

## بررسی گشتاورهای هسته ای در برخورد هسته - هسته با استفاده از تابع موج N ذره‌ای و مدل دابل فولدینگ

لاله نیک خواه

دانشجوی دکتری هسته ای دانشگاه صنعتی شاهرود

L\_Nickhah@yahoo.com

دکتر علی اکبر رجبی

استاد تمام دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود

A.A.Rajabi@shahrood.ac.ir

### چکیده

در این مقاله به بررسی تغییرات گشتاور دوقطبی مغناطیسی و چهارقطبی الکتریکی هسته تحت برهم کنش های کولمبی و نوکلئون-نوکلئون بین دو هسته در نزدیکی سد کولمبی پرداخته ایم. برای محاسبه پتانسیل برهم کنش بین هسته ای از روش دابل فولدینگ استفاده کرده ایم (تابع موج هسته جایگزین تابع چگالی هسته ی مورد نظر شده است). به منظور بررسی تغییرات گشتاور بعد از برهم کنش های هسته ای ابتدا گشتاور های قبل از برخورد هر دو هسته محاسبه شده اند که تطابق خوبی هم با نتایج آزمایشگاهی داشته اند.

**واژگان کلیدی:** گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته، گشتاور چهارقطبی الکتریکی هسته، فولدینگ مدل، معادله شرودینگر D-بعدی، پتانسیل یوکاوا

### مقدمه

گشتاور های هسته ای اطلاعات ارزشمندی راجع به هسته ها در اختیار ما قرار میدهند. این اطلاعات رهنمون های مفیدی در رابطه با حالت های هسته هستند. در این مقاله گشتاور دوقطبی مغناطیسی و چهارقطبی الکتریکی هسته ها و تغییرات آن ها تحت برهم کنش های کولمبی و نوکلئون- نوکلئون مورد بررسی قرار گرفته است (هسته های  $^{14}\text{N}$  و  $^{17}\text{O}$  به دلیل داشتن اطلاعات آزمایشگاهی کافی انتخاب شده اند)، به این منظور ابتدا گشتاورهای هردو هسته قبل از برهم کنش بین دوهسته و بعد از برهم کنش بین آنها محاسبه شده است. پتانسیل برهم کنش بین دو هسته با استفاده از روش دابل فولدینگ<sup>1</sup> محاسبه شده است.

### گشتاور دو قطبی مغناطیسی هسته

گشتاور مغناطیسی هسته های اتمی یکی از مشخصات ارزشمند مربوط به هسته است که در دو فاز متفاوت مسائل هسته ای کاربرد دارد: ۱. نیروهای طبیعی هسته ۲. یافتن مدل های هسته ای مناسب.

$$\mu = \frac{e}{2m} \int \psi^*(r') 1 \psi(r') dv' \quad (1)$$

در معادله ی بالا 1 گشتاور زاویه ای هسته است. اگر در این رابطه تابع موج در جهت معین Z تعریف شود خواهیم داشت (Krain1998).

$$\mu_z = \frac{e}{2m} \int \psi^*(r') 1_z \psi(r') dv' \quad (2)$$

$\mu_z$  کمیتی است که به عنوان گشتاور دوقطبی اندازه گیری میشود.

### گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته

گشتاور چهارقطبی الکتریکی نمایانگر توزیع بار هسته می باشد:

$$eQ_0 = \int \rho(\vec{r}') r'^2 (3 \cos^2 \theta' - 1) dv' \quad (3)$$

در رابطه بالا تابع چگالی عبارت است از

$$\rho(r') = \psi(r') \psi^*(r') \quad (4)$$

رابطه ی (۳) تعیین کننده ی گشتاور چهارقطبی الکتریکی ذاتی هسته است، در حالی که گشتاور چهارقطبی اسپکتروسکوپی در چارچوب آزمایشگاه اندازه گیری می شود، ارتباط بین گشتاور چهارقطبی ذاتی هسته و گشتاور اندازه گیری شده در آزمایشگاه به صورت زیر است (Rabi et al 1939, Caurier, Egido et al 1995)

$$Q_s = [(3K^2 - I(I+1)) / (I+1)(2I+3)] Q_0 \quad (5)$$

K تصویر اسپین روی محور تغییر شکل و I اسپین کل هسته است.

