار خاک قبل و بعد از گسیختگی نیز مورد توجه قرار گرفت و نیاز به مدل های ساختاری<sup>۵</sup> کامل احساس گردید. پس از آن، تلاشها جهت یافتن مدل های ساختاری برپایه اصول مکانیکی ادامه داشته است.

<sup>۱</sup> دانشجوی دوره دکتری، مهندسی ژئوتکنیک، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

<sup>۲</sup> استاد، عضو هیئت علمی گروه ژئوتکنیک، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

<sup>۳</sup> دانشجوی دوره کارشناسی ارشد، مهندسی ژئوتکنیک، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

<sup>۴</sup> دانشجوی دوره کارشناسی ارشد، مهندسی زلزله، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

<sup>5</sup> Constitutive



علاوه بر این در سالهای اخیر محققین مختلف سعی در تعیین مدل رفتاری جامعی برای پیش بینی رفتار تنش-کرنش زباله داشته‌اند. اگرچه به دلیل گستردگی ترکیبات و درصد اجزای تشکیل دهنده جسم زباله این امر تقریباً غیر ممکن است ولی با فرض تغییرات ناچیز اجزاء تشکیل دهنده در یک منطقه و با الگوی مصرفی یکسان ارائه مدل‌های پیش بینی می‌تواند جهت طراحی‌های آتی بسیار مفید و قابل استفاده باشد. رفتار تنش-کرنش زباله‌های جامد شهری با استفاده از مدل‌های ترکیبی خاک همچون الاستیک-کاملاً پلاستیک (Singh et al. 2007) و مدل کم-کلی (Machado et al. 2002) شبیه سازی شده است. در ادبیات فنی مدل الاستیک هایپربولیک به ندرت جهت پیش بینی رفتار تنش-کرنش زباله‌های جامد شهری استفاده شده است. Filz et al (2001) گسیختگی مرکز دفن کتلن هیلز را با استفاده از مدل Morrison (1995) که یک مدل الاستوپلاستیک اصلاح شده بود، شبیه سازی کرد. این مدل اصلاح شده تغییرشکل‌های قبل از گسیختگی را با استفاده از مدل هایپربولیک توسعه یافته توسط Duncan and Chang (1970) و رفتار بعد از گسیختگی را با مدل پلاستیسیته موهر-کولمب شبیه سازی کرد. Filz et al. (2001) برای پارامترهای مدل الاستیک هایپربولیک جهت شبیه سازی گسیختگی مرکز دفن کتلن هیلز مقادیری را انتخاب کرده بود، هرچند آنها در مورد نحوه تخمین و با فرض این پارامترها صحبتی نکرده‌اند.

در ادامه این مقاله به معرفی، تعیین پارامترها و استفاده از مدل هایپربولیک جهت پیش بینی رفتار تنش-کرنش زباله تازه با استفاده از دستگاه برش مستقیم بزرگ مقیاس  $30^{\circ} \times 30^{\circ}$  پرداخته شده و پارامترهای مورد نیاز جهت استفاده از آن ارائه شده است. در نتیجه ضمن بررسی میزان دقت رفتار تنش-کرنش پیش بینی شده توسط مدل در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی، به نظر میرسد با توجه به ماهیت رفتار هایپربولیک زباله شهری در آزمایشهای انجام شده در دستگاه برش مستقیم، همپوشانی بهتر و دقیقتری نسبت به نتایج مدل در پیش بینی رفتار تنش کرنش زباله در دستگاه سه محوری انجام شده توسط Singh et al (2007) وجود دارد.

