Archive of SID

مروری بر معیار جدید ریسک GlueVaR و ارائه مدل رگرسیون چندکی ترکیبی برای برآورد آن

علی آقامحمدی[1*]، مهدی سجودی[2]

[1] گروه آمار، دانشگاه زنجان، **aghamohammadi.ali@znu.ac.ir**

[2] گروه ریاضیات مالی، دانشکده ریاضی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، m.sojoudi@iasbs.ac.ir.

چکیده: معیارهای ریسک ارزش در معرض خطر و متوسط ارزش در معرض خطر، دو معیار مهم اندازه‌گیری ریسک در بازارهای مالی هستند که ریسک را با یک عدد مشخص می‌کنند. اما هر دو این معیارها، در سنجش ریسک دارای معایبی نیز هستند. به همین دلیل معیار جدید ریسک با نام **GlueVaR** در سال ۲۰۱۴ میلادی و در انتقاد از این دو معیار ریسک معرفی شد. در این مقاله این معیار به تفصیل توصیف شده و مزایای آن در مقایسه با دو معیار دیگر بیان می‌شوند. در ادامه با استفاده از مدل رگرسیونی چندکی ترکیبی، روشی برای برآورد این معیار ارائه خواهد شد. در پایان نیز این معیار ریسک، برای داده‌هایی از لگ- بازده قیمت سهام یک شرکت از بازار بورس آمریکا و دو شرکت از بازار بورس ایران برآورد می‌شود.

کلمات کلیدی: ارزش در معرض خطر، متوسط ارزش در معرض خطر، رگرسیون چندکی ترکیبی، معیار جدید ریسک GlueVaR.

طبقه بندی موضوعی: ۹۱B۳۰، ۹۱G۱۰.

۱ مقدمه

هرچند معیار VaR پرکاربردترین ابزار سنجش ریسک در دنیای اقتصاد است، اما یکی از ایرادات مهم این معیار، عدم سنجش ریسک در مواقع بحرانی است. برای رفع این مشکل، معیار AVaR در سال ۲۰۰۲ میلادی توسط راکفلر و اراسیو معرفی شد. این معیار نیز در برخی موارد، بسیار محتاطانه عمل می‌کند و اندازه ریسک را بیشتر از مقدار واقعی آن اندازه‌گیری می‌کند [۱]. برای مرتفع کردن معایب این دو معیار ریسک، معیار جدید ریسک با عنوان GlueVaR که بعضی حالت‌های خاص آن همان دو معیار VaR و AVaR هستند در سال ۲۰۱۴ میلادی توسط سه اقتصاددان اسپانیایی معرفی شده است. در این مقاله این معیار به تفصیل مورد بررسی قرار می‌گیرد و سپس برای برآورد آن مدل رگرسیونی چندکی ترکیبی ارایه می‌شود.

۲ معیار ریسک GlueVaR

اندازه ریسک GlueVaR بر اساس یک تابع انحراف است که با نماد $\kappa_{\beta,\alpha}^{h_1,h_2}$ نمایش داده و به‌صورت

www.SID.ir

Archive of SID

$$\begin{cases} \dfrac{h_1}{1-\beta}u & , \quad 0 \le u < 1-\beta \\ h_1 + \dfrac{h_2 - h_1}{\beta - \alpha}[u-(1-\beta)] & , \quad 1-\beta \le u < 1-\alpha \\ 1 & , \quad 1-\alpha \le u < 1 \end{cases} \qquad (۱,۲)$$

تعریف می‌شود، که در آن $\alpha, \beta \in [0,1]$ که $\alpha \le \beta$ اندازه‌های اطمینان و $h_1 \in [0,1]$ و $h_2 \in [h_1,1]$ احتمالات بقای انحراف* را مشخص می‌کنند[۱]. سامپرا و همکاران (۲۰۱۴) نشان دادند که برای تمام مقادیر $\alpha < \beta$ ، معیار ریسک **GlueVaR** را می‌توان به صورت ترکیبی خطی از اندازه‌های ریسک $\mathrm{AVaR}_{\beta}(X)$ ، $\mathrm{AVaR}_{\alpha}(X)$ و $\mathrm{VaR}_{\alpha}(X)$ بیان کرد. با استفاده از وزن‌های $\omega_1 = h_1 - \dfrac{(h_2 - h_1)(1-\beta)}{(\beta - \alpha)}$ ، $\omega_2 = \dfrac{(h_2 - h_1)}{(\beta - \alpha)}(1-\alpha)$ و $\omega_3 = 1 - \omega_1 - \omega_2 = 1 - h_2$ ، معیار $\mathrm{GlueVaR}_{\beta,\alpha}^{h_1,h_2}$ به‌صورت ترکیب خطی

$$\omega_1 \mathrm{AVaR}_{\beta}(X) + \omega_2 \mathrm{AVaR}_{\alpha}(X) + \omega_3 \mathrm{VaR}_{\alpha}(X) \qquad (۲,۲)$$

بیان می‌شود [۱]. چون هنوز روش معینی برای برآورد معیار **GlueVaR** در دسترس نیست، لذا در این مقاله برای برآورد آن از ویژگی فوق استفاده خواهد شد.

