



## زمانبندی تصادفی جریان کارگاهی

مینا فرجی امیری<sup>1</sup>، جواد بهنامیان<sup>2</sup>

<sup>1</sup>دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه بوعلی سینا همدان؛ m.farajzi94@basu.ac.ir

<sup>2</sup>استادیار و عضو هیئت علمی گروه صنایع، دانشگاه بوعلی سینا همدان؛ behnamian.behnamian@basu.ac.ir

### چکیده

در مقاله حاضر به بررسی مسئله ی زمانبندی جریان کارگاهی تحت شرایط عدم قطعیت به طوری که در میان پارامترها زمان پردازش دارای عدم قطعیت و احتمالی است، پرداخته می شود. در ابتدا مقدمه شامل کلیات و ضرورت مسئله آورده شده همچنین به کارهای صورت گرفته در این زمینه و هدف این تحقیق پرداخته شده است. بعد از آن مسئله ی زمانبندی جریان کارگاهی به صورت کامل برای فهم بیشتر مسئله ی اصلی شرح داده می شود. سپس بررسی عوامل ایجاد کننده و ضرورت در نظر گرفتن عدم قطعیت در مسائل اعم از مسائل زمانبندی و همچنین رویکردهای مواجهه با آن صورت گرفته است. بعد از واضح شدن زمینه های تحقیقاتی ذکر شده بررسی ها منجر به تشریح مسئله ی اصلی همراه فرضیات و ارائه ی یک مدل ریاضی برای آن شده است. در آخر نتایج و منابع این تحقیق و همچنین زمینه هایی برای گسترش تحقیقات آورده شده است.

### کلمات کلیدی

مسئله جریان کارگاهی، برنامه ریزی تصادفی، زمانبندی احتمالی.

## 1- مقدمه

بخش اعظمی از مسائل دنیای واقعی با عدم قطعیت<sup>۱</sup> هایی نشئت گرفته از توابع برازندگی تقریبی، پارامترهای متغیر یا محیط پویا مواجه اند. از آنجایی که مواجهه با عدم قطعیت گریز ناپذیر است؛ داشتن رویکردی برای غیر قطعی در نظر گرفتن مسائل به وضوح احساس می شود. در دهه های اخیر این رویکرد خود را تحت عنوان برنامه ریزی تصافی<sup>۲</sup> نشان داده است و هنوز تحت به کار گیری و پیشرفت و توسعه می باشد. حجم زیادی از مسائل بهینه سازی واقعی با عدم قطعیت هایی که باید در نظر گرفته شوند؛ سروکار دارند. با توجه به گستردگی و ضرورت استفاده از زمانبندی در تصمیم گیری های سیستماتیک، مسائل زمانبندی بخش اهمی از مسائل بهینه سازی را به خود اختصاص داده اند. تصمیمات زمانبندی شامل در نظر گرفتن مقادیر زیاد پارامترهایی که قطعی نیستند؛ می شود. مسائل زمانبندی عملی در محیط های تولیدی معمولاً به تصمیماتی بدون دسترسی به اطلاعات کامل درباره ی نتایجشان نیازمندند. بازدهی، منابع در دسترس، پروسه ی اجرا، تقاضا، هزینهها و سود ممکن است تغییر کنند. در نظر گرفتن این مقادیر در مدل های زمانبندی احتمالی معمولاً مشکلاتی در تحلیل هایی که در روش های متداول گوناگونیکه تاکنون استفاده می شده اند، ایجاد می کند. ویژگی های مهمی مانند بازده عملیات، زمان پردازش، منابع در دسترس، کیفیت محصولات، هزینه ها و... تمامشان ممکن است مقادیری تصادفی با سطوح مختلف اطمینان داشته باشند. ضرورت در نظر گرفتن این عدم قطعیت ها موجب علاقه به زمانبندی تصادفی شده است. زمانبندی جریان کارگاهی<sup>۳</sup> یکپاز انواع مسائل زمانبندی کف کارگاهی است که با توجه به ویژگی های خاص کاربرد گسترده ای در واحدهای صنعتی بزرگ با تولیدات گسترده دارد. به علت اهمیت این نوع خاص زمانبندی، همواره مورد توجه محققین بوده است و حالت قطعی<sup>۴</sup> آن به کرات مورد بررسی قرار گرفته است. در مقاله حاضر مسئله ی زمانبندی جریان کارگاهی زمانی که با عدم قطعیت مواجه است و در شرایطی که زمان پردازش<sup>۵</sup> تصادفی است بررسی می شود.