## ۲. مواد و روش‌ها

رفتار تنش کرنش زباله‌های جامد شهری غیر خطی است، این رفتار با سخت شدگی شدید در ابتدا تا گسیختگی در نمونه ادامه می‌یابد. یک نمونه از مدل الاستیک هایپربولیک برای خاکها به صورت ترکیبی از هر دو رابطه غیر خطی تنش-کرنش و تنش وابسته به سختی مورد استفاده قرار گرفته است. فرض شده است که این مدل الاستیک هایپربولیک برای توصیف پاسخ تنش-کرنش زباله‌های جامد شهری نیز مناسب باشد. پارامترهای این مدل ثابت و ویژه مصالح مورد آزمایش است و نیاز است تا این پارامترها از طریق آزمایش مورد ارزیابی قرار گیرند. پارامترهای مدل در این مطالعه بر روی نمونه زباله تازه گرفته شده از مرکز دفن کهریزک، و با استفاده از دستگاه برش مستقیم بزرگ مقیاس  $30^{\circ} \times 30^{\circ}$  (شکل ۱) و با نرخ کرنشهای برشی  $0.8$ ،  $1$  و  $19 \text{ mm/min}$  در مرکز مطالعات ژئوتکنیک زیست محیطی دانشگاه علم و صنعت ایران انجام شده است.

کاربرد رابطه تنش-کرنش هایپربولیک در ابتدا برای خاکها توسط Kondner (1963) پیشنهاد شد، وی پیشنهاد کرد که منحنی‌های تنش-کرنش بدست آمده از آزمایشهای فشاری سه محوری برای رس و ماسه توسط یک مدل هایپربولیک دو پارامتری تقریب زده می‌شود (در نهایت این مدل توسط Duncan & Chang 1970 به یک مدل پنج پارامتری اصلاح شد).



شکل ۱ - دستگاه برش مستقیم ۳۰\*۳۰ مورد استفاده

لازم به ذکر است معادلات ارائه شده توسط محققین بر پایه نتایج آزمایشگاهی حاصل از دستگاه سه محوری می باشد در صورتی که دستگاه مورد استفاده در این مطالعه برش مستقیم است بنابراین با توجه به پس زمینه تئوری مدل هیپربولیک، روابط حاکم بر آزمایشهای دستگاه برش مستقیم و رابطه خطی مدول الاستیسیته با مدول برشی، روابط مدل هیپربولیک ارائه شده توسط Duncan & Chang 1970 برای استفاده از نتایج دستگاه برش مستقیم به صورت زیر بازنویسی شد.

تنش انحرافی در مدل هیپربولیک ارائه شده توسط Kondner (1963) برای دستگاه برش مستقیم به صورت زیر تغییر یافت.

$$\tau = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{G_i} + \frac{\varepsilon}{\tau_{ult}}} \quad (1)$$

معادله بالا را می توان برای دستگاه برش مستقیم به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\frac{\varepsilon \tau}{\tau} = a + b \varepsilon \quad (2)$$

فاکتور کاهش ارائه شده توسط Duncan & Chang (1970) برای دستگاه سه محوری به صورت معادله (۳) است که می توان آن را برای دستگاه برش مستقیم به صورت نسبت تنش برشی گسیختگی به تنش برشی نهایی بازنویسی کرد.

$$R_f = \frac{\tau_f}{\tau_{ult}} \quad (3)$$

معادله تنش برشی گسیختگی موهر کولمب به صورت زیر تعریف می شود.

$$\tau_f = \sigma \tan(\varphi) + C \quad (4)$$

با توجه به خطی بودن رابطه مدول برشی با مدول الاستیسیته، تابع توان که توسط Janbu (1963) برای خاکهای رسی ارائه کرد برای دستگاه برش مستقیم به صورت زیر قابل تغییر است.

$$G_i = K P_a \left( \frac{\sigma_n}{P_a} \right)^n \quad (5)$$

در نهایت معادله نهایی هیپربولیک با وارد کردن  $R_f$  از معادله (۳)،  $\tau_f$  از معادله (۴) و  $G_i$  از معادله (۵) به معادله (۱) به صورت زیر بدست می آید:

$$\tau = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{K P_a \left( \frac{\sigma_n}{P_a} \right)^n + \frac{\varepsilon R_f}{\sigma_n \tan(\varphi) + C}} \quad (6)$$

در روابط بالا  $\sigma_n$ : تنش قائم،  $\tau_f$ : تنش برشی گسیختگی،  $\tau_{ult}$ : تنش برشی نهایی،  $\varepsilon$ : کرنش برشی،  $G_i$ : مدول برشی، Pa واحد فشار اتمسفر که برابر ۱۰۱/۳۳ کیلو پاسکال است و a، b،  $R_f$ ، n و K ثابتهای مدل هیپربولیک می باشد.

