ارائه روشی ابتکاری برای محاسبه فاصله گزینه ها از ایده آل ها در تکنیک تاپسیس فازی

علیرضا موتمنی[1]، اشکان عیوق[2]، افشین خوئی[3]

[1]دانشیار گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه شهید بهشتی؛ ar_motameni@yahoo.com
[2]استادیار گروه مدیریت کسب و کار، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه شهید بهشتی؛ a.ayough@sbu.ac.ir
[3]کارشناس ارشد مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه شهید بهشتی؛

چکیده

تاکنون روش های زیادی برای محاسبه فاصله اعداد فازی مطرح شده که اکثر آنها فاصله را بصورت قطعی نمایش میدهند ، در حالیکه منطقی تر است فاصله دو عدد غیر قطعی بصورت غیر قطعی باشد . هدف این تحقیق معرفی روشی است که بتواند فاصله را بصورت یک عدد فازی نمایش دهد .روشی که در این مقاله پیشنهاد شده محاسبه فاصله را بر اساس مفهوم مقاطع آلفا و تفاضل بازه ها انجام می دهد . این مقاله برای تبیین بهتر روش از یک مثال عددی استفاده نموده است که طی آن نقایص روش های پیشین بیان شده و روشی جدیدی برای رفع این نقایص پیشنهاد می گردد . نتیجه گیری مقاله نشان می دهد که چگونه کارایی روش جدید نسبت به روش های پیشین برتری دارد .

واژگان کلیدی

تصمیم گیری چند شاخصه فازی- تاپسیس فازی- محاسبه فاصله فازی

1- مقدمه

مبنای رتبه بندی گزینه هاو انتخاب بهترین گزینه در روش تاپسیس ، کمترین فاصله از ایده آل مثبت و بیشترین فاصله از ایده آل منفی است . (وانگ و الهاگ،2006). در عمده تحقیقاتی که در حوزه تاپسیس فازی انجام شده است ، فاصله بین گزینه ها و ایده آل مثبت و منفی را بصورت اعداد قطعی محاسبه کرده اند . یکی از پرکاربردترین روش ها در محاسبه فاصله بین دو عدد فازی روش" ورتکس" است که در واقع فاصله بین دو عدد را براساس فاصله بین پای چپ ، نقطه مرکزی و پای راست اعداد از یکدیگر محاسبه می کند . این روش بعلت سادگی بطور گسترده ای در تحقیقات مرتبط با تصمیم گیری چندشاخصه فازی و مدل های مبتنی بر تاپسیس فازی مورد استفاده قرار گرفته است .

از دیگر روش هایی که فاصله بین دو عدد فازی رابصورت قطعی نمایش می دهد می توان به مدل های پیشنهادی دایموند(1988) ، چن و چنگ(1998 و 2005) ، یآو و وو (2000) ، تران و دانکشتاین (2006) ، عباس بندی و اسدی (2006) و وانگ و دیگران(2009) اشاره کرد .

ووکسمن(1998) نخستین بار مطرح کرد که منطقی نیست فاصله بین دو عدد فازی را بصورت قطعی بیان کنیم ، چرا که اگر دو عدد خود قطعیت ندارند ، چگونه می توان در مورد فاصله بین آن ها با قاطعیت سخن گفت و به آن مقداره قطعی تخصیص داد؟ از همین رو ووکسمن روشی پیشنهاد کرد که طی آن با استفاده از مفهوم مقاطع آلفا یا برش آلفا ، فاصله دو عذد فازی بصورت یک بازه بدست می آمد . چاکرابورتی و چاکرابورتی (2006) روش دیگری پیشنهاد کردند که آن هم بر مبنای فاصله بین بازه های حاصل از اعمال برش آلفا روی دو عدد استوار بود . سعدی نژاد و خلیلی دامغانی (2009)روش چاکرابورتی و چاکرابورتی را بگو نه ای توسعه دادند که همیشه به تولید اعدادفازی مثبت (بعنوان جواب فاصله فازی) بینجامد . گوها و چاکرابورتی(2010) اشکالاتی در این روش پیشین چاکرابورتی و چاکرابورتی یافتند و آن را بگونه ای توسعه دادند که نقاط ضعفش مرتفع گردد ، در ضمن کاربرد روش به حوزه اعداد فازی غیرنرمال نیز گسترش داده شد .