برنامه ریزی تصادفی ابتدا با مقاله ای از دانتزیگ در سال 1955 با عنوان برنامه ریزی خطی تحت عدم قطعیت آغاز شد. از مهمترین مقالات ارائه شده در این زمینه می توان به مقالات چارنر و کوپر اشاره کرد که در اواخر دهه 1950 با در نظر گرفتن محدودیت های احتمالی انتشار یافت. کار دانتزیگ بعدها توسط مولفین دیگر مانند وست در دهه 1960 پرکوپا در دهه 1970 و برژه در دهه 1980 گسترش داده شد. در تحقیقات اولیه این حوزه این سوال مطرح شد که چنانچه در برنامه ریزی خطی برخی و یا تمامی ضرایب مجهول باشند چطور می توان برنامه ریزی خطی را حل کرد. پیشنهاد مولفین جایگزینی متغیرهای تصادفی با توزیع احتمال<sup>۶</sup> معلوم به جای این پارامترها بود، مدل حاصله با عناصر تصادفی به عنوان مسائل برنامه ریزی تصادفی شناخته شد. در طول 55 سال اخیر برنامه ریزی تصادفی کاربردهای موفقیت آمیزی در زمینه های گوناگون از جمله مساله حمل و نقل، تولید، امور مالی و... داشته است. همچنین پژوهشگران بسیاری تاکنون در این زمینه تحقیقاتی انجام داده اند. پیتز کال در سال 1979 روش های

<sup>1</sup>Uncertainty

<sup>2</sup>Stochastic programming

<sup>3</sup>Flowshop scheduling

<sup>4</sup>Deterministic

<sup>5</sup>Processing time

<sup>6</sup>Distribution

محاسباتی برای حل مسائل خطی دو مرحله ای<sup>7</sup> ارائه داد. در سال های اخیر پیتر کال و وینسن مییر از جمله کسانی هستند که به اتفاق هم تحقیقاتی راجع به برنامه ریزی تصادفی مدل ها و روش های حل آن انجام داده اند [6]، [7]، [13].

جانسون در سال 1954 پیشروی زمانبندی مسئله ی جریان کارگاهی است که بعدها در سال 1974 توسط بیکر دنبال شد. گری و همکاران در سال 1976 به اثبات سخت بودن<sup>8</sup> این مسئله ی زمانبندی پرداختند. گریوس در سال 1981 و لالر در سال 1989 تحقیقات بیشتری در این زمینه در حالت قطعی انجام دادند. تحقیقات در زمینه زمانبندی جریان کارگاهی در سال 1999 در کارهای مروری الهوردیمورد بررسی قرار گرفته است. حجازی و ثقفیاندر کار مروری خود در سال 2005 به 176 مقاله درباره ی رویکردهای دقیق و ابتکاری مسئله ی زمانبندی جریان کارگاهی اشاره کرده اند که تنها همینمقاله مروری در سال های اخیراهمیت و توجه محققان به این مسئله را نشان می دهد [3]، [15].

در ادامه باید اظهار داشت که حالت تصادفی مسئله ی زمانبندی کمتر مورد توجه محققان بوده است. اولین تحقیقات در زمینه ی زمانبندی احتمالی به سال 1967 برمی گردد که تالوار توالی بهینه ای برای این مسئله با دو ماشین ارائه نمود. در سال 1982 پیندویک قانون سرانگشتی برای زمانبندی مسئله ی تولید کارگاهی ارائه نمود. کامبروسکی در سال 2000 شرایط کافی برای توزیع احتمالی زمان پردازش کارها با سه ماشین در شرایطی که زمان تکمیل حداقل شود را ارائه داد. بالاسوبرامانیان در سال 2002 یک روش شاخه و کران برای مسئله زمانبندی جریان کارگاهی با زمان پردازش غیر قطعی ارائه نمود. لیو همکاران در سال 2005 به بررسی همین مسئله در حالتی که زمان پردازش از توزیع یکنواخت پیروی می کند پرداختند و از یک الگوریتم فرا ابتکاری ترکیبی برای حل آن بهره جستند. لیفوق و همکاران در سال 2007 برای اولین بار مسئله ی زمانبندی احتمالی با چند هدف را مورد بررسی قرار دادند. بیکر و همکارش در سال 2009 سه روش ابتکاری برای مسئله جریان کارگاهی احتمالی با دو ماشین را امتحان نمودند. جوان و همکاران در سال 2014 به بررسی همین مسئله بدون درنظر گرفتن فرض خاصی برای زمان پردازش آن پرداختند. فرامینان و همکارش در سال 2015 حالتی از مسئله که زمان پردازش از تابع لاگ نرمال پیروی می کند را مورد بررسی قرار دادند. و تحقیقات پیرامون مسئله ی جریان کارگاهی احتمالی همچنان ادامه دارد [4]، [5]، [8]، [9]، [10]، [11]، [12]، [14].

