انتخاب سناریوی ضرر با استفاده از درستنمایی تجربی

بهاره اختری[1]، رعناشکری [2*]

[1]دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان
b.akhtari@iasbs.ac.ir

[2] دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان

r.shokry@iasbs.ac.ir

چکیده: در این مقاله، به مفهوم **آزمون بحران** به‌منظور مدیریت ریسک سیستم‌های مالی، به‌ویژه سیستم‌هایی که شامل چندین فاکتور هستند، پرداخته می‌شود. درعمل **آزمون بحران معکوس** (**RST**) را به‌کار می‌بریم که در جستجوی محتمل‌ترین سناریو ضرر تحت یک آستانه ضرر مشخص است. با درنظر گرفتن توزیع بیضوی فاکتورهای بازار و ضرر سیستم از روش **درستنمایی تجربی ناپارامتری** (**NEL**)، میانگین شرطی فاکتورهای بازار تحت آستانه‌ی مدنظر، تخمین زده می‌شود. سرانجام مطلوب، به‌صورت مضربی از میانگین شرطی به‌دست می‌آید. قابل توجه است که این مضرب به دم فاکتورهای بازار که تأثیر سنگینی دم را نشان می‌دهد بستگی دارد.

کلمات کلیدی: آزمون بحران معکوس، سناریوی ضرر، درستنمایی تجربی، مدیریت ریسک.
طبقه بندی موضوعی: طبقه‌بندی JEL ، C14, G32

۱. مقدمه

در بانک به عنوان یک سیستم مالی، سپرده‌گذاران ممکن است به صورت عمده و در یک فاصله‌ی زمانی کوتاه مدت، مبالغ سپرده خود را برداشت کنند! گاهی نیز برخی از مشتریان، به عنوان مثال حداقل ۱۰ درصد رسید قسط خود کوتاهی کنند که مشتریان، که از تسهیلات خاصی بهره برده‌اند، ممکن است در بازپرداخت سر در مواردی ممکن است این تأخیر به ۳ تا ۶ ماه یا حتی به ۱۸ ماه که آن را **مشکوک‌الوصول** گویند، بیانجامد. در این حالات احتمالاً سیستم بانک با یک بحران مالی مواجه خواهد بود و می توانیم به راحتی از واژه **شوک** برای توصیف چنین مواردی بهره ببریم. بی شک سیستم مالی متحمل زیان‌های ناشی از وقوع این شوک‌ها خواهد بود.

پرداختن به چگونگی رویارویی ایمن با چنین شوک‌هایی، در جهت حفظ ثبات مالی امری ضروری است. واضح است نیازمند به ابزاری قوی در جهت فراهم نمودن ارزیابی آینده‌نگر هستیم که در آن به شناسایی، اندازه‌گیری، کنترل و کاهش ریسک‌هایی که سیستم در بحران‌های پیش‌بینی نشده در معرض آن قرار می‌گیرد، بپردازد. این ابزار به **آزمون بحران** شناخته شده است [۴] .

پس از وقوع بحران‌های مالی، مانند سقوط نهادهای مالی بزرگ امریکا در سپتامبر۲۰۰۸، به دلایلی چون وجود حباب‌های قیمتی، افزایش چشمگیر وام‌های رهنی و همچنین نکول مشتریان در بازارهای مسکن، کمیته‌ی

---

* سخنران

بازل[*] توافق‌نامه‌ای ملقب به بازل ۳ درسال ۲۰۱۰ تدوین کرد که یکی از بخش‌های اصلی آن پیاده‌سازی آزمون بحران می‌باشد و به‌دنبال آن بانک‌ها را ملزم به اجرای آن نمود.

علاوه برنهادهای ناظر بربانکداری، نهادهای بین‌المللی پول و بانک جهانی نیز همواره از آزمون بحران برای بررسی شرایط مالی و اقتصادی صنعت بانکداری در سطح کلان استفاده می‌کنند.

بحث عمده آزمون بحران در نظام بانکی این است که سرمایه لازم برای عدم ورشکستگی در شرایط بحرانی به چه میزان است؟

درواقع آزمون بحران به بررسی شرایط کنونی کفایت سرمایه و نقدینگی مؤسسه مالی برای عبور از بحران‌های مالی پیش‌بینی نشده می‌پردازد. امّا آنچه ما در این مقاله به آن می‌پردازیم، آزمون بحران معکوس است[۶].

این آزمون با فرض وجود یک نتیجه نامطلوب ناشی از یک بحران مالی (مثلاً پایین بودن کفایت سرمایه) شروع می‌شود. سپس با حرکت به سمت عقب، به بررسی و تجزیه و تحلیل دلایل ایجاد چنین وضعیت نامطلوبی برای یافتن سناریویی که منجر به این سطح از ضرر می‌گردد، می‌پردازد.

