

میدان مغناطیسی سه بعدی یک ابررسانای نوع دو به شکل برشی از یک استوانه

محمدزاده ، بتول و بابائی بروجنی، علی اکبر

دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده فیزیک

چکیده

میدان مغناطیسی در یک ابررسانای نوع دو به شکل برشی از یک استوانه در حالت بحرانی و در قالب مدل بحرانی *Bean* محاسبه شد. جهت جریان برای سه راستای مختلف عمود بر هم در نظر گرفته شد و شدت میدان مغناطیسی حاصل از آن بر حسب مختصه های شعاعی، زاویه ای و محوری رسم شد. نتایج حاصل با نتایج تجربی سازگار است. پیش بینی می شود از این محاسبات بتوان برای محاسبه میدان مغناطیسی ابررساناهای دیگری با هندسه های پیچیده تر که به نوعی تقارن استوانه ای دارند بهره گرفت.

Three-Dimensional Calculation of the Magnetic Field due to Superconducting Circular Sector at the Critical State

Mohammadzadeh, Batool and Babaei-Brojeny, Aliakbar

Department of Physics, Isfahan University and Technology, Isfahan 84156-8311

Abstract

A magnetic field calculation for a of massive circular sector type-II superconducting material is presented. The sample is assumed to be in its critical state. The problem was solved for any point of the space, outside as well as inside the sample in the frame work of the *Bean* critical state model, for which the critical current density J_c is considered in taken to be constant. The results are consistent with experimental results. It is predicted that these calculations can be extended for calculating the magnetic field distributions in the other superconducting materials with the similar cylindrical symmetry such as a massive superconducting circular washer.

PACS No . 74

مقدمه

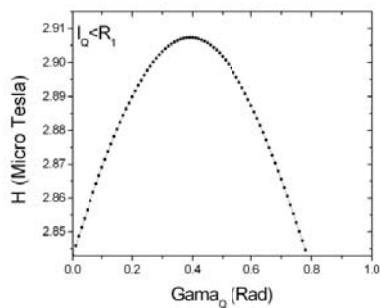
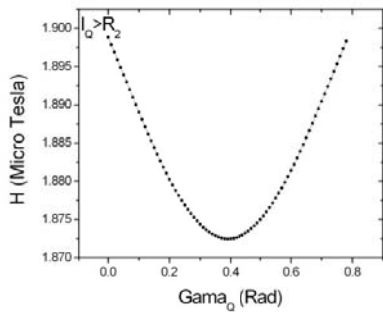
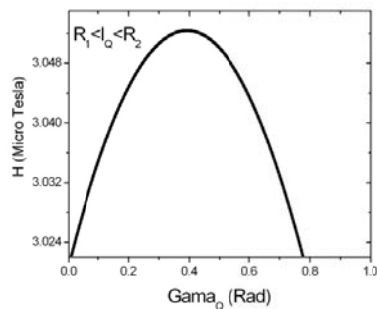
در دهه ی اخیر، پاسخ ابررساناها به میدان و جریان های اعمال شده با توجه به رشد سریع کاربردهای این مواد بسیار مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. تعیین توزیع جریان به عنوان تابعی از هندسه خاص، ویژگی های ابررسانایی و شرایط خازجی در درک و بهبود عملکرد قطعات ابررسانا ضروری است [۱]. بنابراین ارائه راه حل و محاسبه پارامترهای مغناطیسی برای هندسه های ساده و ابتدایی دیسک یا بخشی از آن بسیار مهم است زیرا که هر

قطعه با هندسه ی پیچیده ای را می توان بصورت ترکیبی از هندسه های ساده تجزیه کرد [۲]. در این مقاله همانطور که در شکل ۱ پیداست ما یک بخشی از قطاع یک دیسک را در نظر گرفته ایم و با اعمال جریان ثابت در راستای مختلف، میدان مغناطیسی سه بعدی در کلیه نقاط فضا (داخل و خارج نمونه) را برای آن محاسبه می کنیم. در مقالات دیگر مؤلفه های شعاعی و زاویه ای میدان مغناطیسی در حالیکه جریان تنها در راستای شعاعی شارش می یابد بررسی شده است [۳-۱۰]. در این مقاله مطالب در ۵ بخش