### معادله ی شرودینگر D-بعدي

مسائل سیستم های N ذره ای با استفاده از فرمالیسم فوق کره بسیار راحت تر خواهند بود با توجه به این نکته باز نویسی معادله ی شرودینگر برای یک سیستم N ذره ای خواهد شد:

$$\{(-1/2m)(1/x^{D-1})[(d/dx)x^{D-1}(d/dx)] + \Gamma^2(\Omega)/x^2 + V(x)\} \Psi(x) = E \Psi(x) \quad (6)$$

در رابطه بالا  $\Gamma^2(\Omega) = -\gamma(\gamma + D - 2)$  و  $\gamma = 2n + l_{\xi_1} + l_{\xi_2} \dots$  ، x نیز فوق شعاع و  $D=3N-3$  (تعداد ذرات) می باشد (Rajabi 2005, Rajabi 2006, Giannini 2002)

<sup>1</sup>. Double folding model

معادله‌ی شرودینگر بالا را با جایگذاری پتانسیل یوکاوا با استفاده از روش نیکیفروو-یوواروف (NU) حل میکنیم (Hamzavi2012),( Ballot1980, Fabre 1983)

$$V(x) = -v_0 \exp[-\alpha x] / x \quad (7)$$

با حل معادله‌ی شرودینگر انرژی بستگی و تابع موج  $^{17}\text{O}$  و  $^{14}\text{N}$  بدست می‌آید.

$$E = -4\alpha^2 \hbar^2 / 2m \times [n(n+1) + ((D-1)(D-3)/4 + \gamma(\gamma + D - 2)) + (2n+1)[1/4 + (D-1)(D-3)/4 + \gamma(\gamma + D - 2)]^{1/2} - mV_0 / \alpha \hbar + 1/2]^2 / [(2n+1) - 2[1/4 + (D-1)(D-3)/4 + \gamma(\gamma + D - 2)]^{1/2}]^2 \quad (8)$$

$$\Psi(x) = \exp[-(-2mE)^{1/2} / \hbar] \times (1 - 2 \exp[-2\alpha x])^{-\frac{(D-1)}{2}} (1 - \exp[-2\alpha x])^{[1/2 + (1/4 + ((D-1)(D-3)/4) + \gamma(\gamma + D - 2))^{1/2}]}$$

$$P_n^{[-2mE)^{1/2} / \hbar, 2 [1/4 + ((D-1)(D-3)/4) + \gamma(\gamma + D - 2)]^{1/2}} \quad (9)$$

### روش دابل فولدینگ

پتانسیل برهم کنش بین دو هسته شامل سه ترم چرخشی، هسته‌ای و کولمبی است. در این مقاله برهم کنش‌های کولمبی و نوکلئون - نوکلئون (ترم چرخشی قابل صرف نظر کردن است) بین دو هسته محاسبه شده است.

$$U(r) = V_{coulomb}(r) + V_{Nuclear} + V_{Rotational} \quad (10)$$

پتانسیل بین دو هسته دارای دو قسمت حقیقی و موهومی می‌باشد. برای بدست آوردن قسمت حقیقی پتانسیل برهم کنش بین دو هسته از روش دابل فولدینگ استفاده کرده‌ایم (Pakdel et al 2016)

$$U_{Folding}(\vec{R}) = U_{DF}(\vec{R}) + U_{EF}(\vec{R}) \quad (11)$$

پتانسیل دابل فولدینگ با در نظر گرفتن اثرات تبدالی نوکلئونی بین دو هسته‌ی برهم کنش کننده به صورت رابطه‌ی (۱۱) تعریف می‌شود. بخش مستقیم برهمکنش بدون تبدالی نوکلئونی را شرح می‌دهد و بخش تبدالی از تبدالی نوکلئونها بین دو هسته ناشی می‌شود.

$$U_{doblefolding}(\vec{R}) = U_{DF}(\vec{R}) + U_{EF}(\vec{R}) = \int d\vec{r}_p \int d\vec{r}_t \rho_{Dp}(\vec{r}_p) \rho_{DT}(\vec{r}_t) V_{DPT}(\vec{S}) + \int d\vec{r}_p \int d\vec{r}_t \rho_{Ep}(\vec{r}_p) \rho_{ET}(\vec{r}_t) V_{EPT}(\vec{S}) \quad (12)$$

