

## مدل میانگین- ارزش در معرض ریسک، بهینه‌سازی سبد سهام: روشی مبتنی بر مدل- های تحلیل پوششی داده‌ها با داده‌های منفی

کیخسرو یاکیده<sup>1</sup>، محمدحسن قلی زاده<sup>2</sup>، مینا کاظمی میانگسگری<sup>3</sup>

<sup>1</sup> استادیار، دانشگاه گیلان، دانشکده مدیریت و اقتصاد ، yakideh@guilan.ac.ir

<sup>2</sup> دانشیار، دانشگاه گیلان، دانشکده مدیریت و اقتصاد ، gholizadeh@guilan.ac.ir

<sup>3</sup> کارشناسی ارشد، دانشگاه گیلان، دانشکده مدیریت و اقتصاد ، kazemimina55@gmail.com

### چکیده:

دو مؤلفه مهم در تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری، میزان ریسک و بازده دارایی‌های سرمایه‌ای است. مدل مارکوویتز اولین مدل مدرن بهینه‌سازی سبد سهام است. مارکوویتز مدل خود را بر اساس میانگین و واریانس بر روی داده‌های تاریخی فرموله کرد. از آن زمان تاکنون، محققان زیادی روش حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام را بهبود بخشیدند. مهم‌ترین این بهبودها معرفی شاخص ارزش در معرض ریسک و استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها در حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام است. در این پژوهش، با در نظر گرفتن همزمان این دو بهبود، به ارائه مدلی جدید برای ساخت سبد سهام بهینه پرداخته شده است. مدل پیشنهادی بر روی بازده تاریخی، 185 شرکت بورس اوراق بهادار تهران در سال 1394 اجرا شده و وزن‌های بهینه در سبد سهام تعیین می‌شود. مقایسه بازده سبد مدل پیشنهادی و بازده سبد بازار عملکرد بهتر مدل پیشنهادی را نشان می‌دهد.

**واژگان کلیدی:** بهینه‌سازی سبد سهام، ارزش در معرض ریسک (VaR)، تحلیل پوششی داده‌ها، مدل جمعی ساده

### 1- مقدمه

یکی از مسائل اصلی سرمایه‌گذاران در بورس اوراق بهادار، تخصیص سرمایه به سهام شرکت‌ها و انتخاب سبندی از سهام است که از لحاظ دو هدف متضاد سودآوری و مخاطره بهینه باشد. به منظور ایجاد چنین سبندی سهامی روش‌های متنوعی توسعه یافتند.

اولین بار مارکوویتز با در نظر گرفتن دو تابع هدف حداکثر سازی بازده سبد و حداقل سازی واریانس به عنوان ریسک سبد، مسئله بهینه‌سازی سبد سهام را به شکل یک مسئله دو هدفه تعریف کرده و به روش تبدیل تابع هدف به محدودیت این مسئله را مدل‌سازی کرد (مارکوویتز، 1952، 79-83). در ادامه با معرفی شاخص‌های ریسک نامطلوب، مدل‌های خطی ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی توسعه یافت که این مدل‌ها نیز از رویکرد تبدیل تابع هدف به محدودیت حاصل شدند (راکفلر و اوربوسو، 2000). رویکرد دیگر در حل مسئله چندهدفه بهینه‌سازی سبد سهام، استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها است. مزیت این روش دخالت دادن همزمان هر دو تابع هدف در مدل است.

براندا در سال 2016 با در نظر گرفتن معیار ارزش در معرض خطر در سطح اطمینان‌های مختلف به عنوان ورودی و میانگین بازده سبد به عنوان خروجی و با استفاده از مدل‌های مختلف تحلیل پوششی داده‌ها که مجاز به استفاده از



اعداد منفی هستند به محاسبه کارایی و رتبه‌بندی شرکت‌ها و مقایسه مدل‌ها باهم پرداخت (براندا، 2016). اما در پژوهش‌های خود روشی برای شناسایی سبد بهینه غالب ارائه نکرد. در این پژوهش با توجه به پیچیدگی مدل ارائه‌شده توسط براندا در عمل و عدم شناسایی سبد سهام بهینه غالب، با استفاده از مدل جمعی ساده به مدل‌سازی و ارائه راه‌حلی برای معرفی سبد سهام بهینه با رویکرد مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها با در نظر گرفتن ارزش در معرض ریسک پرداخته شده است.