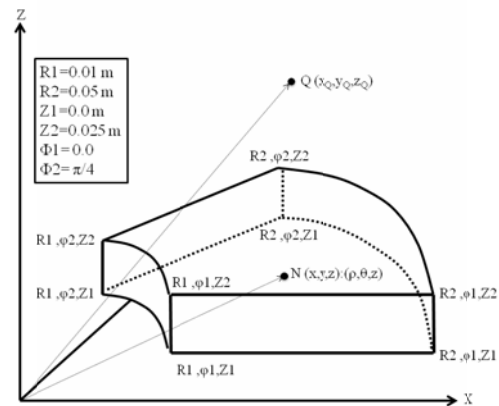
در این بخش با استفاده از مدل Been که چگالی جریان در آن ثابت است جریان در راستای شعاعی و به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\vec{J}_c(\vec{N}) = J(\rho)\hat{\rho} = \frac{I_0}{(z_2 - z_1)\rho(\phi_2 - \phi_1)}\hat{\rho} \quad (2)$$

با قرار دادن این جریان در فرمول ۱ و حل آن به کمک نرم افزار میدان مغناطیسی حاصل می شود که در شکل های ۲ و ۳ نمودارهای مربوط به آنها رسم شده است. یکی از ویژگی های مهم آهن ربا ها به ویژه در کاربردهایی مثل مو توره های الکتریکی رفتار متناوب میدان مغناطیسی است [۳ و ۱۳] که در نمودارهای شکل ۲ مشاهده می شود.



شکل ۲. شدت میدان مغناطیسی بر حسب مختصه زاویه ای در نقاط مختلف فضا.



شکل ۱. هندسه نمونه مورد بحث در مقاله.

عنوان می شوند در بخش اول یک فرمول بندی ساده از بحث با ذکر جزئیات عنوان می شود. در بخش دوم جریان در راستای شعاع قطاع وارد می شود و میدان مغناطیسی آن محاسبه می شود. در بخش سوم جریان در راستای زاویه ای به نمونه وارد شده و محاسبات و بحث انجام می شود و در بخش چهارم جریان در راستای محور به جسم وارد شده و میدان مغناطیسی آن محاسبه می شود. در بخش پنجم نتیجه گیری آورده شده است.

بخش اول: فرمول بندی

در این بخش برشی از یک استوانه را همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است در نظر می گیریم. با شروع از قانون بیوساوار، میدان H در نقطه Q از فرمول زیر محاسبه می شود:

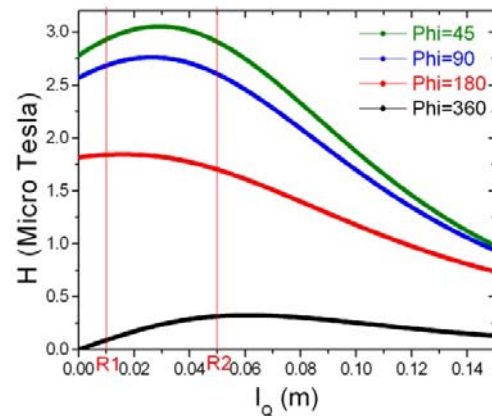
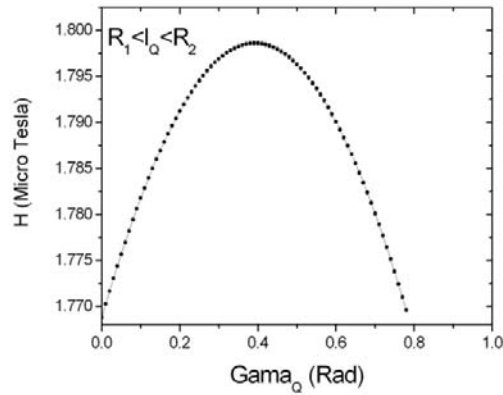
$$\vec{H}(Q) = \frac{1}{4\pi V} \iiint \frac{[\vec{J} \times \vec{\rho}_{QN}]}{\rho_{QN}^3} dV_N \quad (1)$$