۲. فرمول‌بندی مسئله‌ی آزمون بحران معکوس

فرض می‌کنیم بردار تصادفی d–بعدی Z، تغییرات در فاکتورهای بازار با تابع چگالی احتمال f روی R^d است. همچنین از نماد $f(z|L \geq \ell)$ برای چگالی شرطی فاکتورهای بازار تحت ضرر سبد L برای $L \geq \ell$ استفاده می‌کنیم. در آزمون بحران معکوس با فرض آستانه ضرر ℓ، هدف یافتن محتمل‌ترین سناریو یا سناریوهایی است که منجر به ضرری به میزان ℓ یا بزرگ‌تر از آن می‌شود. به‌عبارت دیگر:

$$z^*(\ell) = \arg\max_{z \in R^d} f(z|L \geq \ell), \qquad (۲.۱)$$

$z^*(\ell)$ را محتمل‌ترین سناریو ضرر می‌گوییم. برای یافتن $z^*(\ell)$ به عنوان پاسخی از مسئله (۲.۱)، ابتدا به محاسبه‌ی میانگین شرطی $\bar{z} = \mathrm{E}\left[Z|L \geq \ell\right]$ با استفاده از روش درستنمایی تجربی می‌پردازیم [۳].

محاسبه میانگین شرطی با استفاده از روش درستنمایی تجربی

مشاهدات (z_i, L_i) را به‌طوریکه z_i فاکتور بازار تحت ضرر L_i است، در نظر می‌گیریم که در آن $L_i \geq \ell$. سپس یک ترکیب محدب از مشاهدات برای تخمین میانگین شرطی موردنظر به صورت ذیل ارائه می‌کنیم:

[*] Basel Committee

$$\mu_0 = w_1 z_1 + \ldots + w_n z_n, \quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \quad w_i \geq 0, \quad i = 1, \ldots, n$$

که در آن μ_0 تخمینی برای $\mathrm{E}\left[Z \middle| L \geq \ell\right]$ است. در ادامه به منظور ارائه‌ی ناحیه‌ی اطمینان برای مقدار میانگین شرط $\mathrm{E}\left[Z \middle| L \geq \ell\right] = \mu_0 = \bar{z}$، مفهوم درستنمایی تجربی را به صورت ذیل تعریف می‌کنیم:

$$R(x) = \max\left\{\prod_{i=1}^{n} n w_i : \sum_{i=1}^{n} w_i z_i = x, \quad \sum_{i=1}^{n} w_i, \quad w_i \geq 0, \quad i = 1, \ldots, n\right\}, \qquad (۲.۲)$$

قبل از معرفی ناحیه‌ی اطمینان قضیه‌ی ذیل را معرفی می‌کنیم:

قضیه ویلکس۱ .۲ [۳]: فرض می‌کنیم $X_1, \ldots, X_n$ بردارهای تصادفی مستقل در R^d با توزیع مشترک F_0، میانگین μ_0 و ماتریس واریانس_کواریانس V_0 با رتبه‌ی q>0، باشند. آنگاه $C_{r,n}$ یک مجموعه محدب می‌باشد و داریم:

$$-۲ \log R(\mu_0) \xrightarrow{d} \chi^2_{(q)}, \qquad (۲.۳)$$

وقتی‌که $n \to \infty$.

قضیه‌ی ۲.۱ پایه‌ای برای تعریف ناحیه اطمینان درستنمایی تجربی می‌باشد. می‌توان با سطح اطمینان $۱-\alpha$ چندک x_α را طوری ساخت که $P(\chi^2_d \geq x_\alpha) = \alpha$. دراین‌صورت ناحیه اطمینان $۱-\alpha$ برای μ_0 به صورت مجموعه ذیل تعریف می‌شود:

$$C_{1-\alpha,n} = \{\mu \,|\, R(\mu) \geq r_0\} = \left\{\sum_{i=1}^{n} w_i z_i : \prod_{i=1}^{n} n w_i \geq r_0, \quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \quad w_i \geq 0, \quad i = 1, \ldots, n\right\}, \qquad (۲.۴)$$

که در آن $r_0 = \exp(-x_\alpha / 2)$.

حال به مسئله‌ی (۱. ۲) بازمی‌گردیم که در آن با استفاده از میانگین شرطی محتمل‌ترین سناریوی ضرر می‌یابیم.

قضیه۲. ۲[۱, ۵]: فرض می‌کنیم توزیع $Y = (Z, L)$ بیضوی است. درواقع $Y = \mu + AX$، که در آن μ بردارمیانگین داده ها، X دارای توزیع کروی است، درواقع $X = RS$ که در آن R یک متغیر تصادفی نامنفی و S توزیع یکنواخت دارد. A ماتریسی با درایه های ثابت و $\Sigma = wAA^T$ کواریانس است و $w = \mathrm{E}[R^2]/2$.