با توجه به تحقیقات و مرور ادبیات صورت گرفته در این موضوع واضح است که شکاف تحقیقاتی بسیاری در مسئله ی زمانبندی احتمالی وجود دارد. به طوری که مشاهده می شود اکثر کارها و تحقیقات اولیه این مسئله ی زمانبندی را در شرایط خاص و با درنظر گرفتن تعداد محدودی ماشین بررسی کرده اند. همچنین فرضیات جامع و دقیقی بر روی توزیع احتمال پارامترهای تصادفی صورت نگرفته است. از آنجایی که درک کامل یک مسئله در دنیای واقعی و ایجاد یک مدل جامع منجر به حل مسئله می شود؛مقاله ی حاضر در صدد است تا گامی جهت بهبود و تکمیل زمینه تحقیقاتی گفته شده بردارد. بنابراین برآن شدیم تا مدلی ریاضی برای مسئله ی جریان کارگاهی در حالت کلی و زمانی که مواجه با عدم قطعیت ناگزیر است و در شرایطی که زمان پردازش احتمالی است ارائه نماییم.

<sup>7</sup>Two-stage

<sup>8</sup>Np-hard

## 2- مسئله جریان کارگاهی

مسائل عملی زمانبندی ماشین متنوع و بسیار زیاد است. این مسائل در محیط های مختلفی مانند سیستم های تولیدی منعطف، برنامه ریزی تولید، لجستیک، ارتباطات و... دیده می شوند. زمانبندی جریان کارگاهی یکی از مهم ترین مسائل در محیط مدیریت تولید است. تولیدات جریان کارگاهی به آن دسته از تسهیلات تولید که از ماشین آلات تولیدی سریع و تغییر یافته برای ساخت یک یا چندین کالای مشابه استفاده می شود، گفته می شود. یک جریان کارگاهی مانند یک خط مونتاژ خودکار معمولاً برای بالاترین سرعت و کیفیت ممکن تولیدات مناسب است. مسائل توالی عموماً در محیط های تولیدی که محصولات متفاوتی بر روی ترکیبات مختلف ماشین آلات نیاز به پردازش دارند، با آن رو به رو می شوند. انتخاب ترتیبی مناسب برای انجام کارها را توالی کارها<sup>9</sup> می نامند. هدف تعیین توالی مناسب یا ترتیبی برای انجام کارها بر روی تعداد محدودی تسهیلات با ترتیب از قبل تعیین شده است تا بتوان استفاده از منابع درگیر را به کمترین میزان خود رساند. یک مسئله معمولی جریان کارگاهی از دو قسمت اصلی تشکیل می شود؛ گروهی از  $m$  ماشین و مجموعه ای از  $n$  کار که باید بر روی این گروه ماشین ها پردازش شوند. هر کدام از کارها ترتیب مشابهی از ماشین ها را برای توالی پردازش خود دارند. هر کار در توالی باید از همه ی ماشین ها عبور کند. در واقع توالی ماشین ها ثابت است و ترتیب فنی تمام کارها یکسان است اما توالی کارها باید تعیین شود. هر کار تنها یکبار بر روی هر ماشین پردازش می شود. تمامی کارها توالییکسانی روی همه ی ماشین ها دارند. توابع اهداف گوناگونی اعم از بیشترین زمان تکمیل<sup>10</sup>، زمان در جریان<sup>11</sup>، تاخیر<sup>12</sup> و... می توان برای این مسئله انتخاب نمود. این مسئله جز مسائل سخت است بنابراین معمولاً از روش های ابتکاری و تقریبی برای حل آن ها استفاده می شود.

از مفروضاتی که عموماً در این مدل برقرارند می توان به موارد ذیل اشاره نمود: ماشین ها نمی توانند در یک زمان بیش از یک کار را انجام دهند و عملیات ها امکان متوقف شدن را ندارند. هر کار در یک زمان تنها می تواند روی یک ماشین پردازش شود. کارها می توانند بین ماشین ها منتظر بمانند. از هر نوع از ماشین ها فقط یک عدد موجود است. زمان آماده سازی<sup>13</sup> برای هر کار می تواند وابسته به توالی و یا مستقل باشد و همچنین در داخل زمان پردازش یا به صورت جداگانه منظور شده باشد. تمامی پارامترها قطعی هستند. هر کار شامل مجموعه ای از عملیات ها می باشد که باید روی ماشین های متفاوتی انجام شوند. محدودیت پیش نیازی بین عملیات های کارهای مختلف وجود ندارد.

