



کاربرد موجک در تحلیل مسائل اقتصادی

دکتر اسماعیل شیرازی^۱

چکیده

در این مقاله پردازش و تحلیل سیگنال‌ها با استفاده از آنالیز فوریه و موجک‌ها و همچنین یافتن ارتباط بین کاربرد موجک‌ها در علم اقتصاد است. در ابتدا مروری بر تبدیل فوریه و ویژگی‌های آن خواهیم داشت و سپس موجک‌ها و تبدیلات آن‌ها معرفی و ایده‌های اصلی نهفته در آن‌ها توسط موجک‌های هار توصیف می‌شوند. در انتها با بیان یک مثال کاربردی اهمیت استفاده از موجک‌ها در علم اقتصاد مطرح می‌گردد.

کلمات کلیدی: بازده سهام، تورم، سری فوریه و موجک.

^۱ . دانشگاه گنبد کاووس، دانشکده علوم پایه و فنی و مهندسی، گروه آمار و ریاضی



مقدمه

علم موجک شاخه ای جدید از ریاضیات می باشد که در بسیاری از زمینه های کاربردی همچون مسائل اقتصادی، اجتماعی، پردازش سیگنال ها و برآورد ناپارامتری توابع به کار برده شده است. به دلیل وجود برخی خواص جالب از موجکها، کاربرد این ابزار در علم اقتصاد نیز مورد توجه قرار گرفت و در اوایل سال ۱۹۹۸ برای اولین بار مقالات پن و وانگ (۱۹۹۸) تجزیه و تحلیل موجک را برای بررسی عدم کارایی بازار سهام به کار گرفتند. موجکها خانواده ای از پایه های متعامد یکه هستند که توانایی تحلیل چند ریزه گی بوسیله متمرکز کردن یک تابع در حالت های مختلف از دامنه زمان- فرکانس را در یک زمان مشخص دارا می باشد. به کمک این ابزار می توان امواج در یافتی با هر درجه از بی نظمی را مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. به همین دلیل آنها به عنوان پایه های بسیار مناسب در میحث برازش مدل های آماری کاربرد دارند. این پایه های متعامد یکه به دلیل داشتن توانایی تجزیه و تحلیل سیگنال ها در دامنه زمان - فرکانس به صورت همزمان یا به اصطلاح محمل فشرده بودن، برتری خود را نسبت به دیگر پایه های متعامد، مانند سری فوریه، نشان داده است و به عنوان یک روش جایگزین کارا تر در کاربردهای اقتصادی استفاده می شود.

در این مطالعه، رابطه بین بازدهی سهام و تورم به طور کامل را مورد بررسی قرار میدهم، به طوری که سری های زمانی بازدهی سهام و تورم را با استفاده از تجزیه و تحلیل موجک تا ۸ سطح (معادل دوره ۱۲۸ ماهه) تجزیه کرده و داده های تجزیه شده برای بررسی رابطه یاد شده را مورد استفاده قرار میدهم. بنابراین، نتایج آن برای سرمایه گذاران داخلی و خارجی و نیز نهادهای قانونگذار و تصمیم گیرنده در حوزه پولی و مالی ایران میتواند مفید باشد. همچنین، نتایج این پژوهش در راستای حمایت از اهمیت تجزیه مقیاس زمانی برای توضیح رابطه بین بازدهی سهام و تورم خواهد بود.

مروری بر موجکها

نظریه موجک برگرفته از تحلیل کلاسیک فوریه و به نوعی حاصل بهسازی آن است. در (فرکانس بالا) را نشان میدهد و تمام انحرافها از روند اصلی را توضیح میدهد. در واقع آنچه که در ابتدای تحلیل موجک و استفاده از این ابزار دارای اهمیت است، انتخاب یک تابع پایه ای موجک، که همان موجک مادر و یا موجک تحلیل گر میباشد، است. موجک مادر خصوصیات تجزیه موجک نظیر کارایی رزولوشن یا نمایش ایمنی نویز و... را نشان میدهد. در این تبدیل، تجزیه موجک نظیر کارایی رزولوشن تحلیل زمانی توسط شکل منقبض با فرکانس بالای موجک پایه ای و تحلیل فرکانس، توسط شکل منبسط با فرکانس پایین موجک انجام میگردد. توابع موجک به دو دسته پیوسته و گسسته تقسیم میشوند. تابع موجک پایه ای پیوسته عبارتست از:

$$g(t) - \left(\frac{1}{\sqrt{s}}\right) g\left(\frac{t-u}{s}\right)$$

سری زمانی تبدیل شده، یک تابع دو متغیره با متغیرهای u انتقال و s مقیاس است، که مقیاس همان عکس فرکانس میباشد. در موجک، مقیاسهای بزرگ (فرکانسهای پائین) مربوط به یک سری اطلاعات کلی از یک سیگنال است، در حالی که مقیاسهای کوچکتر (فرکانسهای بالا) متناظر با اطلاعات دقیق و جزئی شده از الگوی نهفته در سیگنال است، که غالباً زمان نسبتاً کوتاهی طول میکشد.