$X \in ERV(\alpha, \upsilon)$، $(\alpha, \upsilon > 0)$ یا $X \in RV(\upsilon)$، $(\upsilon > 1)$. با یادآوری اینکه $z^*(\ell)$ محتمل‌ترین سناریو ضرر و $\bar{z}(\ell) = \mathrm{E}\left[z \middle| L \geq \ell\right]$ میانگین شرطی است. در این صورت یک دنباله اسکالر مثبت k_ℓ وجود دارد به‌طوریکه :

$$z^*(\ell) = k_\ell \bar{z}(\ell), \qquad (۲.۵)$$

وقتی‌که $\ell \to \infty$، $k_\ell \to k$.

- $k = 1$، برای تمام توزیع‌های $X \in ERV(\alpha, \upsilon)$.
- $k = (\upsilon - 1)/\upsilon$، برای تمام توزیع‌های $(\upsilon > ۱)$، $X \in RV(\upsilon)$.

واضح است با استفاده از این قضیه، محتمل‌ترین سناریوی ضرر مقیاسی از میانگین شرطی است که این مقیاس وابسته به رفتار دم توزیع فاکتورها است. اکنون با استفاده از گزاره ذیل، بحث مورد نظر تکمیل می‌شود.

گزاره۳. ۲: تحت فرضیات قضایای ۱. ۲و ۲. ۲ با $\upsilon > ۴$، رابطه‌ی ذیل به‌دست می‌آید:

$$-۲\log R_\ell(\bar{z}(\ell)) = -۲\log R_\ell(k_\ell^{-1} z^*(\ell)) \xrightarrow{d} \chi_d^2,$$

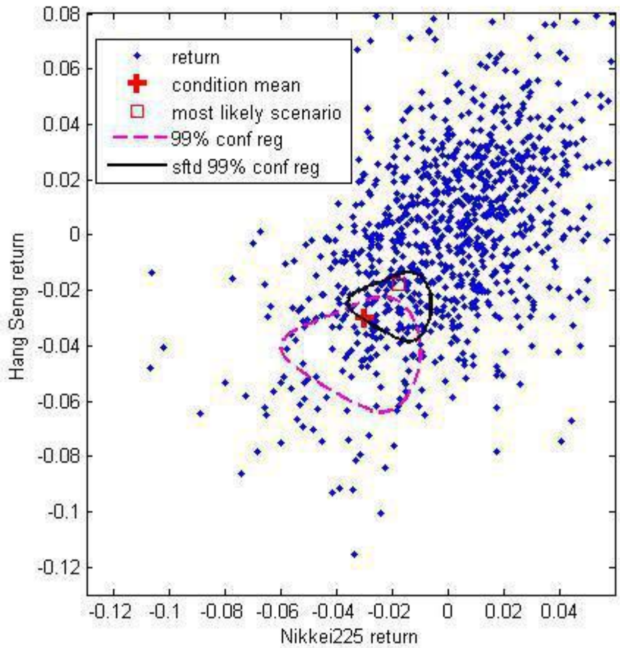
و $k_\ell C_{1-\alpha, n_\ell}$ یک ناحیه‌ی اطمینان مجانبی $۱۰۰(۱-\alpha)\%$ برای محتمل‌ترین سناریو می‌باشد. در واقع:

$$P(z^*(\ell) \in k_\ell C_{1-\alpha, n_\ell}) \to 1-\alpha,$$

وقتی‌که $\ell \to \infty$, $k_\ell \to k$.

۳. نتایج عددی:

نتایج نظری فوق را برای دو دسته بازده هفتگی از شاخص‌های سهام نیکی۲۲۵ و هنگ سنگ به‌کار می‌بریم. نتایج به‌دست آمده به صورت شکل ۱ گزارش می‌شود. در این تصویر نقاط پراکنده، بازده‌های هفتگی دو شاخص مذکور را نشان می‌دهد. علامت صلیب میانگین شرطی و علامت مربع، محتمل‌ترین سناریو ضرر را نشان می‌دهد. همچنین منحنی با خط ممتد ناحیه اطمینان محتمل‌ترین سناریو ضرر و منحنی با خط نقطه چین ناحیه اطمینان میانگین شرطی با سطح اطمینان ۹۹ درصد است.



شکل ۱: شاخص سهام با داده‌های هفتگی

مرجع‌ها

1. K.-T Fang, S. Kotz, K.-W Ng, *Symmetric Multivariate and Related Distributions*, 1990 (Chapman and Hall: London).
2. P. Glasserman, C. Kang, W. Kang, Stress scenario selection by empirical likelihood. Working Paper 0007, in Office of Financial Research, US Treasury Department, 2013.
3. A. B. Owen, Empirical Likelihood, 2001 (Chapman & Hall/CRC Press: Boca Raton, FL).
4. M. Quagliarello, *Stress-testing the Banking System*, 2009 (Cambridge University Press: Cambridge).
5. S. Resnick, *Heavy-Tail Phenomena: Probabilistic and Statistical Modeling*, 2007 (Springer: New York).
6. T. Schuermann, (2012) Stress Testing Banks, Wharton Financial Institutions Working Paper 12-08, University of Pennsylvania, Philadelphia,Pennsylvania.