ساختار مطالب در ادامه این مقاله بشرح زیر است : در بخش دوم روش گوها و چاکرابورتی(2010) بطور کامل معرفی می گردد ، سپس در بخش سوم مثالی بمنظور نشان دادن ناکارآمدی این روش در تاپسیس فازی ارائه می گردد ، در بخش چهارم روشی جایگزین در محاسبه فاصله فازی ارائه می شود که بکارگیری آن با منطق تاپسیس فازی نیز همخوانی دارد و در بخش پایانی نیز به نتیجه گیری از روند تحقیقاتی این مقاله و ارائه پیشنهاداتی برای پژوهش های آتی می پردازیم .

2- مبانی نظری و پیشینه تحقیق

2-1- معرفی روش گوها و چاکرابورتی(2010)

عملکرد این روش بصورت زیر است : $\widetilde{A_1} = (a_1, a_2, \beta_1, v_1; w_1)$, $\tilde{A}_2 = (a_3, a_4, \beta_2, v_2; w_2)$ را در نظر می‌گیریم، برش $\propto$ برای $\tilde{A}_1$ به ازا $\propto\in [0, w_1]$ برابر $[\tilde{A}_1] \propto= [A_1^L(\propto), A_1^R(\propto)]$ و برای $\tilde{A}_2$ به ازا $\propto\in [0, w_2]$ برابر $[\tilde{A}_2] =$ $[A_2^L(\propto), A_2^R(\propto)]$ خواهد بود.

بنیان روش بر پایه محاسبه فاصله دو بازه $[\tilde{A}_1]_\propto$ و $[\tilde{A}_2]_\propto$ استوار است. با استفاده از متغیری بنام η می‌توان این فاصله را طی یک فرمول نشان داد:

$$\tilde{d}([\tilde{A}_1], [\tilde{A}_2]) = \eta\left([\tilde{A}_1]_\propto - [\tilde{A}_2]_\propto\right) + (1-\eta)\left([\tilde{A}_2]_\propto - [\tilde{A}_1]_\propto\right) = [L(\propto), R(\propto)] \quad (1)$$

$$\eta = \begin{cases} 1, \ if & \frac{A_1^L(w_1)+A_1^R(w_1)}{2} \geq \frac{A_2^L(w_2)+A_2^R(w_2)}{2} \\ 0 \ , \quad if & \frac{A_1^L(w_1)+A_1^R(w_1)}{2} < \frac{A_2^L(w_2)+A_2^R(w_2)}{2} \end{cases} \quad (2)$$

پای چپ بازه حاصل از تفاضل بر اساس رابطه (3) محاسبه می شود

$$L(\propto) = \eta\ [A_1^L(\propto) - A_2^L(\propto) + A_1^R(\propto) - A_2^R(\propto)] + [A_2^L(\propto) - A_1^R(\propto)] \quad (3)$$

پای راست بازه حاصل از تفاضل بر اساس رابطه (4) محاسبه می شود

$$R(\propto) = \eta[A_1^L(\propto) - A_2^L(\propto) + A_1^R(\propto) - A_2^R(\propto)] + [A_2^R(\propto) - A_1^L(\propto)] \quad (4)$$

می‌دانیم که نمایش دو عدد فازی $\tilde{A}_1$ و $\tilde{A}_2$ با استفاده از برش $\propto$ بشکل $[d_\propto^L, d_\propto^R]$ به ازای هر $\propto\in [0, w]$ خواهد بود.

$$[d_\alpha^L, d_\alpha^R] = \begin{cases} [L(\alpha), R(\alpha)], \ L(\alpha) \geq 0 \\ [0, |L(\alpha)| V\, R(\alpha)], \ L(\alpha) \leq 0 \leq R(\alpha) \end{cases} \quad (5)$$

براساس اصل گسترش می‌توان گفت که در اینجا $w = Min(w_1, w_2)$ است. از سوی دیگر رابطه منطقی $|L(\alpha)| V\, R(\alpha)$ را نیز می توان بصورت $Max(R(\alpha), |L(\alpha)|)$ بازنویسی کرد . بنابر این فاصله فازی بین دو عدد $\tilde{A}_1$ و $\tilde{A}_2$ بصورت زیر خواهد بود :

$$\tilde{d}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2) = (d_{\propto=w}^L, d_{\propto=w}^R, \theta, \sigma) \quad (6)$$