به طور کلی تقریب هر تابع گسسته یا سری زمانی با استفاده از توابع موجک به صورت زیر بدست می‌آید

$$X_t = \sum_k s_{j,k} \Phi_{j,k}(t) + \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(t) + \dots$$

$$+ \dots \sum_k d_{j-1,k} \psi_{j-1,k}(t) + \dots \sum_k d_{1,k} \psi_{1,k}(t)$$

که در آن توابع اساسی و به صورت عمود بر هم فرض شده‌اند (کراولی، ۲۰۰۷) که در آنها k معرف مکان موجک و j بیانگر اندازه موجک است. برای مثال، زمانی که j افزایش می‌یابد اندازه موجک کوچک می‌شود در حالی که نمایش زمانی افزایش می‌یابد. به طور خلاصه می‌توان گفت تبدیل موجک دارای خواص و ویژگیهای زیر است (مشیری و همکاران ۱۳۸۹):

- تبدیل یک سیگنال به مجموعه‌ای از موجکها،
- ایجاد و ارائه‌ی یک مسیر برای آنالیز کردن شکل موجهای مختلف در دو حوزه زمان و فرکانس،
- امکان ذخیره کردن سیگنالها به مجموعه‌ای از موجکها و
- توانایی تقریب سیگنالها با کیفیتی بسیار بهتر.

آزمون تجربی رابطه میان بازده سهام و تورم در بورس اوراق بهادار تهران

در این قسمت بر اساس نتایج بدست آمده در (مشیری و پاکیزه، ۱۳۸۹) مروی بر کاربرد موجک در یکی از حوزه‌های مهم اقتصادی خواهیم داشت. اقتصاد کشور ما در دو دهه گذشته تورم را به طور مستمر تجربه کرده است. بدیهی‌است حفظ قدرت خرید در شرایط تورمی بسیار حائز اهمیت است که از جمله راه‌های آن، سرمایه‌گذاری در فعالیتهای پربازده است که از آن میان میتوان به داد و ستد سهام به عنوان یک گزینه سرمایه‌گذاری اشاره کرد. داد و ستد سهام در بورس اوراق بهادار تهران که پس از انقلاب به حالت تعلیق در آمده بود بار دیگر از سال ۱۳۶۹ آغاز شده است (عزیزی، ۱۳۸۳) آزمون تجربی رابطه میان تورم و بازدهی شاخص‌های کل قیمت سهام، قیمت و بازده نقدی (بازده کل) و بازده نقدی در بورس اوراق بهادار تهران و مقایسه و همسنجی نتایج به دست آمده با یافته‌های پژوهشهای دیگر میتواند چگونگی این رابطه را در ایران نشان دهد. در این پژوهش، رابطه میان تورم و بازدهی سهام در دوره زمانی ۱۳۸۶-۱۳۷۱ در بورس اوراق بهادار تهران را با استفاده از تجزیه و تحلیل موجک در افقهای زمانی متفاوت مورد آزمون تجربی قرار میدهیم. بدین منظور از داده‌های ماهانه نرخ تورم و نرخ‌های بازدهی شاخص قیمت سهام (TEPIX)، شاخص قیمت و بازده نقدی (TEDPIX) و شاخص بازده نقدی (TEDIX) بورس اوراق بهادار تهران استفاده کرده که در ادامه به ترتیب آنها را با علایم TEDPIX-R، TEDPIX-R، TEPIX-R، INF و TEDIX-R نشان خواهیم داد. لازم به ذکر است که شاخص‌های TEDPIX و TEDIX در سال ۱۳۷۸ ایجاد شدند، ولی داده‌های TEDPIX و TEDIX-R مربوط به دوره ۱۳۸۶ - ۱۳۷۸ است. تورم نیز به صورت درصد تغییر ماهانه شاخص قیمت‌های مصرفکننده تعریف شده است. بازده ماهانه شاخص را به صورت زیر اندازه‌گیری کرده‌ایم:

$$R_t = \frac{V_t}{V_{t-1}} - 1$$

که در آن:



R_t : بازده ماهانه شاخص در دوره معامله N روزه (یک ماهه).

V_t : ارزش شاخص بورس اوراق بهادار در انتهای دوره t .