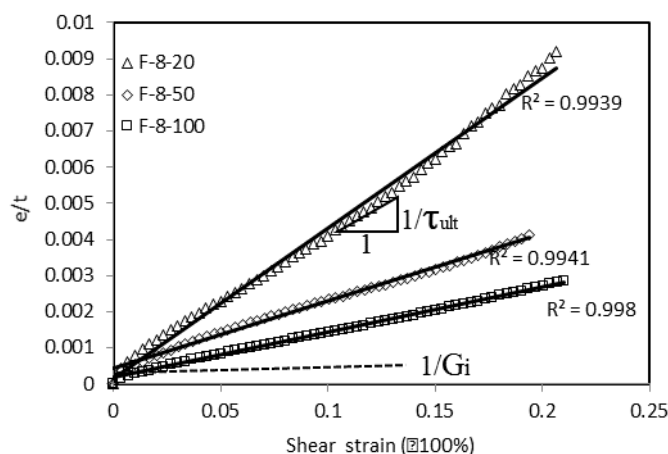
در این مطالعه از مدل ذکر شده برای نشان دادن رفتار غیر خطی زباله های جامد شهری استفاده شده است. در ادامه براساس شرایط اولیه مورد آزمایش



پارامترهای  $\varphi$  و  $C$ ،  $R_f$ ،  $n$ ،  $K$  ارزیابی شده و برای مرکز دهن مورد مطالعه (Kahrizak landfill, Tehran) ارائه شده است.

## ۲-۱- روش ارزیابی پارامترهای مدل هیپربولیک از داده های تنش- کرنش موجود

روش کار شامل تخمین پارامترهای  $K$ ،  $n$ ،  $R_f$  از مدل هیپربولیک با استفاده از آزمایشهای انجام شده بر روی نمونه های زباله در شرایط اولیه مختلف است. مرحله اول شامل تخمین  $R_f$ ،  $G_i$  است. بهترین خط مماس که می توان برای داده های تنش-کرنش در مختصات کارتزین  $\varepsilon - \frac{\varepsilon}{\tau}$  مطابق شکل ۳ رسم کرد حاصل می شود. شیب این خط  $b$  برابر  $\frac{1}{\tau_{ult}}$  و خروج از مرکزیت آن برابر  $\frac{1}{G_i}$  است.



شکل ۳- ارزیابی  $G_i$ ،  $\tau_{ult}$  برای نمونه تازه با نرخ کرنش برشی ۸ میلیمتر بر دقیقه

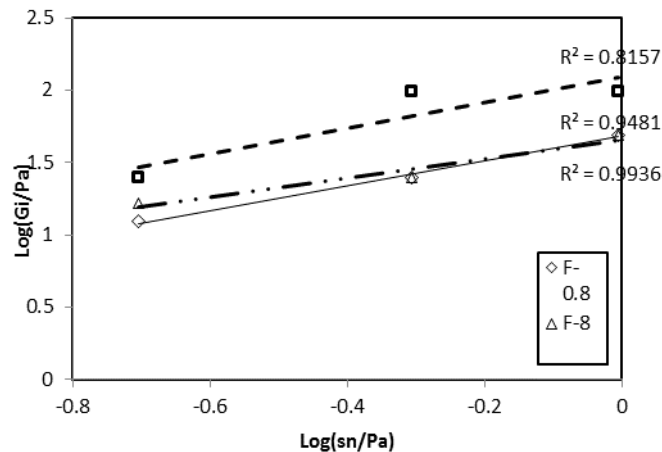
با دانستن  $\tau_{ult}$  و تنش برشی در حالت گسیختگی  $\tau_f$  (در این مطالعه تنش برشی گسیختگی در کرنش ۱۵٪ در نظر گرفته شده است)، می توان  $R_f$  را از معادله (۳) تخمین زد. مقدار  $R_f$ ،  $G_i$  برای هر آزمایش باید ارزیابی شود.