که در آن داریم:

$$\theta = d_{\propto=w}^L - \max\{\textstyle\int_0^W d_\propto^L\, d\propto, 0\} \quad (7)$$

$$\sigma = |[\textstyle\int_0^W d_\propto^R\, d\propto\ - d_{\propto=w}^R]| \quad (8)$$

$$w = Min(w_1, w_2) \tag{9}$$

در ادامه باید پارامترهای حاصله در بالا را بصورت عدد فازی بشکل رابطه زیر ذوزنقه ای درآورد:

$$\mathrm{d}(\mathrm{A_i}, \mathrm{S}) = (\mathrm{d^L}, \mathrm{d^R}, \theta, \delta) \rightarrow (\mathrm{d^L} - \theta, \mathrm{d^L}, \mathrm{d^R}, \mathrm{d^R} + \delta) \tag{10}$$

2-2- ارائه یک مثال عددی

فرض کنید می خواهیم 10 گزینه A_1 تا A_{10} مربوط شاخص C را بر اساس روش تاپسیس فازی رتبه بندی نماییم . وانگ و دیگران(2009) نشان دادند که بهتر است بجای استفاده از یک و صفر فازی بعنوان ایده آل های مثبت و منفی در تاپسیس فازی ، بمانند تاپسیس کلاسیک این ایده آل ها را از ماتریس تجمعی نرمال شده و موزون استخراج نماییم . در جدول شماره 1 ماتریس های تجمعی و تجمعی موزون نرمال برای 10 گزینه آورده شده اند . بردار وزن شاخص (0.217,0.273,0.312) است.

جدول شماره 1 ماتریس های تجمعی و تجمعی موزون نرمال برای 10 گزینه

ماتریس تجمعی نرمال موزون	ماتریس تجمعی	
(0.136,0.185,0.229,0.28)	(0.627,0.68,0.84,0.897)	A_1
(0.146,0.199,0.24,0.291)	(0.673,0.73,0.88,0.933)	A_2
(0.117,0.165,0.209,0.258)	(0.54,0.607,0.767,0.827)	A_3
(0.156,0.213,0.209,0.258)	(0.72,0.78,0.92,0.97)	A_4
(0.171,0.231,0.258,0.306)	(0.79,0.847,0.92,0.98)	A_5
(0.107,0.152,0.198,0.247)	(0.493,0.557,0.727,0.79)	A_6
(0.096,0.134,0.178,0.223)	(0.443,0.493,0.653,0.713)	A_7
(0.125,0.172,0.218,0.269)	(0.58,0.63,0.8,0.86)	A_8
(0.088,0.132,0.178,0.225)	(0.407,0.483,0.653,0.72)	A_9
(0.112,0.162,0.204,0.253)	(0.52,0.595,0.75,0.81)	A_{10}

لذا پس از رتبه بندی گزینه ها بمنظور تعیین بزرگترین و کوچکترین عدد فازی مجموعه فوق ، ایده آل مثبت و منفی بصورت زیر تعیین می گردند:

$$\widetilde{NIS} = (0.407, 0.483, 0.653, 0.72)$$
$$\widetilde{PIS} = (0.171, 0.231, 0.258, 0.306)$$

حال اگر با استفاده از روش گوها و چاکرابورتی فاصله فازی را محاسبه کنیم ، نتایج بشرح جداول 2 و 3 خواهند بود :

جدول شماره 2 – فاصله از ایده آل مثبت (روش گوها و چاکرابورتی)

	$\mathbf{d^L - \theta}$	$\mathbf{d^L}$	$\mathbf{d^R}$	$\mathbf{d^R + \delta}$
1	0	0.00182	0.07265	0.09167
2	0	0	0.05903	0.06481
3	0	0.02180	0.09263	0.15255
4	0	0	0.04541	0.07598
5	0	0	0	0
6	0	0.03269	0.10626	0.19097
7	0.00042	0.05267	0.12351	0.24744
8	0	0.01271	0.08628	0.13009
9	0	0.05267	0.12623	0.25185

10	0	0.02634	0.09581	0.16378

جدول شماره 3 – فاصله از ایده آل منفی (روش گوها و چاکرابورتی)

	$d^L-\theta$	d^L	d^R	$d^R+\delta$
1	0	0.00727	0.09717	0.14459
2	0	0.02089	0.10807	0.15576
3	0	0	0.07719	0.12367
4	0	0.0345	0.11897	0.16694
5	0	0.0527	0.12623	0.17213
6	0	0	0.06630	0.11250
7	0	0	0.04632	0.09054
8	0	0	0.08628	0.13342
9	0	0	0	0
10	0	0	0.07265	0.11880

