



## حل مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با استفاده از روش تولید ستون

نرگس مهرانجو<sup>1</sup>، جواد بهنامیان<sup>2\*</sup>

کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا همدان؛ Narges.mhr94@gmail.com

استادیار مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا همدان، Behnamian@basu.ac.ir

### چکیده

حمل و نقل در سیستمهای اقتصادی تولیدی و خدماتی از جایگاه مهمی برخوردار است و بخش قابل توجهی از تولید ناخالص ملی (GNP) هر کشوری را به خود اختصاص میدهد. به همین جهت محققان نسبت به بهبود مسیرها و حذف سفرهای غیرضروری و یا ایجاد مسیرهای کوتاه جایگزین، اقدام کردهاند. مباحثی مانند فروشنده دورهگرد، مسیریابی وسیله نقلیه (VRP) و غیره در همین راستا توسعه یافتهاند. عموماً، در مورد مسیریابی تسهیلات فرض بر این است که نوعی انحصار در محیط وجود دارد و هیچ گونه توجهی به تأثیر بر مسیریابی مناسب بر رقابت در نظر گرفته نشده است. مسئله مسیریابی وسایط نقلیه جزء مسائل NP-hard است. این مساله درصدی است تا با مدلهای ریاضی و بهینهسازی به گونهای عملکننده که مسافت طی شده، زمان کل سفر، تعداد وسایط نقلیه، جریمههای دیرکرد و در نهایت تابع هزینه حمل و نقل کمینه و در نهایت رضایت مشتریان حداکثر شود. به علت ساختار بسیار مشکل مسئله VRP الگوریتمهای دقیق به ندرت برای این مسئله مورد استفاده واقع شده است اما الگوریتمهای ابتکاری و فراابتکاری از اقبال بیشتر برخوردار بوده است. برای نمونه از الگوریتمهای باکیفیت میتوانبه روش تولید ستون اشاره کرد. که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است. روش تولید ستون یک روش حل برنامه ریزی غیر صحیح برای برنامه های کاربردی (با تقاضای زیاد) و گرد کردن به نزدیکترین عدد صحیح با پاسخ رضایت بخش می باشد.

### کلمات کلیدی

مسیریابی وسایط نقلیه حمل و نقل، تولید ستون، بهینه سازی

### 1- مقدمه

مسئله مسیریابی وسایط نقلیه دارای نقش بسیار مهمی در لجستیک و توزیع کالا است، مدل کلاسیک مسئله مسیریابی وسایط نقلیه با در نظر گرفتن ظرفیت محدود وسایط به وسیله یک گراف که در آن گرهها، مشتریان (m) هستند و یالها مسیر بین مشتریان را نشان می دهند، ارائه شد. در این مدل هر مشتری مقدار مشخصی تقاضا دارد که تمامی این تقاضاها (q) بایستی با یک وسیله نقلیه حمل شود.

با توجه به مشاهدات واقعی، در بین توزیع کنندگان در محیط رقابتی وجود دارد که لازم است علاوه بر در نظر گرفتن طول مسیر و میزان گنجایش وسایط نقلیه که منجر به کاهش هزینه حمل و نقل می شود، باید زمان رسیدن رقبای دیگر نیز به مقاصد در نظر گرفته شود. اهمیت این موضوع چنان است که واحدهای تولیدی برای به دست

آوردن بیشترین نقدینگی و از دست ندادن بازار فروش، مسیریابی وسایط نقلیه را بر اساس وضعیت رقابتی دیگر تعیین می‌کنند.

دنتزیگ و همکاران برای اولین بار مسئله مسیریابی وسایط حمل و نقل را مدل کردند و بر اساس روشهای ریاضی به حل آن پرداختند. در ادامه کلارک و رایت الگوریتم صرفه جویی را برای حل VRP پیشنهاد کردند که مبنای بسیاری از تحقیقات بعدی قرار گرفت همچنین در ادامه توکلی مقدم و همکاران یک مدل ریاضی برای مسئله حمل و نقل وسایط نقلیه بازگشتی (VRPB) را توسعه دادند که به دلیل پیچیدگی مدل، از الگوریتم ممتیک برای حل آن استفاده کردند.