## 3- عدم قطعیت و برنامه ریزی تصادفی

در اغلب مسائل واقعی بهینه سازی کمیت هایی که استفاده شده اند داده های دقیقی نیستند بلکه وابسته به شرایط محیطی می باشند. ضمناً گرد آوری اطلاعات دقیق به طوری که به تشخیص و قضاوت انسان وابسته نباشد بسیار مشکل و یا در عمل ممکن نمیباشد. از این رو برنامه ریزی احتمالی تصادفی مورد توجه قرار گرفته است. برنامه ریزی تصادفی ابزار ریاضی برای تصمیم گیری تحت عدم قطعیت است. برنامه ریزی تصادفی چهارچوبی برای مدل

<sup>9</sup>Job sequence

<sup>10</sup>Makespan

<sup>11</sup>Flow-time

<sup>12</sup>Tardiness

<sup>13</sup>Set-up time

بندی مسائل بهینه سازی فراهم می آورد که شامل اطلاعات غیر قطعی اند. برنامه ریزی احتمالی تصمیم و توسعه ی برنامه ریزی خطی و غیر خطی برای مدل‌های تصمیم گیری است که ضرایب (پارامترها) با قطعیت شناخته نشده اند و نمایانگریک احتمال داده شده اند. از آنجایی که مسائل بهینه سازی قطعی با پارامترهای معلوم و معین فرموله می شوند، مسائل حقیقی روزمره تقریباً همواره شامل برخی اطلاعات نامعلوم و غیرقطعی اند. ممکن است بینشی درباره ی زمانی که اتفاقات تصادفی وارد یک مدل می شوند با چه چالش هایی روبرو می شویم داشته باشید. به طور کلی مسائل احتمالی پیچیده تر از حالت قطعیشان هستند [1].

هدف برنامه ریزی تصادفی بطور صریح پیدا کردن یک تصمیم بهینه در مسائلی است که شامل اطلاعات غیرقطعی و تصادفی است. در اصل تصادفی بودن مقابل قطعیت است به این معنی که برخی اطلاعات مساله اتفاقی می باشد و برنامه ریز به این حقیقت اشاره می کند که قسمت های مختلف مساله به صورت برنامه های ریاضی خطی یا غیرخطی مدل بندی می شوند. در برنامه ریزی تصادفی فرض می شود که داده ها (پارامترها) نامعلوم متغیرهایی تصادفی اند که توزیع احتمال مشخصی دارند. از این اطلاعات برای تبدیل برنامه ریزی تصادفی به معادل قطعی<sup>14</sup> استفاده می شود. از روش های دیگر مواجهه با عدم قطعیت می توان به برنامه ریزی استوار<sup>15</sup> اشاره نمود؛ وقتی تمامی پارامترهای مسئله مشخص هستند و فقط حدود آن ها معلوم است ولی مقدار دقیقی از آن ها در دسترس نیست از این رویکرد استفاده می شود. هدف برنامه ریزی استوار پیدا کردن جوابی است که در حضور تمام داده های مدل شدنی باقی بماند. تحلیل حساسیت و استفاده از سناریو ها<sup>16</sup> نیز از رویکردهای دیگر است. مدل های برنامه ریزی تصادفی شبیه یکدیگر هستند و انواع مختلفی دارند؛ پارامترهایی که با عدم قطعیت روبرو هستند فرض می شود از توزیع احتمال خاصی پیروی می کنند یا می توانند تخمین زده شوند. هدف در برنامه ریزی تصادفی پیدا کردن جوابی است که در تمامی اطلاعات ممکن مسئله شدنی باشد و نیاز تصمیم گیرنده را در حداکثر سازبیا حداقل سازی تابع هدف برآورده نماید. قابلیت اعتماد یک مدل را داده های به کارگرفته شده در آن تعیین می کند.