با نگاهی به جداول فوق در می یا بیم که برای برخی گزینه ها فاصله بصورت $(0,0,a,b)$ یا $(0,a,b,c)$ بدست آمده است . این موضوع بعلت همپوشانی اعداد با یکدیگر رخ داده است . یعنی در محاسبه فاصله مقدار $\mathbf{d^L}$ کوچکتر از صفر بوده و طبق مدل پیشنهادی گوها و چاکرابورتی باید صفر لحاظ شود . با توجه به صفر بودن $\mathbf{d^L}$ و وجود این موضوع که $\boldsymbol{\theta}$ یا فاصله سمت چپ عدد باید مقداری نامنفی باشد ، لذا $\boldsymbol{\theta}$ نیز صفر خواهد شد

واضح است که اگر بخواهیم ضریب نزدیکی فازی مربوط به روش تاپسیس را برای این اعداد محاسبه کنیم نشدنی است . چون کسر $\frac{d^-}{d^++d^-}$ بشکل $\frac{(0,0,a_i,b_i)}{(0,a,b,c)}$ خواهد بود که واضح است اپراتور تقسیم فازی برای این حالت کارایی ندارد. یعنی نمی توان ضریب نزدیکی فازی را برای این مجموعه از گزینه ها محاسبه کرد و در نتیجه اجرای تاپسیس فازی متوقف می شود . در بخش برای رفع این مشکل روشی جدید در محاسبه فاصله فازی مطرح می شود . در پایان ذکر این نکته نیز لازم است برای دو عدد یکسان فاصله برابر صفر فازی است .

3- معرفی روش پیشنهادی

دو عدد فازی ذوزنقه ای غیر نرمال $\widetilde{\mathbf{A}}$ و $\widetilde{\mathbf{B}}$ را با توابع عضویت زیر در نظر می گیریم :

$$f_{\widetilde{A}}=\begin{cases} f_{\widetilde{A}}^{L}(x), & a_1\le x<b_1 \\ w_1, & b_1\le x\le c_1 \\ f_{\widetilde{A}}^{R}(x), & c_1<x\le d_1 \\ 0, & \text{otherwise}\end{cases} \qquad (11)$$

$$f_{\widetilde{B}}=\begin{cases} f_{\widetilde{B}}^{L}(x), & a_2\le x<b_2 \\ w_2, & b_2\le x\le c_2 \\ f_{\widetilde{B}}^{R}(x), & c_2<x\le d_2 \\ 0, & \text{otherwise}\end{cases} \qquad (12)$$

هر کدام از ای لح سمت راست تشکیل شده اند

محاسبه فاصله بین مقاطع الفا این اعداد است یعنی :

$$d(\widetilde{A},\widetilde{B})=\int|[A_\propto]-[B_\propto]| \qquad (13)$$

از آنجا که عقلایی است تا فاصله بین این دو عدد نیز یک عدد فازی ذوزنقه ای غیر نرمال باشد ، پیشنهاد می کنیم تا فاصله نیز در طی سه مرحله بشکل زیر محاسبه گردد :

1 – فاصله بین دو بازه میانی دو عدد را محاسبه کنیم . برای این کار می توان از همان ایده تفاضل بازه ها استفاده نمود . چون اگر در انجام برش آلفا مقدار $\propto$ را برابر ماکزیمم مقدار تابع عضویت عدد قرار دهیم ، در واقع فاصله بین $[b_1, c_1]$ و $[b_2, c_2]$ را محاسبه کرده ایم . با این کار پای چپ و راست بازه موردنظر بعنوان فاصله فازی را بدست آورده ایم .

2 – فاصله چپ و راست جواب را از طریق محاسبه تفاضل سطوح چپ و راست دو عدد $\widetilde{A}$ و $\widetilde{B}$ بدست می آوریم . بدین منظور ابتدا بایست انتگرال توابع معکوس توابع عضویت دو عدد را بدست آورده و سپس از یکدیگر کم نماییم . لذا اگر $g_{\tilde{A}}^{L}(\propto)$ و $g_{\tilde{A}}^{R}(\propto)$ و $g_{\tilde{B}}^{L}(\propto)$ و $g_{\tilde{B}}^{R}(\propto)$ را به ترتیب بعنوان معکوس توابع $f_{\tilde{A}}^{L}(x)$ و $f_{\tilde{A}}^{R}(x)$ و $f_{\tilde{B}}^{L}(x)$ و $f_{\tilde{B}}^{R}(x)$ در نظر بگیریم خواهیم داشت :

$$LS = \left|\int_0^{w_1} g_{\tilde{A}}^{L}(\propto) d\propto - \int_0^{w_2} g_{\tilde{B}}^{L}(\propto) d\propto\right| \quad (14)$$

$$RS = \left|\int_0^{w_1} g_{\tilde{A}}^{R}(\propto) d\propto - \int_0^{w_2} g_{\tilde{B}}^{R}(\propto) d\propto\right| \quad (15)$$