که در آن \vec{J} بردار چگالی جریان و $\vec{\rho}_{QN}$ بردار جا به جایی از نقطه N در داخل نمونه به Q در فضا تعریف می شود. و همینطور داریم:

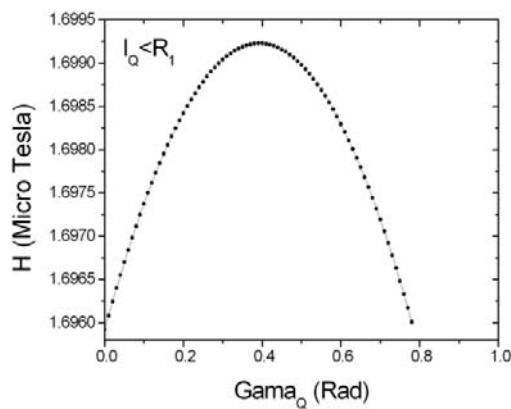
$$l_Q = \sqrt{x_Q^2 + y_Q^2}, \quad \tan(\gamma_Q) = \frac{y_Q}{x_Q}, \quad z_Q$$

$$\phi_1 \leq \theta \leq \phi_2, \quad R_1 \leq \rho \leq R_2, \quad Z_1 \leq z \leq Z_2$$

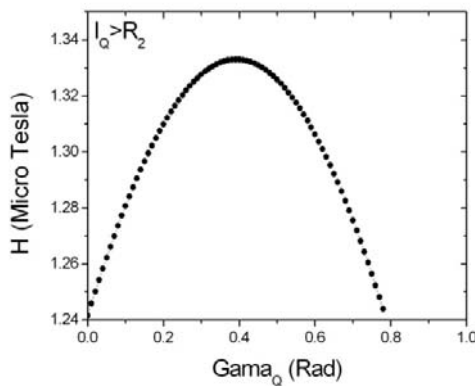
بخش دوم: جریان در راستای شعاعی



شکل ۳. شدت میدان مغناطیسی بر حسب مختصه شعاعی برای زاویه های متفاوت نمونه.



در شکل ۳ تغییرات میدان مغناطیسی بر حسب مختصه شعاعی برای زوایای مختلف نمونه نشان داده شده است. در همه ی این نمودارها همانطور که انتظار می رود، با دور شدن از نمونه میدان مغناطیسی به سمت صفر میل می کند. وقتی که زاویه ی نمونه ۳۶۰ درجه است یعنی یک واشر کامل دایروی داریم، میدان در مرکز نمونه صفر می شود و این با توجه به تقارن مسئله کاملا قابل پیش بینی است.



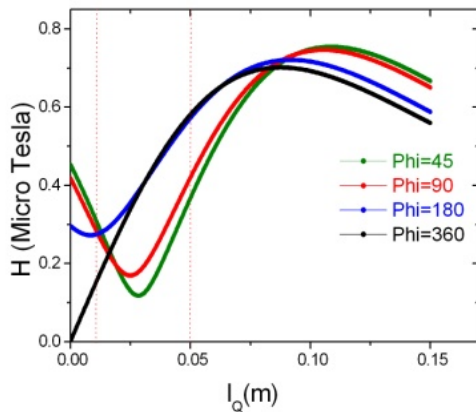
شکل ۴. شدت میدان مغناطیسی بر حسب مختصه زاویه ای در نقاط مختلف فضا وقتی جریان ثابت در راستای زاویه ای وارد می شود.