فیشر و لاپورت و همکاران برای حل مسئله مسیریابی وسایط نقلیه، رویکردهای گوناگونی از روش شاخه و حد (کران) را توسعه دادند. در چند سال اخیر به مسیریابی وسایط نقلیه چند هدفه توجه زیادی شده است، از جمله اهدافی که در این مقالات مورد توجه قرار گرفته، می‌توان به موارد میزان کالایی که در هر مسیر جابجا می‌شود، تعداد مشتریانی که در هر مسیر قرار می‌گیرند، طول مسیرها و با زمان عبور از مسیرها اشاره کرد. همچنین راسل به منظور بهبود جوابهای ارائه شده، روش مناسبی برای ایجاد زیر تور و جستجوی محلی ارائه کرد. جوزیفیس و همکاران به بررسی مسیریابی وسایط نقلیه با هدف کمینه کردن طول مسیر و بالانس کردن مسیرها پرداختند که برای حل مسئله از روشهای فراابتکاری با اپراتورهای سنتی مربوط به مسائل چندهدفه استفاده کرده‌اند. بریوب و همکاران به بررسی مسائل چند هدفه و بررسی حل آنها به وسیله روش -ε محدودیت پرداختند، آنها در ادامه مسئله فروشنده دوره گرد را با ارائه روشهای فراابتکاری سریع در حالت چند هدفه حل کردند. قسیری و قنادپور یک مسئله مسیریابی وسایط نقلیه (لوکوموتیوها) با پنجره زمانی را در نظر گرفتند که هدف آن کمینه کردن کل هزینه تخصیص لوکوموتیوها با توجه به هزینه مسافت، زمان، هزینه تأخیرها و انتظارهاست. آنها از یک الگوریتم ژنتیک تلفیقی با معرفی دو اپراتور جدید برای حل مساله مورد نظر استفاده کردند که نتایج مربوطه با نرم افزار Lingo 8 مقایسه شده است. سپهری و حسینی مطلق یک مدل ریاضی جدید، مبتنی بر مسئله فروشنده دوره گرد تعمیم یافته، ارائه کردند که در آن مسئله مسیریابی بهینه سیستمهای حمل و نقل اقلام و قطعات از یک سیستم گذاشت و برداشت اتوماتیک (AS/RS) برگرفته شده است. برای حل مسئله مورد نظر از الگوریتم اجتماع مورچگان استفاده شده است که جوابهای به دست آمده با نرم افزار Lingo 8 مورد مقایسه قرار گرفته است. توکلی مقدم و همکاران مسئله وسایط نقلیه را در حالت تقاضای جدا شده در نظر گرفتند، در این مسئله اجازه داده می‌شود که تقاضای هر مشتری توسط چند وسیله تامین شود. تابع هدف کمینه مسافت طی شده و حداکثر کردن استفاده از ظرفیت وسایط نقلیه در این تحقیق مورد توجه قرار گرفته است. این روش از حل کامل مسئله اصلی (MP) اجتناب کرده و به جای آن به حل متناوب (RMP) می‌پردازد که به یک زیر مسئله اشاره دارد.

## 1- روش مبتنی بر تولید ستون (CG)

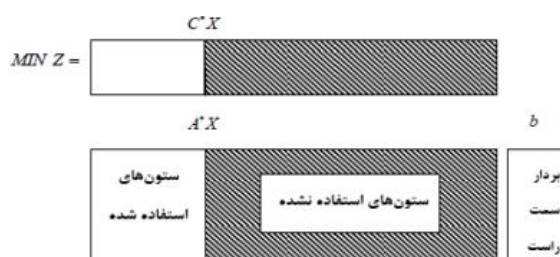
### 1-2 روش ایجاد ستون

روش ایجاد ستون روش موثر و کارایی برای مسائلی است که تعداد متغیرهای تصمیم‌گیری زیادی در فرمولبندی

آن

ریاضی

به کار گرفته شده است. در این روش، همه‌ی متغیرهای به کار گرفته شده در مسئله در نظر گرفته نمی‌شوند بلکه به صورت تدریجی متغیرهای ضروری به مسئله اضافه می‌شوند و می‌توان یک جواب شدنی مسئله را بدون داشتن همه متغیرهایش تعیین کرد. شکل زیر یک مسئله برنامه ریزی خطی را نشان می‌دهد که قسمت هاشور خورده متغیرهایی که برای بدست آوردن جواب بهینه مورد نیاز نمی‌باشند را نشان می‌دهد و این متغیرها در حل مسئله می‌توانند استفاده نشوند و مسئله با تعداد متغیرهای کمتری در زمان مناسب تری حل شود.