در فرمول های بالا LS و RS بمفهوم فاصله چپ و راست فاصله هستند . که می توان آن ها را بفرم ساده تر زیر نیز بازنویسی نمود :

$$LS = \left|\int_0^{w_1} a_1 + w(b_1 - a_1)dw - \int_0^{w_2} a_2 + w(b_2 - a_2)dw\right| \quad (16)$$

$$RS = \left|\int_0^{w_1} d_1 - w(d_1 - c_1)dw - \int_0^{w_2} d_2 - w(d_2 - c_2)dw\right| \quad (17)$$

در نهایت می توان فاصله فازی را بشکل $(d^L - LS, d^L, d^R, d^R + RS; Min(w_1, w_2))$ نمایش داد . در این جا توجه به دو نکته الزامی است . اول اینکه منطقی تر است فاصله بین دوعدد فازی غیر نرمال بصورت یک عدد غیرنرمال بیان شود و ماکزیمم درجه عضویت ان از طریق محاسبه $Min(w_1, w_2)$ تعیین گردد . این نکته در هیچ کدام از روشهای پیشین ذکر نشده و باید این موضوع را نیز در زمره نقاط ضعف روش هایی نظیر گوها و چاکرابورتی(2010) قرار داد .

نکته دوم آن که می دانیم فاصله ماهیت مثبت دارد و لذا عدد فازی ذوزنقه ای حاصل بعنوان جواب فاصله فازی نیز باید عددی مثبت باشد . در صورتیکه اگر مقدار d^L در یک تفاضل برابر صفر گردد ، آنگاه $d^L - LS$ نیز منفی خواهد شد . یعنی با یک عدد ذوزنقه ای روبرو خواهیم بود که پای چپ منفی دارد و در ذیل تعریف عدد فازی مثبت نمی گنجد . در اعداد قطعی فاصله تحت اپراتور قدرمطلق همواره بصورت مثبت نمایش داده می شود حال آنکه استفاده قدرمطلق در اعداد فازی بسادگی میسر نیست و ممکن است باعث بهم ریختن فرم هندسی عدد (مثلاً مثلثی یا ذوزنقه ای) گردد . بنابراین بجای آن از نوعی انتقال روی محور Xها استفاده می کنیم تا آن بخش عدد را که در بخش منفی محور Xها قرار دارد به بخش مثبت منتقل سازد . پیش از این سعدی نژاد و دامغانی(2010) تکنیکی را برای انتقال اعداد فازی مطرح کرده اند که ما نیز از همان استفاده می کنیم .

روش مذکور بیان میدارد که اگر n عدد فازی غیرمثبت داشته باشیم ، می بایست قدرمطلق حداقل مقادیر پای چپ اعداد را محاسبه و بزرگترین مقدارش را بعنوان واحد انتقال لحاظ کنیم . سپس این عدد را به تمام اعداد اضافه می کنیم . فقط موردی استثنا وجود دارد که فاصله سمت چپ عدد برابر واحد انتقال است و در صورت

جمع با خودش ، پای چپ عدد صفر خواهد شد و در نتیجه همان مشکل عدم تقسیم پذیری رخ خواهد داد ، لذا یک مقدار بسیار کوچک مثل ε (در این مقاله0.0001)را نیز به واحد انتقال اضافه می کنیم .

$$\widetilde{A} = (a_i + max|a_i| + \varepsilon, b_i + max|a_i| + \varepsilon, c_i + max|a_i| + \varepsilon, d_i + max|a_i| + \varepsilon) \quad (18)$$

در جدول 4 و 5 نتایج محاسبات برای مثال عددی با استفاده از روش جدید آمده است :

جدول شماره 4 – فاصله از ایده آل مثبت – روش پیشنهادی

$d^L - LS$	d^L	d^R	$d^R - RS$

1	0.00106	0.04143	0.11227	0.13981
2	0.01110	0.03962	0.09865	0.11501
3	0.00168	0.06141	0.13225	0.18071
4	0.02296	0.03962	0.08502	0.09022
5	0	0	0	0
6	0.00072	0.07231	0.14587	0.20550
7	0.00666	0.09229	0.16313	0.24472
8	0.00010	0.05233	0.12589	0.16461
9	0.00133	0.09229	0.16585	0.24640
10	0.00246	0.06595	0.13543	0.18876