## 2- مبانی نظری و پیشینه پژوهش

بهینه‌سازی سبد سهام همواره بر اساس سوابق بازده سهام‌ها و با تعریف دو هدف متضاد بازده مورد انتظار و ریسک سبد انجام شده است. اولین نظریه درباره بهینه‌سازی سبد سهام، مدل میانگین-واریانس هری مارکوویتز است که در آن بازده مورد انتظار هر سهم را میانگین بازده هر سهم و ریسک هر سهم را واریانس بازده هر سهم در دوره‌های گذشته در نظر گرفت و در نهایت بازده سبد سهام و ریسک سبد سهام را به صورت ریاضی تعریف کرد (مارکوویتز، 1952، 79-83). در ادامه با انجام پژوهش‌هایی در معرفی معیاری کامل برای اندازه‌گیری ریسک، مفهوم ریسک نامطلوب مطرح گردید و برای محاسبه آن شاخص‌های ارائه شد، که در آن میان معیار ارزش در معرض ریسک مورد استقبال زیادی قرار گرفته است (راکفلر و اوریوسو، 2000).

سپس با اصلاح معیار محاسبه ریسک، مدل خطی ارزش در معرض ریسک بر روی بازده تاریخی توسط محققان مطرح شد که این مدل نیز مانند مدل مارکوویتز با رویکرد تبدیل تابع هدف به محدودیت به حل و مدل‌سازی مسئله بهینه‌سازی سبد سهام می‌پردازد.

گوه و ژانگ در سال 2012 مبتنی بر مفهوم ارزش در معرض ریسک یک مدل برنامه ریاضی ارائه دادند که با حداقل کردن ارزش در معرض ریسک یک سبد، میزان هر سهم در سبد را مشخص می‌کند. ، با حداقل کردن ارزش در معرض ریسک (VaR) در دوره زمانی، مسئله بهینه‌سازی سبد سهام به شکل زیر فرموله می‌شود:

$$\min \text{VaR}$$

St:

$$\text{VaR} + \sum_{j=1}^n w_j r_{ij} \geq -Ky_i \quad i = 1, \dots, T$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

$$\sum_{i=1}^T y_i = [\alpha T]$$

$$w_j \geq 0$$

$$y_i \in \{0,1\}$$

مدل (1-2)

در مدل (1-2)،  $r_{ij}$  بازده شرکت  $j$  ام در زمان  $i$  ام و  $w_j$  وزن شرکت  $j$  ام در سبد بهینه و  $T$  تعداد دوره زمانی گذشته،  $\alpha$  سطح اطمینان مورد نظر و  $K$ ، یک عدد ثابت بزرگ است (گوه و ژانگ، 2012).



از سوی دیگر با توجه به قابلیت تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها در بکار بردن شاخص‌های چندگانه، رویکرد مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها برای حل مسئله چندهدفه بهینه‌سازی سبد سهام مطرح شده که می‌تواند جایگزینی برای روش تبدیل تابع هدف به محدودیت در مدل‌های بهینه‌سازی سبد سهام باشد. با توجه به قابلیت روش تحلیل پوششی داده‌ها در به‌کارگیری شاخص‌های چندگانه، در پژوهش‌های متعددی از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها برای حل مسائل مالی و انتخاب سبد سهام استفاده شده است.

در روش تحلیل پوششی داده‌ها، شاخص‌های که کم شدن آن‌ها مطلوب است به‌عنوان ورودی و شاخص‌های که در پی افزایش آن‌ها هستیم به‌عنوان خروجی مدل معرفی می‌شوند. هدف در اینجا ساخت مدلی برای بهینه‌سازی سبد سهام با رویکرد تحلیل پوششی داده است به‌طوری‌که هر دو تابع هدف حداکثر سازی بازده سبد و حداقل سازی ریسک سبد را همزمان در بر گرفته و با محاسبه وزن بهینه شرکت‌ها به تشکیل سبد سهام منجر شود، از این‌رو با در نظر گرفت تابع ریسک سبد به‌عنوان ورودی و تابع بازده سبد به‌عنوان خروجی در مدل تحلیل پوششی داده‌ها ریسک سبد به‌عنوان ورودی حداقل شده و بازده آن به‌عنوان خروجی حداکثر می‌شود و از این طریق همزمان هر دو تابع هدف در مدل دخالت داده‌شده و سبد سهام بهینه ساخته می‌شود (براندا، 2015).