مرحله دوم تخمین پارامترهای  $K$ ،  $n$  برای هر سری تست انجام شده است. برای این منظور معادله (۵) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\log\left(\frac{G_i}{P_a}\right) = \log(K) + n \log\left(\frac{\sigma_n}{P_a}\right) \quad (7)$$

معادله (۷) معرف یک خط راست است وقتی که برحسب  $\log\left(\frac{\sigma_n}{P_a}\right)$  و خروج از مرکزیت آن از محور  $\log(K)$  باشد. با رسم مقادیر

$\log\left(\frac{G_i}{P_a}\right)$  در مقابل  $\log\left(\frac{\sigma_n}{P_a}\right)$  بر هر سری تست انجام شده با تنشهای قائم متفاوت مقادیر  $K$ ،  $n$  را مطابق شکل ۴ می توان بدست آورد. شیب این خط برابر  $n$  و خروج از مرکزیت آن از محور  $\log(K)$  است.



شکل ۷- ارزیابی  $K, n$  برای نمونه تازه با نرخ برشهای مختلف

مرحله سوم شامل تخمین پارامترهای مقاومت برشی  $(C, \varphi)$  برای هر سری تست برش مستقیم است. به دلیل تغییر شکل جانبی زیاد و عدم وجود نقطه گسیختگی واضح در حین برش کرنش ۱۵٪ به عنوان کرنش گسیختگی و تنش متناظر با آن تنش گسیختگی در نظر گرفته شده است، پارامترهای مقاومت برشی را برای این کرنش محاسبه می‌کنیم.

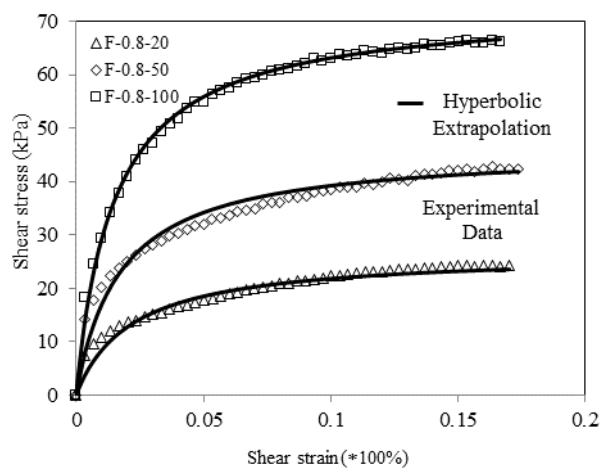
### ۳. نتایج مدل برای شرایط اولیه تعریف شده

در این بخش پارامترهای مدل هیپربولیک برای نمونه‌های تازه در نرخ‌های برش تعریف شده در جدول (۱) آورده شده است. پارامترهای مقاومت برشی  $(C, \varphi)$  نیز در کرنش برشی ۱۵٪ یعنی تنش گسیختگی محاسبه شده است. با در اختیار داشتن پارامترهای مورد نیاز برای مدل هیپربولیک زباله تازه، می‌توان این پارامترها را در معادله (۱) جایگزین کرد و از مدل هیپربولیک جهت پیش بینی تغییرات تنش-کرنش با شرایط اولیه مختلف استفاده کرد. در ادامه در شکل‌های ۸ الی ۱۰ نمونه‌ای از برآزش مدل هیپربولیک با آزمایش‌های انجام شده آورده شده است. نتایج حاکی از تطابق مناسب این مدل بر نتایج آزمایشگاهی است.