انواع برنامه ریزی تصادفی بر اساس مواجهه با محدودیت هایمدل به دو دسته تقسیم می شوند؛ برنامه ریزی تصادفی با دستاویز<sup>17</sup> که در این نوع برنامه ریزی تخطی از محدودیت ها مشمول جریمه می شود و جایز نیست، برنامه ریزی تصادفی با محدودیت های احتمالی<sup>18</sup> که در این نوع برنامه ریزی محدودیت ها در سطح اطمینان مشخصی برآورده می شوند. مدل‌های دستاویز به صورت آشکاری مفهوم زمان را در برمی گیرند. در این مدل ها عدم قطعیت در طی مراحل گسسته زمانی رفع می شود. این مدل دارای دو نوع متغیر است: متغیرهای کنترل به تصمیم‌هایی مربوط می شوند که باید این جا و اکنون<sup>19</sup> اخذ شوند؛ تصمیماتی که به مشاهدات آتییا به عبارتی به تحقق پارامترهای تصادفی بستگی ندارند. به بیان دیگر این متغیرها، تصمیماتی را شامل می شوند که باید قبل از رفع عدم اطمینان اخذ شوند. تمامی برنامه های تصادفی شامل متغیرهای کنترل اند. متغیرهای وضعیت به تصمیم‌های صبر کن و نظاره کن<sup>20</sup> مربوط می شوند؛ تصمیماتی که بعد از تحقق قسمتی (یا گاهی اوقات کل) پارامترهای تصادفی اخذ می شوند. به بیان

<sup>14</sup>Deterministic equivalent

<sup>15</sup>Robust programming

<sup>16</sup>Scenarios

<sup>17</sup>With recourse

<sup>18</sup>Chance constraint

<sup>19</sup>Here and now

<sup>20</sup>Wait and see

دیگر این متغیرها، تصمیماتی را شامل می‌شوند که باید بعد از رفع عدم اطمینان اخذ شوند. حل مدل‌های تصادفی با دستاویز در واقع تنها شامل یافتن مقادیر بهینه متغیرهای کنترل است. بعد از اینکه در یک مرحله زمانی بخشی از عدم اطمینان رفع شد متغیرهایی که قبلاً متغیرهای وضعیت بودند به متغیرهای کنترل مرحله ی بعد تبدیل می‌شوند. برنامه ریزی تصادفی دو مرحله ای و چند مرحله ای<sup>۲۱</sup> از مدل‌های دستاویز هستند که خودشان می‌توانند به صورت خطی، غیر خطی و یا عدد صحیح مدل شوند. مدل‌های با محدودیت‌های احتمالی هزینه ای برای جبران تصمیمات اشتباه (نقض محدودیت‌ها) در نظر می‌گیرند. در واقع برای درصد از پیش تعیین شده ای از مشاهدات پارامترهای تصادفی مدل، محدودیت‌ها نقض نمی‌شوند. مدل‌های با محدودیت می‌توانند دارای تابع هدفی از نوع امید ریاضی<sup>۲۲</sup>، واریانس<sup>۲۳</sup> یا احتمالی<sup>۲۴</sup> باشند.

### 3-1- عدم قطعیت و زمانبندی

منشا عدم قطعیت وجود داده‌های ناکامل، خطادار، مفقود شده یا نامشخص است. در شرایط زمانبندی تولید دنیای واقعی عدم قطعیت می‌تواند از منابع زیادی مانند تغییرات موعد تحویل، خرابی ماشین‌ها، تقاضاهای غیر منتظره یا لغو سفارشات، زمان پردازش متغیر... داشته باشد. با توجه به تحقیقات صورت گرفته در مورد مسئله ی زمانبندی جریان کارگاهی عدم قطعیت به صورت عمده از زمان پردازش و موعد تحویل ناشی می‌شود. زمان پردازش از یک اجرا به دیگری ممکن است متفاوت باشد و بعضی اتفاقات غیر منتظره ممکن است در طول پردازش امکان رخ دادن داشته باشند. بنابراین به ندرت پیش می‌آید که زمان پردازش برای کاری مقدار ثابت داشته باشد. به عنوان نتیجه گیری مشخص است که هیچ پارامتری نمی‌تواند به عنوان مقداری دقیق در نظر گرفته شود بنابراین روش‌های غیر از روش‌های کلاسیک و متداول برای حل این مسائل واقعی زمانبندی مورد نیاز است. یک مدل‌بندی مناسب از مشکل واقعی منجر به یافتن حل‌هایی کاربردی و مناسب برای آن مسئله می‌شود لذا ایجاد یک مدل مناسب از مسئله بسیار ارزشمند است.