بخش سوم: جریان در راستای زاویه ای

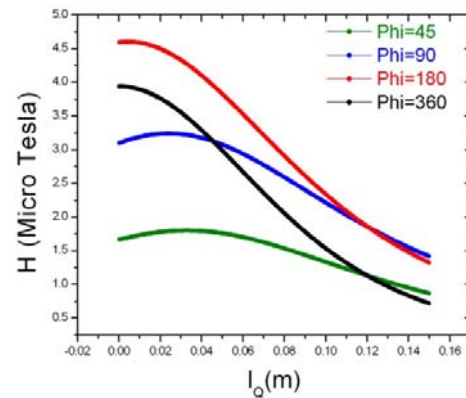
در این بخش در چارچوب مدل Bean که چگالی جریان ثابت است جریان به نمونه که در حالت بحرانی فرض شده است در جهت زاویه ای بصورت زیر وارد می شود.

$$\vec{J}_c(\vec{N}) = J(\rho)\hat{\theta} = \frac{I_0}{(z_2 - z_1)(R_2 - R_1)}\hat{\theta} \quad (3)$$

با قرار دادن رابطه فوق در معادله ۱ و حل سه معادله انتگرالی به روش عددی، میدان مغناطیسی بدست خواهد آمد که در شکل های ۴ و ۵ به ترتیب بر حسب جابه جایی شعاعی و زاویه ای رسم شده است.



شکل ۶. شدت میدان مغناطیسی بر حسب مختصه شعاعی برای زاویه های متفاوت نمونه وقتی جریان ثابت در راستای محور عمودی (محور Z) وارد می شود.



شکل ۵. شدت میدان مغناطیسی بر حسب مختصه شعاعی برای زاویه های متفاوت نمونه وقتی جریان ثابت در راستای زاویه ای وارد می شود.

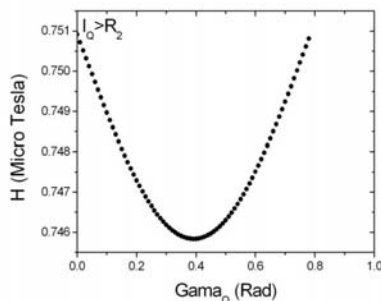
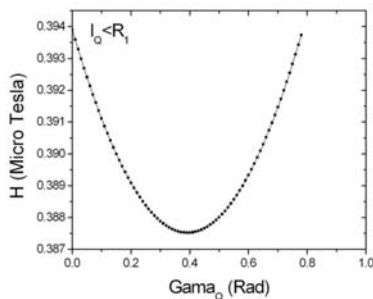
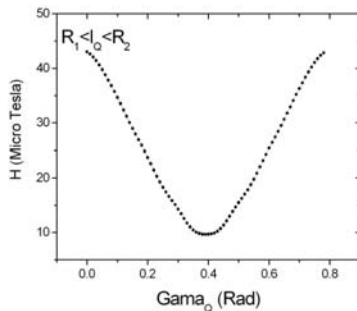
یک نیمه پالس سینوسی در رفتار میدان مغناطیسی بر حسب تغییرات شعاعی مشاهده می شود که هدف کاربردی برای مولدهاست [۱۳]. در شکل ۵ نیز با دور شدن از نمونه میدان مغناطیسی به سمت صفر میل می کند. و همچنین در داخل نمونه با تغییر شعاع شدت میدان تقریباً ثابت است و این با فرض مساله که چگالی جریان در راستای زاویه ای است و هیچگونه وابستگی به شعاع ندارد سازگار است.

بخش چهارم: جریان در راستای محوری

در این بخش مثل قبل نمونه در حالت بحرانی است تنها با این تفاوت که چگالی جریان ثابت در راستای محور عمودی به صورت زیر به آن وارد می شود:

$$\vec{J}_c(\vec{N}) = J(\rho)\hat{k} = \frac{I_0}{(z_2 - z_1)\rho(\varphi_2 - \varphi_1)} \hat{k} \quad (3)$$

پس از حل معادله ۱ با استفاده از فرمول فوق، همانطور که در نمودارهای شکل ۶ مشاهده می شود، میدان در داخل نمونه رفتار متناوب دارد و در خارج نمونه با دور شدن از جسم شدت میدان مغناطیسی کاهش می یابد.