در رابطه بالا  $V_{DPT}$  پتانسیل بخش مستقیم برهمکنش بین دو هسته،  $V_{EPT}$  پتانسیل بخش تبدالی برهمکنش بین دو هسته را نشان می‌دهند.  $\rho_{DT}$  و چگالی‌های توزیع نوکلئونی مربوط به بخش مستقیم و  $\rho_{Ep}$  و چگالی‌های توزیع نوکلئونی مربوط به بخش تبدالی هستند. در این مقاله به محاسبه‌ی بخش تبدالی نمی‌پردازیم.

$$U_{doblefolding}(\vec{R}) = \int d\vec{r}_p \int d\vec{r}_t \rho_{Dp}(\vec{r}_p) \rho_{DT}(\vec{r}_t) V_{DPT}(\vec{S}) \quad (13)$$

برای محاسبه‌ی بخش مستقیم برهم کنش دو هسته نیاز مند محاسبه‌ی پتانسیل هسته‌ای، کولمبی و چرخشی هستیم، در محاسبات دابل فولدینگ قسمت پتانسیل چرخشی به دلیل مقدار عددی ناچیز آن در مقابل پتانسیل هسته‌ای و کولمبی قابل صرف نظر کردن است. با جایگذاری پتانسیل کولمبی در انتگرال رابطه‌ی (13) ترم کولمبی پتانسیل بدست می‌آید ( $Z_1$  و  $Z_2$  عددهای اتمی ذره‌های هدف و پرتابه می‌باشند).

$$V_{Coulomb} = [(1 / 4\pi\epsilon_0) Z_1 Z_2 e^2 / r] \quad (14)$$

در روش دابل فولدینگ از برهمکنش موثر برج که جمع سه جمله یوکاواست و به آن M3Y می‌گویند استفاده می‌شود که تا کنون نتایج بسیار موفق‌تری ارائه کرده است. در این مورد جزئیات کاملی بوسیله برج ارائه شده است.

$$V(\vec{r}) = \sum_{i=1}^3 G_{Di} v_{vi}(\vec{r}) + J_{00}(E) \delta(r), v_{vi}(\vec{r}) = \exp(-\vec{r} / r_{vi}) / (\vec{r} / r_{vi}) \quad (13)$$

در رابطه‌ی بالا  $J_{00}(E) = -276(1 - 0.005E / A) \text{Mevfm}^3$  است.  $(A, E)$  به ترتیب انرژی برخورد و عدد جرمی هسته‌ی پرتابه می‌باشند. برای تعیین ضرایب این پتانسیل می‌توان به جداول مشخص شده رجوع کرد که توسط افراد مختلف بدست آمده اند، مانند Reid و Paris.

Coefficient	Reid	Paris
$G_{D1}(Mev)$	7999	11062
$G_{D2}(Mev)$	-2134	-2537.5
$r_{v1}(fm)$	25.0	25.0
$r_{v2}(fm)$	0.40	0.40

با حل انتگرال دابل فولدینگ برای پتانسیل های M3Y و کولمبی مقادیر عددی این پتانسیل ها بر حسب فاصله ی بین دوهسته در برهم کنش بین هسته ای بدست می آید (Satchler and. Love 1979, Dasso and Pollarolo 2003, Gontchar et al 2004). با توجه به پتانسیل برهم کنش بدست آمده و حل مجدد معادله ی شرودینگر با پتانسیل برهم کنش

$$\{-1/2m(1/x^{D-1})[d/dx (x^{D-1}) d/dx] + \gamma(\gamma + D - 2)/x^2 - v_0 \exp[-\alpha x]/(x + v_{tot})\} \Psi(x) = E \Psi(x) \quad (14)$$

تابع موج و انرژی بستگی هسته تغییر خواهند کرد و به فراخور این تغییرات گشتاورهای هسته نیز دستخوش تغییر خواهند شد که میزان تغییرات وابسته به فاصله ی بین هسته هاست، این تغییرات در شکل های ۲-۵ نشان داده شده است.

$$E = -4\alpha^2 \hbar^2 / 2m \times [n(n+1) + ((D-1)(D-3)/4 + \gamma(\gamma + D - 2)) + (2n+1)[1/4 + (D-1)(D-3)/4 + \gamma(\gamma + D - 2)]^{1/2} - mV_0 / \alpha \hbar - mV_{tot} / \alpha^2 \hbar^2 + 1/2]^2 / [(2n+1) - 2[1/4 + (D-1)(D-3)/4 + \gamma(\gamma + D - 2)]^{1/2}]^2 \quad (15)$$