شکل 1 ساختار مدل

در این روش، از مسئله اصلی یا مسئله اولیه (MP)<sup>1</sup> یک مسئله اصلی محدود (RMP)<sup>2</sup> که شامل زیر مجموعه‌هایی از  $1 \leq n \leq n$  متغیر از متغیرهای مسئله است به دست می‌آید که در آن بقیه  $n-1$  متغیر صفر قرار داده می‌شوند. در ابتدا RMP شامل این متغیرها و همهی محدودیتهای MP مرتبط با این متغیرها، می‌باشد توجه شود که متغیرهایی که در RMP قرار می‌گیرند و این مسئله را تشکیل می‌دهند باید یک جواب شدنی را برای این مسئله تولید کنند ( سپس ستونهای ) متغیرهای بعدی با حل یک مسئله بهینه‌سازی خاص، که مسئله فرعی نامیده می‌شود، شناسایی و به RMP اضافه می‌شوند. هدف RMP تعیین مقدار متغیرهای دوگان محدودیتهای مسئله است. با در نظر گرفتن مسئله‌ی زیر، گامهای روش ایجاد ستون در زیر نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{s.t.} \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &= b_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \\ x_j &= 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

<sup>1</sup>Master Problem<sup>2</sup>Restricted Master Problem

## 2-1-1 گام 1

در ابتدا RMP شدنی با 1 متغیر تعریف می‌شود و سایر متغیرها به صفر کاهش می‌یابد. معمولاً RMP با استفاده از یک روش ابتکاری ایجاد می‌شود یا با متغیرهای مصنوعی شروع به کار می‌کند.

$$\begin{aligned}
 \text{RMP} \quad & \text{Min } z^l = \sum_{j=1}^n c_j x_j \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^l a_{ij} x_j = b_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \\
 & x_j \geq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, l
 \end{aligned} \quad (2)$$

## 2-1-2 گام 2

RMP با روش سیمپلکس یا سیمپلکس اصلاح شده، حل می‌شود و جواب بهینه مسئله تعیین و مقادیر متغیرهای  $x_i$  تا  $x_l$  مشخص می‌شوند. این جواب همچنین برای MP شدنی است زیرا در RMP همه ی محدودیت های MP حفظ شده اند.

در این گام قیمت‌های سایه تولید می‌شوند. باید توجه کرد که قیمت سایه  $\pi = c_B B^{-1}$  میزان تغییر تابع هدف توسط افزایش بردار سمت راست است. در RMP قیمت سایه برای تعریف متغیر ورودی بعدی و بررسی اینکه جواب بدست آمده بهینه است یا نه به کار گرفته میشود. در مسائل بزرگ مقیاس که هزاران متغیر وجود دارد قیمت گذاری همه ی متغیرهای غیر پایه ای کاری بس دشوار و خسته کننده است. در چنین وضعیتی روش ایجاد ستون نقش کلیدی و مهمی بازی میکند. ایده اصلی روش ایجاد ستون آن است که با روشی موثر ستونی را یافته که قیمتی مناسب برای ورود به پایه داشته باشد.

## 2-1-3 گام 3

مسئله فرعی  $z_{sub} = \min\{c_j - \sum_{j=1}^m \pi a_j\}$  حل میشود که این مسئله شامل  $c_j$  (ضرائب هزینه)،  $\pi$  (قیمت سایه ای) و  $a_j$  (ستون ماتریس A) می باشد.