یکی از روش‌های کارا برای برآورد معیارهای ریسک **VaR** و **AVaR** استفاده از مدل‌های رگرسیون خطی است، زیرا معمولا نوسانات قیمت سهام یا مجموعه‌ای از دارایی‌ها در بازار، علاوه بر نوسانات قیمت سهامی از نوع خود، وابسته به قیمت صنایع و شاخص‌های دیگر نیز هستند. بنابراین با استفاده از مدل رگرسیونی، می‌توان قیمت یک سهام را به‌صورت $Y = \beta_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} + \varepsilon$ مدل‌بندی کرد که در آن Y قیمت سهام، $\mathbf{x}$ عوامل تأثیرگذار بر آن (متغیرهای توصیفی) و ε مؤلفه خطا است. حال برای یک اندازه ریسک دلخواه $\rho(.)$، با استفاده از مدل رگرسیونی قیمت سهام و با توجه به استقلال خطا و متغیرهای توصیفی، ثابت می‌شود که

$$\rho(Y \mid \mathbf{x}) = \rho(\beta_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} + \varepsilon) = \beta_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} + \rho(\varepsilon) \qquad (۳,۲)$$

برقرار است [۲]. در برآورد $\rho(Y \mid \mathbf{x})$، هدف برآورد ضرایب نامعلوم β_0، $\boldsymbol{\beta}$و نیز برآوردی مناسب از $\rho(\varepsilon)$ است. در این مقاله هر سه این کمیت‌ها با استفاده از روش رگسیون چندکی ترکیبی که روشی کارا است برآورد می‌شوند [۳].

در این روش برآورد پارامترهای مجهول مدل رگرسیونی بر اساس ترکیبی از سطوح متفاوت چندک‌ها محاسبه می‌شوند. از این‌رو، پارامترهای β_0و $\boldsymbol{\beta}$ از طریق تابع زیان ترکیبی

*** Distorted survival probabilities**

www.SID.ir

Archive of SID

$$(b_{\tau_1}, b_{\tau_2}, \ldots, b_{\tau_K}, \beta_0, \boldsymbol{\beta}) = \underset{b_{\tau_1}, b_{\tau_2}, \ldots b_{\tau_K}, \beta_0, \boldsymbol{\beta}}{\arg\min} \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{N} \rho_{\tau_k} (y_i - b_{\tau_k} - \beta_0 - \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta}) \qquad (۴,۲)$$

برآورد می‌شوند که در آن، تابع زیان $\rho_{\tau_k}(.)$ به‌صورت $\rho_{\tau_k}(t) = t(\tau_k - \mathrm{I}(t \le 0))$ تعریف می‌شود که در آن $\mathrm{I}(.)$ تابع مشخصه است. مقادیر τ_k نیز معمولا به‌صورت $\tau_k = \frac{k}{K+1}$ برای $k = 1, 2, \ldots, K$ تعریف می‌شوند **[۳]** . برای برآورد معیار **VaR** در سطح α در این روش، ما τ_kها را به‌ازای $k = 1, 2, \ldots, 19$ برابر $\frac{k}{K+1}$ در نظر می‌گیریم و τ_{20} را برابر α قرار می‌دهیم. بنابراین معیار $\mathrm{VaR}_\alpha(Y \mid \mathbf{x})$ به‌صورت

$$\mathrm{VaR}_\alpha(Y \mid \mathbf{x}) = \beta_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} + b_{\tau_{20}} \qquad (۵,۲)$$

برآورد می‌شود. توجه شود که $b_{\tau_{20}}$ همان برآوردی از چندک α- ام ε است. برای برآورد معیار **AVaR** در سطح α، از روش چان و همکاران (۲۰۱۲) استفاده می‌کنیم و قرار می‌دهیم $\tau_{20} = \alpha_j = \alpha + (j - \frac{1}{2})\frac{1-\alpha}{r}$ که در آن $j = 1, 2, \ldots r$ ، لذا برآورد $\mathrm{AVaR}_\alpha(Y \mid \mathbf{x})$ در سطح α با فرض $\tau_{20} = \alpha_j$ به‌صورت

$$\mathrm{AVaR}_\alpha(Y \mid \mathbf{x}) = \frac{1}{1-\alpha}\int_\alpha^1 \mathrm{VaR}_\tau(Y \mid \mathbf{x}) d\tau \approx \frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r} \mathrm{VaR}_{\alpha_j}(Y \mid \mathbf{x}) \qquad (۶,۲)$$

به‌دست می‌آید. حال با برآورد این دو معیار می‌توان با استفاده از رابطه (۲,۲) معیار **GlueVaR** را نیز برآورد کرد.

۳ انتخاب معیار مناسب برای سنجش ریسک

در جدول (۱)، معیارهای ریسک VaR، AVaR و GlueVaR به لحاظ ویژگی‌های مختلف با یکدیگر مقایسه شده‌اند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود معیار GlueVaR در مقایسه با دو معیار دیگر از ویژگی‌های خوبی برخوردار است [۱و۲].