### 4- زمانبندی تصادفی جریان کارگاهی

به عنوان یکی از مسائل مهم بهینه سازی با زمینه مهندسی قوی زمانبندی احتمالی جریان کارگاهی به علت تخمین نادقیق تابع هدف، فضای جستجوی گسترده و نقاط چندگانه بهینه محلی و بخصوص به علت در کلاس مسائل دشوار بودن، جز مسائل سخت محسوب می‌شود. در حالی که عدم قطعیت‌های بسیاری در پردازش صنعتی مانند خرابی ماشین، زمان پردازش غیر قطعی، تغییرات در زمان‌های در دسترس و آخرین زمان‌های تکمیل وجود دارد؛ در نظر گرفتن این عدم قطعیت‌ها موجب راه‌اندازی موفقیت آمیز تولیدات می‌شود. در حال حاضر روش‌های اصلی برای حل مسائل زمان بندی با زمان‌های پردازش غیر قطعی برنامه ریزی تصادفی، برنامه ریزی فازی<sup>۲۵</sup>، برنامه ریزی استوار و مجموعه‌های سخت<sup>۲۶</sup> و... است. اگر زمان‌های پردازش هر کار در ابتدا به صورت یک توزیع احتمال

<sup>21</sup>Multi-stage

<sup>22</sup>E model

<sup>23</sup>V model

<sup>24</sup>P model

<sup>25</sup>Fuzzy programming

<sup>26</sup>Rough sets

توصیف شود چنین مسئله ای به عنوان زمانبندی احتمالی شناخته می شود که می تواند توسط برنامه ریزی احتمالی حل شود. چنین مدل احتمالی بسیار واقعی تر از مدل قطعی خود در دنیای مسائل واقعیست. با استفاده از مدل احتمالی در گیر شدن با نیاز بسیاری از پروژه ها در مواجهه با عدم قطعیت در پارامترهای اولیه ی آن ها بسیار ساده تر می شود. متاسفانه از نظر تئوری و محاسباتی سروکار داشتن با مسائل زمانبندی احتمالی بسیار مشکل تر از حالت قطعیشان است.

مسائل زمانبندی جریان کارگاهی معمولا با علائم  $F_m | perm | E(cmax)$  نمایش داده می شوند که مجموعه ای از  $n$  کار بر روی  $m$  ماشین در یک ترتیب مشابه با تابع هدف حداقل سازی بیشترین زمان تکمیل مورد انتظار باید پردازش شوند. پردازش هر کار بر روی هر ماشین یک عملیات است که در یک زمان غیر قابل انقطاع به ماشین نیاز دارد و این زمان پردازش نامیده می شود. در این مسئله فرض می کنیم که تمام کار ها در زمان صفر در دسترس هستند. در هر لحظه هر کار می تواند حداکثر بر روی یک ماشین پردازش شود و همچنین هر ماشین در هر لحظه می تواند یک کار را پردازش نماید. زمان پردازش کار  $j$  روی ماشین  $i$  مقدار تصادفی غیرمنفی  $p_{ij}$  با توزیع شناخته شده ای هستند. از آنجایی که زمان های پردازش تصادفی است و در واقع با هر بار زمانبندی مقادیر آنها تغییر می یابد این تغییرات در زمان پردازش موجب می شود تا هر بار تابع هدف مسئله که بیشترین زمان تکمیل نیز متفاوت شود و رفتاری متغیر مانند از خود داشته باشد بنابراین برای مواجهه با این تغییرات بر آن شدیم تا مقدار مورد انتظار تابع هدف از مقادیر ممکن را بدست آوریم و رویکرد تابع هدف امید ریاضی برای مسئله استفاده کنیم.

مفروضات مدل:

ماشین ها نمی توانند در یک زمان بیش از یک کار را انجام دهند. هر کار در یک زمان می تواند تنها روی یک ماشین پردازش شود. هر کار تنها یکبار بر روی هر ماشین پردازش می شود. عملیات ها امکان متوقف شدن را ندارند. کار ها می توانند بین ماشین ها منتظر بمانند (ذخیره نامحدود بین ماشین ها<sup>27</sup>). از هر نوع از ماشین ها فقط یک عدد موجود است. تمام کارها در زمان صفر در دسترس هستند (مسئله پویا نیست). هر کار شامل مجموعه ای از عملیات ها می باشد که باید روی ماشین های متفاوتی انجام شوند. محدودیت پیش نیازی بین عملیات های کارهای مختلف وجود ندارد. زمان جابه جایی بین ماشین ها وجود ندارد. زمان های پردازش نا منفی است و دارای عدم قطعیت هستند و از یک توزیع احتمال پیروی می کنند. زمان آماده سازی در داخل زمان پردازش منظور شده است. به غیر از زمان پردازش احتمالی نوع دیگری از عدم قطعیت در مسئله وجود ندارد.