به منظور بدست آوردن یک جواب شدنی از مسئله فرعی چندین محدودیت باید در نظر گرفته شود. این محدودیتها ناحیه ای از جوابهای شدنی را نشان می دهد و بر اساس اطلاعات ساختاری هر مسئله فرعی در نظر گرفته میشوند. اگر  $z_{sub} \geq 0$  باشد آن گاه جواب اخیر بدون در نظر گرفتن همه ی  $a_j$  ها بهینه است. در غیر این صورت اگر  $z_{sub} < 0$  باشد آنگاه جواب اخیر بهینه نیست و  $a_j$  نظیر متغیر خاص ز وارد RMP می شود.

## 2-1-4 گام 4

ستون جدید به RMP اضافه میشود. این ستون جدید در گام 3 محاسبه شد و برای نمایش این ستون در پایه اخیر از رابطه  $\bar{a}_j = B^{-1} a_j$  استفاده میشود. با اضافه کردن این ستون جدید به RMP تعداد متغیرها به  $1 +$  افزایش مییابد.

## 3-مدل ریاضی MP برای مسئله VRP

برای مدل‌بندی مسئله VRP لازم است که ابتدا علائم، مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرها به صورت زیر تعریف شوند تا بتوان تابع هدف و محدودیت‌های آن را نیز ارائه کرد.

## 3-1 پارامترها و متغیرها

$c_{ij}$  هزینه سرویس دهی مسیر  $i$  به  $j$

$x_{ij}^k$  متغیر باینری نشان‌دهنده اینکه بین گره  $i$  به گره  $j$  توسط وسیله  $k$  ام مسیری وجود دارد یا خیر؟ (متغیر تصمیم)

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & i \text{ to } j \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$q_j$  تقاضای گره  $j$

$Q_k$  ظرفیت وسیله نقلیه  $k$  ام

$k$  تعداد وسیله نقلیه

Minimize 
$$z = \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}^k \quad (3)$$

subject to 
$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ij}^k = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k = 1 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0}^k = 1 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij}^k - \sum_{i=0}^n x_{ji}^k = 0 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n q_{ij} x_{ij}^k \leq Q \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

- محدودیت (4) نشاندهنده آنست که از هر مبدا به هر مقصد به وسیله یک ماشین تنها یک مسیر وجود دارد.  
 محدودیت (5) نشاندهنده آنست که از دپو (انبار) به یک مقصد به وسیله یک وسیله نقلیه تنها یک مسیر وجود دارد.  
 محدودیت (6) نشاندهنده آنست که از یک مبدا تنها به یک دپو به وسیله یک وسیله نقلیه یک مسیر وجود دارد.  
 محدودیت (7) اگر از بیه زمسیری وجود داشته باشد آنگاه از  $j$  به  $i$  نیز یک مسیر وجود دارد و این دو مسیر یکی هستند.  
 محدودیت (8) نشاندهنده آنست که از مجموع تقاضای مشتریان در هر مسیر به وسیله یک وسیله نقلیه باید کوچکتر یا مساوی ظرفیت وسیله نقلیه باشد.

### 3-2 مثال

- یک مسئله VRP با یک DEPO و سه گره (مشتری) و دو وسیله نقلیه در نظر بگیرید.  
 K تعداد وسایل نقلیه  
 q تقاضای هر گره (مشتریان)  
 Q ظرفیت وسیله نقلیه

جدول 1 حدکثر ظرفیت وسایل نقلیه بین هر مسیر

k	1	2
C01	2	3
C02	2	2
C03	3	3
C12	1	4
C13	3	2
C23	3	2

جدول 3 ظرفیت وسایل نقلیه

	1	2
Q	16	6

جدول 2 تقاضا

	1	2	3
q	5	9	4

### 3-3 مدلسازی مسئله

MP

$$\begin{aligned}
 \text{Min } z = & 2x_{01}^1 + 3x_{01}^2 + 2x_{02}^1 + 2x_{02}^2 + 3x_{03}^1 + 3x_{03}^2 \\
 & + 2x_{10}^1 + 3x_{10}^2 + 1x_{12}^1 + 4x_{12}^2 + 3x_{13}^1 + 2x_{13}^2 \\
 & + 1x_{20}^1 + 2x_{20}^2 + 4x_{21}^1 + 4x_{21}^2 + 3x_{23}^1 + 2x_{23}^2 \\
 & + 1x_{30}^1 + 1x_{30}^2 + 3x_{31}^1 + 1x_{31}^2 + 3x_{32}^1 + 2x_{32}^2
 \end{aligned}$$