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۱: مقایسه ویژگی‌های معیارهای ریسک VaR، AVaR و GlueVaR

	VaR	AVaR	GlueVaR
ویژگی انسجام		✓	✓
سادگی برآورد	✓		
انعطاف‌پذیری بالا			✓
قابلیت سنجش مناسب ریسک در شرایط بحرانی بازار		✓	✓
کارامدی مناسب در شرایط عادی بازار	✓		✓

۴ برآورد معیار GlueVaR برای داده‌های قیمت سهام

در این بخش هدف برآورد این معیار GlueVaR برای قیمت سهام روزانه سه شرکت IBM* آمریکا، مخابرات و بانک ملت ایران است. برای شرکت IBM آمریکا از داده‌های چهار سال مربوط به قیمت روزانه سهام این شرکت از تاریخ اول ژانویه سال ۲۰۰۷ تا اول ژانویه سال ۲۰۱۱ میلادی و برای شرکت‌های مخابرات و بانک ملت ایران نیز از داده‌های شش سال اخیر آنها که مربوط به قیمت روزانه سهام این دو شرکت از تاریخ ۱۳۸۷/۵/۱۹ تا تاریخ ۱۳۹۳/۷/۲ است، استفاده می‌کنیم. برای شرکت IBM از دو عامل، لگ- بازده روزانه شاخص S&P500 و لگ- بازده یک‌روز قبل قیمت سهام IBM، و برای شرکت‌های مخابرات و بانک ملت ایران نیز از دو عامل مهم و تاثیرگذار شاخص کل و شاخص صنعت به عنوان متغیرهای توصیفی در مدل رگرسیونی استفاده می‌کنیم. لذا مدل رگرسیونی به‌صورت

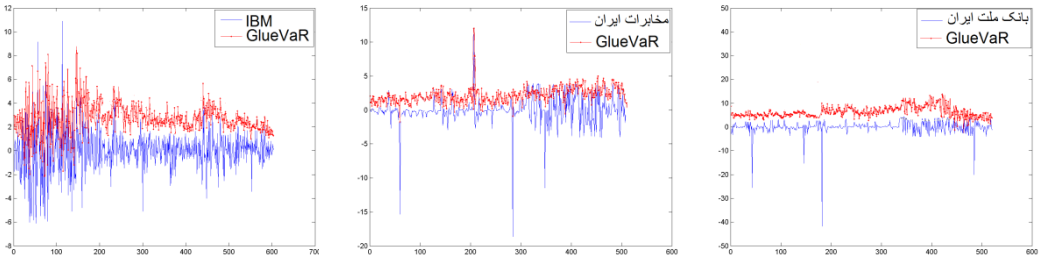
$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1_t} + \beta_2 x_{2_t} + \varepsilon_t \qquad t = 1, 2, \ldots, n \qquad (۱,۴)$$

است که در آن برای شرکت IBM متغیر n برابر ۱۰۰۸ و برای شرکت‌های مخابرات و بانک ملت برابر ۱۲۵۵ است. برای برآورد معیار ریسک GlueVaR وزن‌های رابطه (۲,۲) را به‌صورت $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \frac{1}{3}$ در نظر گرفته و اندازه‌های اطمینان α و β را به ترتیب برابر با ۹۵ %و ۹۹/۵ % قرار می‌دهیم.

1. International Business Machines Corporation

www.SID.ir

Archive of SID



شکل ۱: مقایسه مقادیر برآوردشده برای معیار GlueVaR (خط قرمز) با لگ- بازده روزانه سه شرکت IBM ، بانک ملت و مخابرات ایران (خط آبی)

۵ نتایج اساسی

در این مقاله روش برآورد معیار جدید ریسک GlueVaR بر اساس برآوردگرهای چندکی ترکیبی ارائه شد. معیار ریسکی که به منظور رفع نقایص دو معیار VaR و AVaR که از کاربردی‌ترین معیارهای ریسک مورد استفاده در بانک‌ها و بازارهای مالی هستند، ارائه شده است. روش برآورد در واقع استفاده از یک ویژگی مناسب معیار ریسک GlueVaR است که می توان آنرا به‌صورت ترکیبی خطی از معیارهای ریسک VaR و AVaR بیان کرد. همچنین این سه معیار به لحاظ تئوری با یکدیگر مقایسه شدند و نتایج نشان دادند که به لحاظ تئوری استفاده از معیار GlueVaR، کارایی بیشتری نسبت به دو معیار VaR و AVaR دارد. در پایان نیز این معیار برای سه شرکت IBM، بانک ملت و مخابرات ایران برآورد شد.

مرجع‌ها

1. J. Belles-Sampera, M. Guillen, M. Santolino, Beyond Value-at-Risk: GlueVaR Distortion Risk Measures, J. Risk Anal, 34 (2014), pp. 121–134.
2. S. Y. Chun, A. Shapiro, S. Uryasev, Conditional Value-at-Risk and Average Value-at-Risk, J. Operations Research, 60 (2012), pp. 739–756.
3. H. Zou, M. Yuan, Composite Quantile and the Oracle Model Selection Theory, J. The Annals of Statistics, 36 (2008),pp. 1108-1126.

www.SID.ir