یافته ها

جدول ۱. مقایسه ی مقادیر آزمایشگاهی و محاسبه شده انرژی بستگی قبل برخورد (Ston 2004)

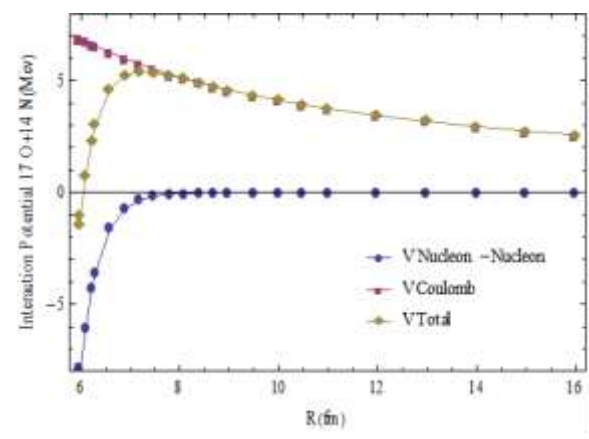
Nucleus	Present work(Mev)	Experimental (Mev)	Other work(Mev)
<sup>17</sup> O	131.806	131.765	138.125
<sup>14</sup> N	103.278	104.661	103.8

جدول ۲. مقایسه ی مقادیر آزمایشگاهی و محاسبه شده ی گشتاور دوقطبی مغناطیسی (نانومتر) قبل برخورد (Ston 2004)

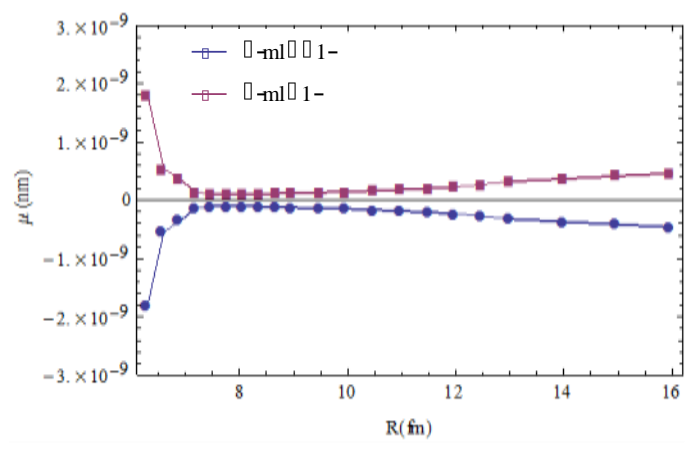
Nucleus	L	m <sub>l</sub>	μ Present work	μ Experimental	μ Other work
<sup>17</sup> O	1	+1	1.9874	-1.8937	-
		-1	-1.9874		
		0	0		
<sup>14</sup> N	1	+1	+0.40393	0.40376	-
		-1	-0.40393		
		0	0		

جدول ۳. مقایسه ی مقادیر آزمایشگاهی و محاسبه شده ی گشتاور چهارقطبی الکتریکی (بارن) قبل برخورد (Ston 2004)

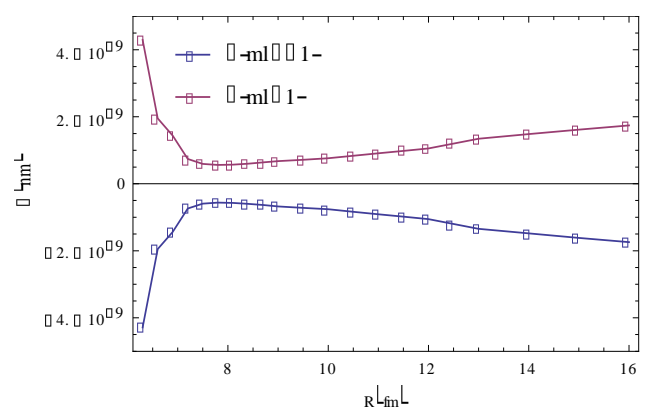
Nucleus	I	K	Q Present work	Q Experimental	Q Other Work
<sup>17</sup> O	5/2	±5/2	-0.0260	-0.0257	-0.02858
		±3/2	-0.0052		
		±1/2	+0.0208		
<sup>14</sup> N	1	±1,0	0.01893	0.02001	-
			-0.0378		