شکل ۷. شدت میدان مغناطیسی بر حسب مختصه زاویه ای در نقاط مختلف فضا وقتی جریان ثابت در راستای محور Z وارد می شود.

12. R. Ravaud et al., "The Three exact components of the magnetic field created by a radially magnetized tile permanent magnet", Progress In Electromagnetics Research, PIER 88(2008) 308.
13. Yong Li et al., "Optimum Design of Magnet Shape in Permanent-Magnet Synchronous Motors", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 39, NO. 6, NOVEMBER 2003.

همچنین در مورد وقتی که زاویه نمونه 360° درجه است و هندسه یک و اشتر کامل را داریم میدان در مرکز نمونه به خاطر کامل بودن تقارن دایروی صفر می شود. نمودارهای شکل ۷ نیز رفتار سینوسی شدت میدان مغناطیسی در این حالت را نیز نشان می دهند.

نتیجه گیری

نتایج محاسبات میدان مغناطیسی و رفتار شدت میدان مغناطیسی بر حسب مختصه های زاویه ای و شعاعی برای هندسه ی جدیدی که در این مقاله بکار رفت با نتایج تجربی دیگران و پیش فرض های مساله سازگار است [۵،۳، ۹ و ۱۳]. پیش بینی می شود که با استفاده از این ترکیب هندسی و روش محاسبات بتوانیم شدت میدان مغناطیسی نمونه های پیچیده تر بمنظور کاربردهای متنوع تر را محاسبه کنیم.

مرجع ها

1. Guillem Via et al., "Magnetic and transport currents in thin film superconductors of arbitrary shape within the London approximation" J. Appl. Phys. 113, 093905 (2013).
2. J-F Fagnard et al., "Magnetic shielding properties of a superconducting hollow cylinder containing slits: modelling and experiment", Supercond. Sci. Technol. 25 (2012) 104006 (9pp).
3. Jizhong Chen et al., "An improved discrete configuration of a cylinder magnet for portable nuclear magnetic resonance instruments", J. Appl. Phys. 101, 123926 (2007).
4. I. D. Mayergoyz et al., "The computation of magnetic fields of permanent magnet cylinders used in the electrophotographic process", J. Appl. Phys. 73, 5440 (1993).
5. Selvaggi J.P., et al., "Computation of the Three-Dimensional Magnetic Field From Solid Permanent-Magnet Bipolar Cylinders By Employing Toroidal Harmonics", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, 42(2007)3833-3839.
6. M Vazquez et al., "A soft magnetic wire for sensor Applications", J. Phys. D: Appl. Phys. 29 (1996) 939-949.
7. Slobodan Babic et al., "New Expressions for Calculating the Magnetic Field Created by radial Current in massive Disks", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL.38, pp.497-500, MARCH 2002.
8. Slobodan Babic et al., "New Expressions for Calculating the Magnetic Field due to Current-Carrying Solid Conductors", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL.33, pp.4134-4136, SEPTEMBER 1997.
9. Bruno Azzerboni et al., "Three-Dimensional Calculation of the Magnetic Field Created by Current-Carrying Massive Disks", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 34, pp. 2601-2604, SEPTEMBER 1998.
10. Edson Sardella et al., "Vortices in a mesoscopic superconducting circular sector", PHYSICAL REVIEW B 77(2008)104508.
11. R. Ravaud et al., "Comparison of the coulombian and AMPER-RIAN current models for calculating the magnetic field produced by radially magnetized ARC-Shaped permanent magnets", Progress In Electromagnetics Research, PIER 95(2009) 309.