براندا در سال 2016 با در نظر گرفتن معیار ارزش در معرض خطر در سطح اطمینان‌های مختلف به‌عنوان ورودی و میانگین بازده سبد به‌عنوان خروجی و با استفاده از مدل‌های مختلف تحلیل پوششی داده‌ها که مجاز به استفاده از اعداد منفی هستند به محاسبه کارایی و رتبه‌بندی شرکت‌ها و مقایسه مدل‌ها باهم پرداخت. براندا بیان کرد که در این رویکرد حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام به ازای هر شرکت یک سبد ساخته می‌شود و سبدهای حاصل تشکیل یک مرز کارا را می‌دهند و به این نکته مهم اشاره کرد که لزوماً از واحدهای کارا سبد بهتری ساخته نمی‌شود و گاهی تصویر (واحد مجازی) یک شرکت ناکارا بر روی مرز کارایی، سبد بهتری را معرفی می‌کند (براندا، 2016).

در این پژوهش، با استفاده از مدل جمعی ساده به مدل‌سازی و ارائه راه‌حلی برای معرفی سبد سهام بهینه با رویکرد مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها با شاخص‌های ارزش در معرض خطر بر روی بازده تاریخی شرکت‌ها پرداخته شده است.

### 3- روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر از بعد هدف، از نوع پژوهش‌های کاربردی بوده و قلمرو مکانی و زمانی پژوهش، شرکت‌های پذیرفته‌شده بورس اوراق بهادار تهران در سال 1394 است.

در این پژوهش ابتدا بازده تجمعی ماهانه شرکت‌ها با احتساب آورده در هر سال را به‌عنوان مبنای محاسبه روش‌های پیشنهادی در نظر گرفته و با توجه به بازده روزانه هر سهم که از رابطه (3-1) به دست می‌آید، محاسبه می‌کنیم.



(30 و 31 فروردین 1396)

$$\text{بازده} = \frac{\text{سهم جایزه} + \text{حق تقدم} + \text{DPS} + (\text{قیمت روز} - \text{قیمت پایه})}{(\text{درصد افزایش سرمایه از محل آورده} * 1000) + \text{قیمت پایه}} \quad (1-3)$$

DPS ، نشان دهنده سود نقدی سهام است.

سپس با در نظر گرفتن پیشنهاد براندا (براندا، 2016) مقدار ارزش در معرض ریسک به عنوان تنها ورودی و میانگین بازده به عنوان تنها خروجی ، فرم پوششی مدل پیشنهادی به شکل مدل (1-3) می شود:

$$\max (S^- + S^+)$$

st:

$$\varepsilon \left( \sum_{j=1}^n w_j r_{ij} \right) - S^+ = \varepsilon(x_0) \quad (1-3)$$

$$\text{VaR}_{1-\alpha} \left( \sum_{j=1}^n w_j r_{ij} \right) + S^- = \text{VaR}_{1-\alpha}(x_0)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

$$w_j \geq 0, S^- \geq 0, S^+ \geq 0$$

حال کافی است با توجه به تعریف ارزش در معرض خطر در مدل و وارد کردن آن در مدل (1-3)، مدل نهایی بهینه سازی سبد سهام مبتنی بر تحلیل پوششی داده ها با ارزش در معرض خطر به شکل مدل (2-3) به دست می آید:

$$\max (S^- + S^+)$$

st:

$$\sum_{i=1}^n w_j \bar{r}_j - S^+ = \bar{r}_0$$

$$\xi + S^- = \text{VaR}_{1-\alpha}(x_0)$$

$$\xi + \sum_{j=1}^n w_j r_{ij} \geq -K y_i \quad i = 1, \dots, T \quad (2-3)$$

$$\sum_{i=1}^T y_i = [\alpha T]$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

$$w_j \geq 0, S^- \geq 0, S^+ \geq 0$$

$$y_i \in \{0,1\}$$

در مدل (2-3)،  $r_{ij}$  بازده شرکت  $j$  ام در زمان  $i$  ام و  $\bar{r}_j$  میانگین بازده شرکت  $j$  ام،  $w_j$  وزن شرکت  $j$  ام در سبد بهینه



$\bar{r}_0$  میانگین شرکت تحت ارزیابی،  $T$  تعداد دوره زمانی گذشته،  $n$  تعداد شرکتها،  $\alpha$  سطح اطمینان مورد نظر و  $K$ ، یک عدد ثابت بزرگ و  $Var_{1-\alpha}(x_0)$  مقدار ارزش در معرض خطر شرکت تحت ارزیابی می باشد. بعد از حل مدل، به ازای همه شرکتها، با توجه به وزنهای به دست آمده برای هر شرکت یک سبد معرفی می شود، که از بین آنها سبدهای که نسبت ریسک به بازده آن کمتر باشد رابطه (3-3). به عنوان سبد بهینه انتخاب می شود.