شکل ۱. نمودار مقادیر پتانسیل برهم کنش نوکلئون-نوکلئون، کولمبی و کل

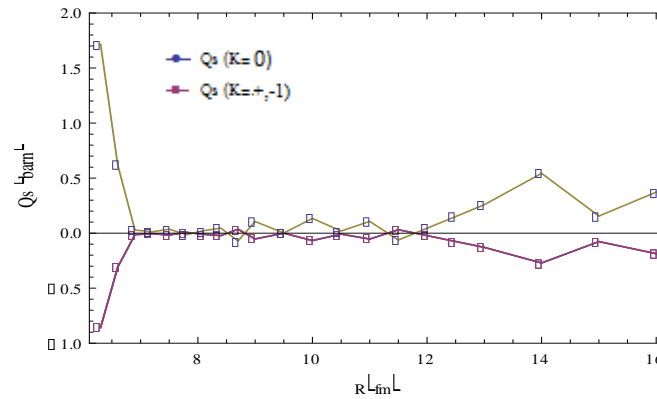


شکل ۲. نمودار مقادیر گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $^{14}\text{N}$  بعد از برخورد

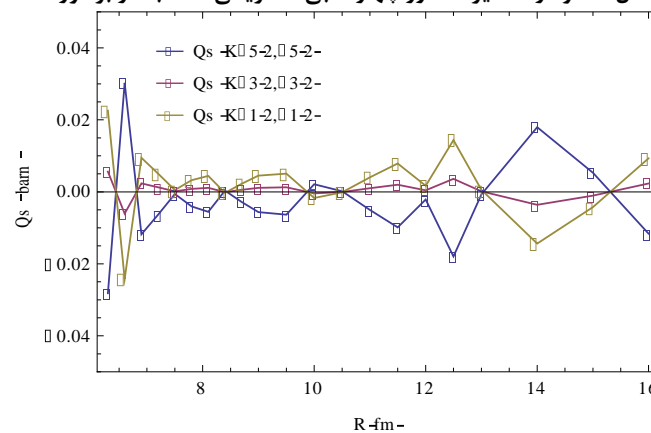


شکل ۳. نمودار مقادیر گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $^{16}\text{O}$  بعد از برخورد





شکل ۴. نمودار مقادیر گشتاور چهار قطبی الکتريکی  $^{14}\text{N}$  بعد از برخورد



شکل ۵. نمودار مقادیر گشتاور چهار قطبی الکتريکی  $^{17}\text{O}$  بعد از برخورد

### بحث و نتیجه گیری

با محاسبه‌ی مقادیر گشتاور هسته‌های  $^{14}\text{N}$  و  $^{17}\text{O}$  قبل از در نظر گرفتن برهم کنش بین دو هسته نتایج بدست آمده (از روش انتخاب شده در این مقاله) تطابق خوبی با مقادیر آزمایشگاهی دارد (stone 2004). با در نظر گرفتن پتانسیل برهم کنش، محاسبه و بررسی اثر آن بر روی گشتاور هسته نتایج حاصل شده است بر روی نمودارهای ۲-۵ رسم شده و همانگونه که مشاهده میکنیم پتانسیل برهم کنش روی توزیع بار هسته و گشتاور دو قطبی مغناطیسی تاثیر گذار خواهد بود.

### منابع :

- Brown, Chung, Wildenthal (1980). Electromagnetic multipole moments of ground states of stable odd-mass nuclei in the sd shell, Phys.Rev c, (1908) ۲۲ ۷۷۴
- Krane (1998). Introductory Nuclear Physics. J. Willey & Sons (1998) Vol (1, 2)
- Liu (2010). Nuclear structure studies of neutron-rich nuclei produced in the spontaneous fission of  $^{252}\text{Cf}$ : Triaxiality near  $A=110$ , spherical shapes and octupoles correlations beyond  $^{132}\text{Sn}$ . PhD's thesis in Vanderbilt University (2010)
- Neugart and Neyens. The Euro school Lectures on Physics with Exotic Beams, Vol. II
- Rabi, Millman, Kusch, Zacharias (1939). The Molecular Beam Resonance Method for Measuring Nuclear Magnetic Moments. The Magnetic Moments of  $^3\text{Li}$ ,  $^3\text{Li}$  and  $^9\text{F}$ . Phys. Rev (1939) 55, 526
- Caurier, Egido, Martinez-Pinedo, Poves (1995). Intrinsic vs. laboratory frame description of the deformed nucleus  $^{48}\text{Cr}$ . Phys. Rev (1995) 75, 2466
- Rajabi (2005). Exact Analytical Solution of the Schrodinger Equation for an N-Identical Body-Force System, Few-body systems (2005) Volume 37, Issue 4, pp 197-213
- Rajabi (2006). Bound states for hypercentral singular and exponential potentials, Communications in Theoretical Physics (2006), Volume 45, Number 4