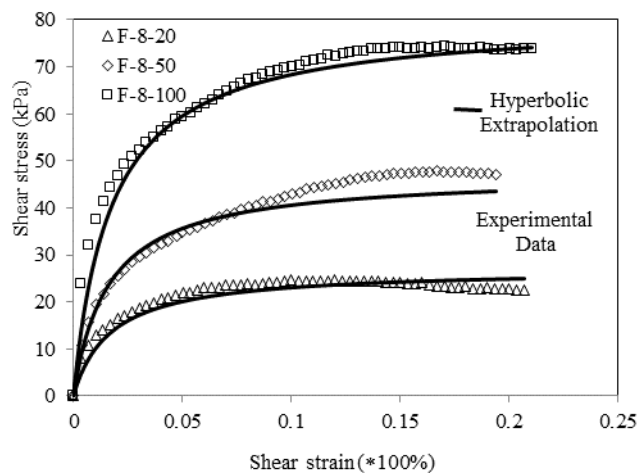
#### جدول ۱- پارامترهای ارزیابی شده برای زباله تازه برای نرخ‌های کرنش برشی‌های تعریف شده



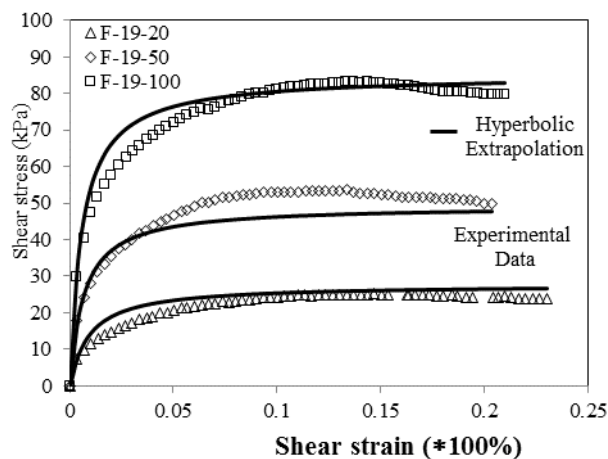
Sample ID	Estimated				$R_f$	$R_f^*$	n	K	$\phi$ (deg)	C (kPa)
	$\sigma_n$	$\tau_f$	$\tau_{ult}$	$G_i$						
	(KPa)	(KPa)	(KPa)	(KPa)						
F-0.8-20	20	24.23	27.03	1250	0.896	0.91	0.89	50.82	27.49	14.69
F-0.8-50	50	42.11	46.08	2604.2	0.914					
F-0.8-100	100	66.21	71.43	5263.2	0.927					
F-8-20	20	24.12	24.04	1666.7	1.003	0.94	0.67	45.81	31.9	13.16
F-8-50	50	47.29	53.47	2500	0.884					
F-8-100	100	74.12	79.36	5000	0.934					
F-19-20	20	25.03	25.71	2702.7	0.974	0.97	0.89	125	35.09	13
F-19-50	50	52.33	53.47	9708.7	0.979					
F-19-100	100	82.72	84.75	12970.2	0.976					



شکل ۸- مدل هیپربولیک در مقابل نتایج آزمایشگاهی نمونه های تازه با نرخ کرنش برشی ۰.۸ میلیمتر بر دقیقه