جدول شماره 5 – فاصله از ایده آل منفی- روش پیشنهادی

	$\mathbf{d^L - LS}$	$\mathbf{d^L}$	$\mathbf{d^R}$	$\mathbf{d^R - RS}$
1	0.00010	0.05069	0.14059	0.19361
2	0.00186	0.06431	0.15149	0.21568
3	0.01220	0.04342	0.12062	0.15271
4	0.00363	0.07793	0.16239	0.23775
5	0.00514	0.09609	0.16966	0.25021
6	0.02406	0.04342	0.10972	0.13064
7	0.03809	0.04342	0.08974	0.09078
8	0.00469	0.04342	0.12970	0.17153
9	0	0	0	0
10	0.01595	0.04342	0.11607	0.14329

با بررسی نتایج حاصل از بکارگیری روش پیشنهادی این مقاله می توان دریافت که جوابهای حاصل به عنوان فاصله فازی دارای شرایط لازم برای محاسبه ضریب نزدیکی فازی هستند و از اینرو می توان به آسانی تکنیک تاپسیس فازی را با این مجموعه از داده ها ادامه داد .

4- نتیجه گیری و پیشنهادات

ما در این مقاله نشان دادیم که استفاده از روش محاسبه فازی گوها و چاکرابورتی(2010) در تاپسیس فازی می تواند مشکلاتی ایجاد کرده و ناکارآمد باشد ، مخصوصاً اگر ایده آل های مثبت و منفی از بین داده های ماتریس تجمعی موزون تعیین گردند . برای رفع این مشکل روش جدیدی در محاسبه فاصله فازی ارائه شد و با ذکر مثالی کارایی بهتر آن در مقایسه با روش گوها و چاکرابورتی مورد بررسی قرار گرفت . در نهایت پیشنهاد می شود محققین در پروژهشهای آتی بدنبال توسعه روشی باشند که بتواند در شرایطی که $d^L \ll 0 , d^R \gg 0$ است بازه فاصله را بشکلی غیر از $(0, Max(R(\alpha), |L(\alpha)|)$ نمایش دهد و در واقع سمت چپ بازه برابر صفر نگردد .

5- منابع و مآخذ :

- Abbasbandy.S, Asadi.B, "Ranking of fuzzy numbers by sign distance", Information Sciences 176(16) (2006) 2405-2416.

- Chakraborty.D, Chakraborty.C, “A theoretical development on a fuzzy distance measure for fuzzy numbers”, Mathematical and Computer Modeling 43 (2006) 254–261.

- Diamond.P, "Fuzzy least squares", Information Sciences 46 (1988) 141–157.

- Guha.D, Chakraborty.D, “A new approach to fuzzy distance measure and similarity measure between two generalized fuzzy numbers”, Applied Soft Computing 10 (2010) 90–99.

- Sadi nezhad.S, Khalili.K, “Application of a fuzzy TOPSIS method base on modified preference ratio and fuzzy distance measurement in assessment of traffic police centers performance”, Applied Soft Computing 10 (2010) 1028–1039.

- Tran.L, Duckstein.L," Comparison of fuzzy numbers using a fuzzy distance measure", Fuzzy Sets and Systems 130 (3) (2002) 331–341.

- Voxman.W,” Some remarks on distances between fuzzy numbers”, Fuzzy Sets and Systems 100 (1998) 353–365.

- Wang.J, Cheng.C, Cheng.H,” Fuzzy hierarchical TOPSIS for supplier selection “, Applied Soft Computing 9 (2009) 377–386.

-Wang.Y, Elhag.T, “Fuzzy TOPSIS method based on alpha level sets with an application to bridge risk assessment”, Expert Systems with Applications 31 (2006) 309–319.

- Yao.J, Wu.K, " Ranking of fuzzy numbers based on decomposition principle and sign distance", Fuzzy Sets and Systems 116(22) (2000) 275-288.

ABSTRACT:

Most of various methods for calculating distance of fuzzy numbers assume that the mentioned distance is deterministic. This would be more rational to consider this distance as a fuzzy number. Therefore, in this paper a method has been proposed which calculates the distance based on α-cut, and interval subtraction. A numerical

example generated to explain the method and to show the shortcomings of the previously developed methods in the literature. Finally the efficiency of the method discussed comparing to the existed ones.