- Giannini, Santopinto, Vassallo (2002). The hypercentral constituent quark model. Nucl. Phys. A (2002) 699, 308,16
- Hamzavi, Movahedi, Thylwe, Rajabi (2012). Approximate analytical solution of the Yukawa potential with arbitrary angular momenta, Chinese Physics Letters (2012) Volume 29, Number 8
- Ballot J L, Fabre de la Ripelle M (1980). Application of the hyperspherical formalism to the trinucleon bound state problems. J Ann Phys NY (1980)127, 62
- Fabre de la Ripelle (1983). The potential harmonic expansion method, Annals of physics (1983) N.Y. 147, 281 8
- Nikiforov, Uvarov (1988). Special Functions of Mathematical Physics. Birkhauser, Basel (1988) ISBN: 978-1-4757-1597-2 (Print) 978-1-4757-1595-8
- Tezcan and Sever (2009). A general approach for the exact solution of the Schrödinger equation, Theoretical Physics (2009) Volume 48, Issue 2, pp 337-350
- Tolstikhin, Ostrovsky, Nakamura (1998). Cumulative reaction probability without absorbing potentials, Physical review letters (1998) 80, 41
- Stoks, Klomp, Rentmeester, and Swart (1993). Partial-wave analysis of all nucleon-nucleon scattering data below 350 MeV. Phys Rev C (1993)48, 792, 24
- Pakdel, Rajabi, Nickhah (2016). Folding model analysis of the nucleus–nucleus scattering based on Jacobi coordinates. Pramana J of Phys (2016) 87:90
- Satchler and Love (1979). Folding model potentials from realistic interactions for heavy-ion scattering. Physics Reports (1979). 55, 184
- Dasso and Pollarolo (2003). Investigating the nucleus-nucleus potential at very short distances. Phys Rev C (2003) 68, 054604
- Gontchar, Hinde, Dasgupta, and J. O. Newton (2004). Double folding nucleus-nucleus potential applied to heavy-ion fusion reactions. Physical review C, 2004 – APS (2003) 69, 024610 (2004)
- Gontchar and Chushnyakova (2010). A C-code for the double folding interaction potential of two spherical
- Cook (1982). DFPOT-a program for the calculation of double folded potentials. J Comput Phys Comm (1982) 25, 125
- Hamada, Amangeldi (2013). Phenomenological and Semi-microscopic Analysis for the Elastic Scattering of Protons from  $^{12}\text{C}$  Nuclei at Different Energies. Journal of Modern Physics 5B (2013) 78
- Watson, Singh, Segel (1969). Optical-Model Analysis of Nucleon Scattering from 1 p-Shell Nuclei between 10 and 50 MeV. Phys Rev (1969)182, 977
- Aygun (2014). Double Folding Model Analysis of Elastic Scattering Data of  $^{19}\text{F}+^{159}\text{Tb}$  Reaction. Gazi University Journal of Science (2014)
- Feshbach (1958). Unified theory of nuclear reactions. Annals of Physics (1958) 5, 375
- Khoa and Oertzen (1993). A nuclear matter study using the density dependent M3Y interaction. Physics Letters B (1993) 304, 8
- Khoa, Satchler, and Oertzen (1997). Nuclear incompressibility and density dependent NN interactions in the folding model for nucleus-nucleus potentials. Physical Review C (1997)56, 954
- Satchler and Love (1979). Folding model potentials from realistic interactions for heavy-ion scattering. Phys Rep (1979) 55,183
- Bertsch, Borysowicz, McManus and W G Love (1977). Interactions for inelastic scattering derived from realistic potentials. Nucl Phys A (1977) 284, 399
- Ston (2005). Table of nuclear magnetic dipole and electric quadrupole moments. Atomic Data and Nuclear Data Tables (2005) 90, 75–176, Elsevier