V_{t-1} : ارزش شاخص بورس اوراق بهادار در ابتدای دوره t . بنابراین، بازده ماهانه شاخص به صورت درصد تغییرات R_t محاسبه

میشود.

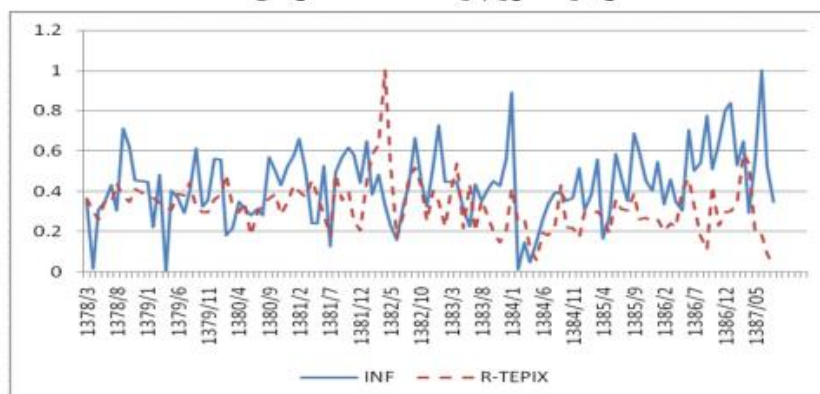
برای نمایش واضحتر ابتدا داده‌ها نرمال نموده، سپس، نمودار آنها را ترسیم مینماییم، ولی محاسبات با استفاده از داده‌های نرمال نشده، انجام شده است.

سری زمانی A را به صورت زیر نرمال مینماییم:

$$\forall x_i \in A, y_i = \frac{x_i - \min(A)}{\max(A) - \min(A)}$$

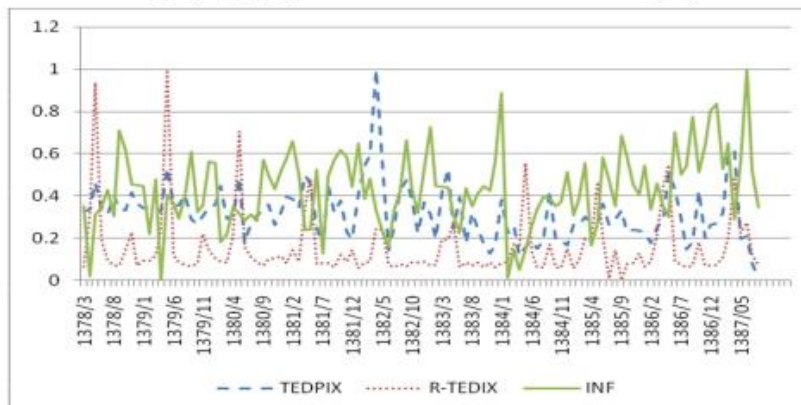
سری زمانی A' که توسط y ساخته میشود، نرمال شده سری زمانی A است.

نمودار ۱. تورم و R-TEPIX نرمال شده





نمودار ۲. R-TEDPIX، R-TEDPIX و تورم نرمال شده



۱. رابطه بین تورم و TEPIX-R

آمار توصیفی دو متغیر تورم و TEPIX-R را در جدول ۱، ارائه کرده ایم. طبق معیارهای چولگی و کشیدگی و آماره JB این دو متغیر توزیع نرمال ندارند. همچنین، خودهمبستگی سری TEPIX-R بیشتر از خودهمبستگی سری تورم است. همبستگی خطی بین تورم و TEPIX-R نیز مثبت و برابر با ۰/۲۷ است.

جدول ۱. پیکربندی داده‌ها

X=	Inflation	R-TEPIX
mean	۰.۰۱۱	۰.۰۱۶
standard Deviation	۰.۰۰۸	۰.۰۴۸
Skewness	۰.۲۱	۱.۳۴
Kurtosis	۰.۵۸	۵.۴۷
JB	۲۴۷.۸ (۱)	۲۰۴.۶ (۱)
ρ	۰.۰۳	۰.۴
LB(15) for x	۱۶۴.۵۹ (۱)	۱۸۳.۴ (۱)
Correlation(R-TEPIX, Inflation) = 0.098		

ابتدا، ارتباطی که بر مبنای مدل فیشر می باشد بررسی نموده و از داده های تجزیه شده با روش MODWT استفاده میکنیم. برای این بررسی، ابتدا دادهها با روش MODWT در مقیاسهای مختلف و با موجک دابشیز ۴ (db4) و با استفاده از نرم افزار MATLAB تجزیه میشوند، سپس، بر روی داده‌های به دست آمده رگرسیون اعمال میشود. در این رگرسیون، متغیر وابسته TEPIX-R و متغیر توضیحی، تورم است. نتایج حاصل از رگرسیون در جدول زیر خلاصه شده است:



جدول ۲. نتایج تحلیل رگرسیون

	d_0	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	S_7
b)	۰.۱۲	۰.۰۳۷	۰.۰۳۹	۰.۰۳۹	۰.۰۴	۰.۰۴	۰.۰۴	۰.۰۴	۰.۰۴
s.e	(۰.۰۱۷)	(۰.۰۱۶)	(۰.۰۱۶)	(۰.۰۱۵)	(۰.۰۱۵۸)	(۰.۰۱۵۸)	(۰.۰۱۵۸)	(۰.۰۱۵۸)	(۰.۰۱۵۸)
R^2	۱۰.۱	۱.۶	۱.۶	۱.۷	۱.۷	۱.۷	۱.۸	۱.۸	۱.۸

همانطور که در جدول ۲، مشاهده میشود، رابطه معناداری بین تورم و TEPIX-R در دوره‌های d_i نشان داده‌ایم، وجود دارد. در زمانی مختلف که با d_0 که معادل دوره یک ماهه است ارتباط بین TEPIX-R و تورم به طور قابل ملاحظه‌ای ضعیف است، با افزایش مقیاس زمانی، ضریب b نشانگر ارتباط قوی در دوره‌های بالاتر از یک ماه است. d_1 دوره دو ماهه، d_2 دوره چهار ماهه، d_i دوره 2i ماهه و S_7 دوره بیش از ۱۲۸ ماهه است. همچنین، مقدار R^2 با افزایش مقیاس زمانی ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

در مجموع، قدرمطلق b بیشترین ارزش را در مقیاسهای زمانی میان مدت و بلندمدت دارد که نشاندهنده درجات همبستگی بین دو متغیر بوده و با افزایش d_i همبستگی افزایش می‌یابد، ارتباط محکمی در d_0 مشاهده نمیشود، درحالی که با افزایش مقیاس موجک، ارتباط مثبت و قویتری بین TEPIX-R و تورم به دست می‌دهد.

بحث و نتیجه گیری

این پژوهش با رویکرد موجک به بررسی این رابطه بین بازده سهام و تورم پرداخته است، این رویکرد بر پایه روش موجک چند مقیاسی قرار دارد که سری های زمانی معینی را در میناهای مقیاس تجزیه می‌کند. نتایج تحلیل رگرسیون در محدوده موجک و همبستگی موجک نشان میدهد که رابطه میان تورم و بازده سهام در افق کوتاه مدت ضعیف و در افق میان مدت و بلندمدت مثبت است. همچنین، نتایج به دست آمده نشان میدهد که تجزیه مقیاس زمانی، شناخت و آگاهی قابل توجهی را به منظور آزمون نظریه فیشر به وجود می‌آورد، زیرا تعدادی از مسائل و معماهای بازده‌های سهام و تورم که بیشتر در این نوشته ذکر شده، توسط تجزیه و تحلیل موجک حل و توضیح داده میشود.

مراجع

- ۱- شیرازی، اسماعیل. (۱۳۹۱). برآورد ناپارامتری توابع آماری به روش موجک. پایان نامه دکتری.
- ۲- عزیزی، فیروزه. (۱۳۸۳). آزمون تجربی رابطه تورم و بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران. فصلنامه پژوهشهای اقتصادی، شماره ۱۱ و ۱۲، ۱۴۳-۱۵۶.



دومین همایش ملی اقتصاد کلان ایران
۱۱ اسفند ۱۳۹۵

دومین همایش ملی اقتصاد کلان ایران یازدهم اسفندماه ۱۳۹۵



وزارت امور اقتصادی و دارایی
جمهوری اسلامی ایران

- ۳- مشیری، سعید و سلطان احمدی. (۱۳۸۱). رابطه غیرخطی رشد و تورم در ایران. مجموعه مقالات ارائه شده در سیزدهمین کنفرانس پولی و بانکی، موسسه تحقیقات پولی و بانکی، بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران، اردیبهشت.
- ۴- مشیری، سعید و پاکیزه، کامران. (۱۳۸۹). بررسی رابطه میان بازدهی سهام و تورم با استفاده از تجزیه و تحلیل موجک در بورس اوراق بهادار تهران. فصلنامه پژوهشهای اقتصادی ایران / سال چهاردهم / شماره ۴۲ / بهار ۱۳۸۹ / صفحات ۵۵-۷۴.