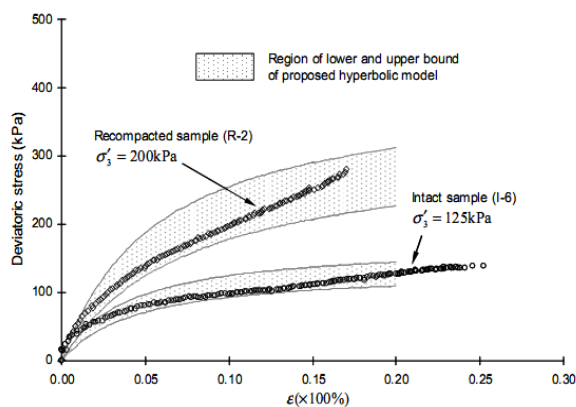


شکل ۹- مدل هیپربولیک در مقابل نتایج آزمایشگاهی نمونه های تازه با نرخ کرنش برشی ۸ میلیمتر بر دقیقه

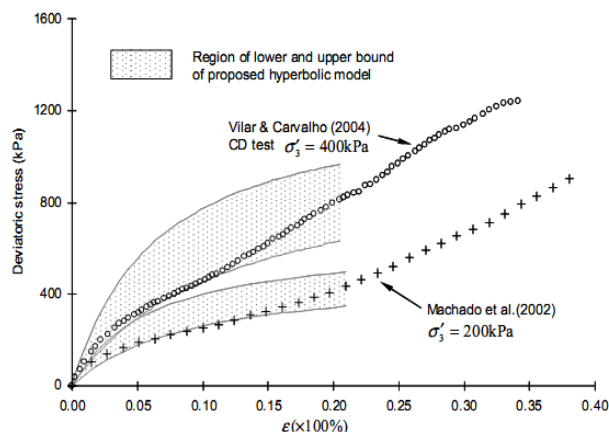


شکل ۱۰- مدل هیپربولیک در مقابل نتایج آزمایشگاهی نمونه های تازه با نرخ کرنش برشی ۱۹ میلیمتر بر دقیقه

بررسی های انجام شده موجود در ادبیات فنی برای مدل هیپربولیک جهت پیش بینی رفتار تنش کرنش زباله از جمله نتایج ارائه شده توسط Singh (2008) که همگی با استفاده از آزمایش سه محوری بودند، این محقق پیش بینی های این مدل را در تحقیق خود به صورت محدوده ای، حد بالا و پایین، مطابق شکل های ۱۱ الی ۱۲ معرفی کرد. بنابراین به نظر میرسد اگر چه این مدل در ابتدا برای ارزیابی رفتار تنش-کرنش خاکها با استفاده از نتایج دستگاه سه محوری ارائه شد ولی با توجه به تفاوت قابل ملاحظه ساختار زباله با خاک، و جهت گیری افقی الیاف با سطح برش در دستگاه برش مستقیم این مدل نتایج آزمایشهای انجام شده با استفاده از دستگاه برش مستقیم را با دقت بالاتری پیش بینی می کند.



شکل ۱۱- نتایج ارائه شده برای مدل هیپربولیک توسط Singh (2008). Brock West landfill.



شکل ۱۲- نتایج ارائه شده برای مدل هیپربولیک توسط Singh 2008 بر اساس نتایج آزمایشهای محققین دیگر.

### ۱۰. نتیجه گیری

در این پژوهش از مدل هیپربولیک برای پیش بینی رفتار تنش - کرنش زباله جامد شهری استفاده شده است. با انجام تعدادی آزمایش برش مستقیم  $30^{\circ}$  بر روی نمونه تازه، پارامترهای مدل اصلی تعیین شد. پس از تعیین پارامترهای مدل، از این مدل میتوان برای تخمین رفتار تنش کرنش زباله های جامد شهری مرکز دفن کهریزک استفاده کرد. نتایج پیش بینی های مدل حاکی از بالا بودن دقت مدل و قابلیت آن برای پیش بینی رفتار تنش - کرنش زباله جامد شهری است. نتایج حاکی از دقت بالاتر این مدل با استفاده از دستگاه برش مستقیم نسبت به سه محوری است، که دلیل آن را نیز می توان به ماهیت اجزای تشکیل دهنده زباله، وجود الیاف تسلیح کننده، و هم جهت بودن الیاف با صفحه برش در دستگاه برش مستقیم دانست.