اندیس ها:

$i$ : اندیس ماشین  $i = 1, \dots, m$

$j$ : اندیس کار  $j = 1, \dots, n$

$k$ : اندیس موقعیت یک نقطه در توالی  $k = 1, \dots, n$

پارامترها:

$m$ : تعداد ماشین ها

$n$ : تعداد کارها

$p_{ij}$ : زمان پردازش کار  $j$  روی ماشین  $i$

<sup>27</sup>Unlimited buffer

متغیر های مثبت:

$c_{ik}$ : زمان تکمیل  $k$  امین کار پردازش شده روی ماشین  $i$

$s_{ik}$ : زمان شروع  $k$  امین کار پردازش شده روی ماشین  $i$

$c_{max}$ : زمان تکمیل آخرین کار روی آخرین ماشین

متغیر باینری:

$x_{ijk}$ : 1 است اگر کار  $j$ ،  $k$  امین کاری باشد که روی ماشین  $i$  پردازش می شود در غیر این صورت صفر است.

مدل مسئله:

$$\min E(c_{max}) \quad (1)$$

$$C_{11} \geq \sum_{j=1}^n \tilde{p}_{1j} x_{1j1} \quad (2)$$

$$c_{ik} \geq c_{i-1,k} + \sum_{j=1}^n \tilde{p}_{ij} x_{ijk}, \quad i \in \{2, \dots, m\} \quad k \in \{1, \dots, n\} \quad (3)$$

$$c_{ik} \geq c_{i,k-1} + \sum_{j=1}^n \tilde{p}_{ij} x_{ijk}, \quad i \in \{1, \dots, m\} \quad k \in \{2, \dots, n\} \quad (4)$$

$$c_{ik} = s_{ik} + \sum_{j=1}^n \tilde{p}_{ij} x_{ijk}, \quad \forall i \forall k \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{ijk} = 1, \quad \forall i \forall j \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ijk} = 1, \quad \forall i \forall k \quad (7)$$

$$c_{max} \geq c_{mn} \quad (8)$$

$$c_{ik} \geq 0, s_{ik} \geq 0, c_{max} \geq 0, x_{ijks} \in \{0,1\} \quad (9)$$

محدودیت اول تابع هدف مسئله که حداقل سازی مقدار مورد انتظار بیشترین زمان تکمیل است را نشان می دهد. محدودیت دوم زمان تکمیل اولین کار پردازش شده بر روی اولین ماشین را محاسبه می کند. محدودیت های سوم و چهارم زمان تکمیل سایر کارهای پردازش شده بر روی باقی ماشین ها را محاسبه می کند. محدودیت پنجم تضمین میکند که کارها بدون انقطاع پردازش شوند. محدودیت ششم و هفتم تضمین میکند تا به هر موقعیت توالی یک کار و هر کار یک موقعیت توالی تخصیص داده شود. محدودیت هشتم زمان تکمیل آخرین کار بر روی آخرین ماشین که همان تابع هدف است را محاسبه می کند. محدودیت آخر نوع متغیرهای مسئله را تعیین میکند.

## 5- نتیجه و جمع بندی

یکی از رسالت های علم حل مشکلات دنیای واقعی است. از انجایی که در دنیای واقعی مواجهه با عدم قطعیت



گریز ناپذیر است؛ داشتن رویکردی برای غیر قطعی در نظر گرفتن مسائل به وضوح احساس می شود. در دهه های اخیر این رویکرد خود را تحت عنوان برنامه ریزی تصافی نشان داده است و همواره و هنوز تحت به کار گیری و پیشرفت و توسعه می باشد. در دنیای مسائل بهینه سازی، مسائل زمانبندی به علت ساختار خاص مسئله و همچنین کاربرد گسترده ی آن در دنیای صنعتی از اهمیت غیر قابل چشم پوشی برخوردار است. یکی از این مسائل زمانبندی مسئله جریان کارگاهی است که عموماً در واحد های تولیدی که سرمایه گذاری زیادی روی آن ها صورت گرفته و همچنین دارای تولیدات انبوه و کالاهای مشابه می باشند استفاده می شود. مسئله جریان کارگاهی در حالت قطعی همواره مورد تحقیق قرار داشته است. این در حالی است که در حالت غیر قطعی کمتر به آن توجه شده است و نیاز به بررسی و توسعه ی بیشتری دارد. در پژوهش حاضر به این موضوع پرداخته شده است و مسئله زمانبندی جریان کارگاهی در حالتی که زمان پردازش غیر قطعی دارد در نظر گرفته شده است. در ابتدا مسئله ی زمانبندی جریان کارگاهی قطعی زمانی که کارها بین ماشین ها منتظرند مدل شده است تا خواننده دید بهتری نسبت به مسئله بدست آورد. در ادامه یک مدل زمانبندی احتمالی در حالتی که متغیر غیرقطعی دارای توزیع احتمال شناخته شده ایست نوشته شده است و رویکرد مورد نظر در مدل کردن آن رویکرد امید ریاضی بوده است. در نهایت باید اظهار داشت همانطور که انتظار می رود در نظر گرفتن عدم قطعیت در مسائل موجب می شود تصمیم گیرنده دید بازتری نسبت مشکل داشته باشد و در نهایت جواب های بدست آمده اطمینان خاطر بیشتری دارد و کاربردی تر است.