Subject to

$$\begin{aligned}
x_{01}^1 + x_{01}^2 + x_{02}^1 + x_{02}^2 + x_{03}^1 + x_{03}^2 &= 1 \\
x_{10}^1 + x_{10}^2 + x_{12}^1 + x_{12}^2 + x_{13}^1 + x_{13}^2 &= 1 \\
x_{20}^1 + x_{20}^2 + x_{21}^1 + x_{21}^2 + x_{23}^1 + x_{23}^2 &= 1 \\
x_{30}^1 + x_{30}^2 + x_{31}^1 + x_{31}^2 + x_{32}^1 + x_{32}^2 &= 1 \\
x_{10}^1 + x_{10}^2 + x_{20}^1 + x_{20}^2 + x_{30}^1 + x_{30}^2 &= 1 \\
5x_{01}^1 + 9x_{01}^2 + 4x_{03}^1 + 9x_{12}^1 + 4x_{13}^1 + 5x_{21}^1 + 4x_{23}^1 + 5x_{31}^1 + 9x_{32}^1 &\leq 16 \\
5x_{01}^2 + 9x_{02}^2 + 4x_{03}^2 + 9x_{12}^2 + 4x_{13}^2 + 5x_{21}^2 + 4x_{23}^2 + 5x_{31}^2 + 9x_{32}^2 &\leq 6 \\
x_{ij}^k \in \{1,0\} &x_{ij}^k = \text{integer}
\end{aligned}$$

### 4-3 مسئله RMP

#### RMP

$$\text{Min } z = 2x_{01}^1 + 3x_{01}^2$$

#### Subject to

$$\begin{aligned}
x_{01}^1 + x_{01}^2 &= 1 \\
x_{01}^1 &\leq 16 \\
x_{01}^2 &\leq 6
\end{aligned}$$

$$x_{ij}^k \geq 0$$

مسئله را با روش سیمپلکس حل کرده و متغیرهای ورودی و خروجی را تعیین کرده  $z_{sub}$  سایر متغیرهای باقیمانده را محاسبه میکنیم و متغیری با کمترین مقدار  $z_{sub} < 0$  را یافته و وارد پایه می‌کنیم و بدین ترتیب جدول جدید را بهینه کرده و مجدداً تا زمانی که همه  $z_{sub} \geq 0$  شود این روند ادامه می‌یابد.


#### 4- نتیجه گیری

به طور معمول نمی‌توان اطمینان حاصل کرد که مجموعه‌ای محدود از دوره‌ها شامل یک زیر مسئله و یک راه حل بهینه است، بنابراین رویکرد کلی از روش ابتکاری است. با این وجود، تجربه نشان داده است که ممکن است با ارائه راه حل‌های خوب برای مجموعه‌ای از پارتیشن‌بندی‌ها به طور موثر برای تعداد زیادی از دوره‌ها بتوان مسئله را حل نمود.

#### 5- منابع

[1] رضا توکلی مقدم مهدی علینقیان، علیرضا سلامت بخش، ارایه و حل مدل برنامه ریزی ریاضی جدید برای مسیریابی وسائط نقلیه در حالت رقابتی (1388)

[2] BOOK- \_Wolsey\_Integer\_Programming

- [3]Allahviranloo, M., Chow, J. Y., & Recker, W. W. (2014). Selective vehicle routing problems under uncertainty without recourse. *Transportation Research Part E Logistics and Transportation Review*, 62, 68
- [4]Brito, J., Martínez, F. J., Moreno, J. A., & Verdegay, J. L. (2015). An ACO hybrid metaheuristic for close–open vehicle routing problems with time windows and fuzzy constraints. *Applied Soft Computing*, 32, 154-163
- [5]PhD thesis,Simon Spoorendonk. *Cut and Column Generation*
- [6]Sohaib Lafifi. *Vehicle Routing Problems with Resources Synchronization*. Operations Universit´e de Technologie de Compi`egne, 2015. English. <tel-01302047>  Research