$$\text{ریسک سبد} = \frac{\xi}{\sum_{i=1}^n w_j \bar{r}_j} \quad (3-3)$$

بازده سبد

#### 4- تجزیه و تحلیل دادهها

از بین همه شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، 185 شرکت که سال مالی آنها اسفند هر سال است و اطلاعات مورد نیاز پژوهش برای آنها به طور کامل وجود داشت، انتخاب می شوند. برای جمع آوری دادهها از اطلاعات موجود در نرم افزار ره آورد نوین و آرشیو معاملات موجود در سایت بورس اوراق بهادار تهران و برای مدل سازی و اجرای مدل از نرم افزار GAMS استفاده شده است.

بعد از اجرای روش پیشنهادی بر روی بازده تجمعی ماهانه شرکتها در سال 1394، سبد بهینه حاصل از مدل مبتنی بر تحلیل پوششی دادهها و ارزش در معرض ریسک به شرح زیر است:

جدول (4-1): سبد بهینه سال 94

نام شرکت	وزن هر سهم	بازده هر سهم
شیشه دارویی رازی	0/195	-0/3723
صنایع ریخته گری ایران	0/046	0/4669
گسترش صنایع و خدمات کشاورزی	0/071	0
نساجی بروجرد	0/49	1/0267
فارس سازی خاور	0/197	-0/0398

بعد از محاسبه سبد بهینه با به دست آوردن بازده هر سهم در آن سال، بازده سبد بهینه هر سال که برابر با میانگین وزنی بازده هر سهم در سبد است، به دست می آید (جدول 4-2).

جدول (4-2): بازده سبد

سال	بازده سبد پیشنهادی	بازده سبد بازار
1394	0/44	0/27

#### 5- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر، با توجه به رویکرد مدل سازی مبتنی بر تحلیل پوششی دادهها، مدل بهینه سازی جدیدی با در نظر گرفتن ارزش در معرض ریسک، ترکیب خطی غالب بر هر سهم را پیدا کرده و در واقع از طریق تحلیل پوششی دادهها به تشخیص سبدهای کارا بر روی مرز تحلیل پوششی دادهها پرداخته و از مجموع سبدهای کارا، سبدهای که نسبت ریسک به بازده آن کمتر است، به عنوان سبد غالب انتخاب می شود که این ایده مختص این پژوهش است.



2<sup>th</sup> International Conference on Industrial Management  
19 & 20 April 2017

دومین کنفرانس بین المللی مدیریت صنعتی



(30 و 31 فروردین 1396)

با توجه به مقادیر بازده محاسبه شده در جدول (4-2)، می توان نتیجه گرفت که روش پیشنهادی به ساخت سبدهای با عملکرد بهتر و سودآوری بیشتر منجر شود.

#### 6- منابع

- Branda, M. (2015). Diversification-consistent data envelopment analysis based on directional-distance measures. *Omega*, 52, 65-76.
- Branda, M. (2016). Mean-value at risk portfolio efficiency: approaches based on data envelopment analysis models with negative data and their empirical behavior. *4OR*, 14(1), 77-99.
- GOh,J.,Zhang,W.,Lim,K.,Sim,M.(2012).«Portfolio value-at-risk optimization for asymmetrically distributed asset returns». *European Journal of Operational Research*, Vol 221, pp397– 406 .
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.
- Rockfeller T, Uryasev S, (2000), Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2(3):21–4.

### Mean-value at risk portfolio optimization: approach based on data envelopment analysis models with negative data

#### Abstract

Two important factors to make decision for invest, is the risk and return of capital assets. Markowitz portfolio optimization model is the first modern model. Markowitz model is formulated based on mean and variance of portfolio that is calculated based of historical return. Since this model was proposed many effort have been done to improve formulation of portfolio optimization problem. The most important of these improvements is index value at risk and using data envelopment analysis in portfolio optimization problem. In this study, taking into account both improve at the same time, to provide a new model for portfolio optimization are discussed. The proposed model is based on historical returns, 185 companies in Tehran Stock Exchange in 1394, implemented and optimized weight of portfolio determined. Compare proposed model portfolio returns and efficiency of the proposed model shows better performance of the market portfolio.

**Key words:** Portfolio Optimization, Data Envelopment Analysis, Value at Risk (VaR), Additive Model