## 6- تقدیر و تشکر

اینجانب از اساتید محترم گروه صنایع دانشگاه بوعلی سینا همدان که همواره در جهت ارتقا سطح علمی دانشجویان می کوشند سپاسگزاری می نمایم و همچنین از جناب دکتر جواد بهنامیان که همیشه در جهت بهبود کارهای صورت گرفته بنده را یاری نموده اند کمال تقدیر و تشکر را دارم.

## 7- مراجع

- [1] میر حسنی، سید علی؛ هوشمند خلیق، فرناز؛ برنامه ریزی تصادفی، دانشگاه صنعتی امیر کبیر، تهران، 1393.
- [2] Shapiro, Alexander. Darinka Dentcheva, Andrzej Ruszczyński; *Lectures on stochastic programming : modeling and theory*, 2009 by the Society for Industrial and Applied Mathematics and the Mathematical Programming Society.
- [3] Ali. Allahverdi; Jatinder N. D. Gupta and Tariq Aldowaisan: "A review of scheduling research involving setup considerations", Omega, vol. 27, issue 2, pages 219-239, 1999.
- [4] Kamburowski, Jerzy: "On three-machine flow shops with random job processing times", European Journal of Operational Research No. 125:2, pp. 440-449, 2000.
- [5] Michael Pinedo: "Minimizing the Expected Makespan in Stochastic Flow Shops" Operations Research No. 30(1), pp. 148-162, 1982.

- A. Charnes, W. W. Cooper: "Deterministic Equivalents for Optimizing and Satisficing under Chance Constraints", *Operations Research* No. 11(1), pp. 18-39, 1963. [6]
- Peter Kall and Stein W. Wallace," *Stochastic Programming*", John Wiley & Sons, Chichester, 1994. [7]
- K.R. Baker, D. Altheimer: "Heuristic solution methods for the stochastic flow shop problem", *European Journal of Operational Research* No. 216, pp. 172–177, 2012. [8]
- Juan, Angel A. Barrios, Barry B. Vallada, Eva. Riera, Daniel. Jorba, Josep: "A simheuristic algorithm for solving the permutation flow shop problem with stochastic processing times", *Simulation Modeling Practice and Theory*, No. 46, pp. 101-117, 2014. [9]
- Framinan, Jose.M. Perez-Gonzalez, Paz: "On heuristic solutions for the stochastic flowshop scheduling problem", *European Journal of Operational Research*, No. 246:2, pp. 413-420, 2015. [10]
- Liefvooghe, Arnaud. Basseur, Matthieu. Jourdan, Laetitia. Talbi, El-ghazali:"Combinatorial Optimization of Stochastic Multi-objective Problems : An Application to the Flow-Shop Scheduling Problem", *EMO 2007, LNCS 4403*, pp. 457–471, 2007. [11]
- Liu, Bo. Wang, Ling. Jin, Yi-hui:"Hybrid Particle Swarm Optimization for Flow Shop Scheduling with Stochastic Processing Time", *CIS 2005, Part I, LNAI 3801*, pp. 630 – 637, 2005. [11]
- John R. Birge, M. A. Dempster : "Stochastic programming approaches to stochastic scheduling", *journal of global optimization*, No. 9, pp. 417-451, 1996. [12]
- Balasubramanian.J, Grossmann. I.E: "A novel branch and bound algorithm for scheduling flowshop plants with uncertain processing times", *Computers and Chemical Engineering* No. 26, pp. 41–57, 2002. [14]
- Hejazi, SR, and S Saghafian.:“Flowshop Scheduling Problems with Makespan Criterion: A Review.” *International Journal of Production Research* No. 43 (14), pp. 2895-2929, 2005. [15]