### ۱۲. مراجع

1. Areias, P.M.A. and Belytschko, T. (2005), "Analysis of Three-Dimensional Crack Initiation and Propagation Using the Extended Finite Element Method," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **63** (55), pp 760-788.
2. Duncan, J.M. and Chang, C.Y. 1970. "Nonlinear analysis of stress and strain in soils". *Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, ASCE, 96(SM5): 1629- 1653.
3. Filz, G.M., Esterhuizen, J.B. and Duncan, J.M. 2001. "Progressive failure of lined waste impoundments". *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 127(10): 841-848.
4. Gabr. M. A. and Valero. S. N. (1995), *Geotechnical properties of municipal solid waste*, *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 18:241-254.
5. Harris. J. M , Shafer. A. L, Degroff. W, Hater. G. R, Gabr. M and Barlez. M. A. (2006), "shear strength of degraded reconstituted municipal solid waste", *Journal of Testing and Evaluation*, Vol. 29, No.2.
6. Jessberger. H. L, and Kockel. R. (1993), "determination and assessment of the mechanical properties of waste", *Waste disposal by landfill-Green '93*. R.W. Sarsby (edit). 313-322.
7. Jonathan D. Bray, F; Dimitrios Zekkos, M; Edward Kavazanjian Jr.M, "Shear Strength of Municipal Solid Waste", *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering* , ASCE/June 2009/ 709-722.
8. Kondner, R. L. 1963. "Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils". *Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, ASCE, 89(SM1): 115-141.





9. Krase, V. and Dinkler, D. 2005. "Constitutive modelling of mechanical behaviour of municipal solid waste". Proc. 10th International Waste Management and Landfill Symposium, Sardinia. (on CD-Rom).
10. Machado. S. L, Carvalho. M. F, and Vilar. O. M. (2002). "Constitutive model for municipal solid waste, Journal of geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 128, No. 11.
11. Mahler. C. F, and De Lamare Netto. A. (2003), "shear resistance of mechanical biological pretreated domestic urban waste" , Proceedings Sardinia 2003, 9th International Waste Management and Landfill Symposium, 6-10 October 2003.
12. Salah. M. S, and Charistian G. M. (2004), "A large direct shear apparatus for testing solid waste and waste-liner interfaces", Submitted for ASTM Geotechnical testing Journal.
13. Shariatmadari, N., Machado, S. L., Noorzad, A., Karimpour-Fard, M., (2009). "Municipal solid waste effective stress analysis. Waste Management", 29 (12), 2918-2930
14. Shariatmadari, N., Machado, S. L., Noorzad, A., Karimpour-Fard, M., Keramati, M., and Jafari Kalarijani S. M., (2010). "Shearing rate effect on mechanical behavior of MSW materials" . Fifth International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics . San Diego, CA
15. Shariatmadari, N., Machado, S. L., Noorzad, A., Karimpour-Fard, M., and Mansouri, A., (2009). "Loading rate evaluation on the mechanical behavior of saturated MSW materials". Proceedings Sardinia, Twelfth International Waste Management and Landfill Symposium.
16. Shariatmadari, N, Mansouri, A. (2008). "Monitoring the Landfill Settlement, Case study: Tehran Sanitary Landfill". Proceedings of the Eighth Japan-Korea-France joint seminar in Geo-environmental engineering, Kyoto, Japan.
17. Singh. M. K, and Fleming. R. F. (2008), "Estimation of the Mechanical Properties of MSW During Degradation in a Laboratory Compression Cell", Geo congress 2008: Geotechnics of Waste Management and Remediation, New Orleans, Louisiana, March 9-12, 200-207.
18. Singh. M. K (2008), "Characterization of Stress-Deformation Behaviour of Municipal Solid Waste". PHD thesis in Department of Civil and Geological Engineering University of Saskatchewan Saskatoon, Canada.