Archive of SID

هشتمین کنگره ملّی مهندسی عمران، دانشکده مهندسی عمران، بابل
۱۷ و ۱۸ اردیبهشت ماه۱۳۹۳

کاربرد تابع مفصل در بررسی پارامترهای کیفی آب زیرزمینی

معین گنجعلیخانی [۱]، محمد ذونعمت کرمانی [۲]، محمدباقر رهنما [۳]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی منابع آب، دانشگاه شهید باهنر کرمان

۲- استادیار، بخش مهندسی آب، دانشگاه شهید باهنر کرمان

۳- دانشیار، بخش مهندسی آب، دانشگاه شهید باهنر کرمان

Ganjalikhani@agr.uk.ac.ir

خلاصه

منابع آب زیرزمینی از مهم‌ترین منابع تأمین‌کننده‌ی آب شرب و کشاورزی می‌باشد. از این رو توجه به کیفیت این منابع بسیار حائز اهمیت می‌باشد. در بسیاری از مناطق جهان کیفیت آب‌های زیرزمینی به شدت توسط فعالیت‌های انسان تحت تأثیر قرار گرفته است. وجود آلودگی‌های محیطی و عدم تأمل در کنترل آن‌ها می‌تواند به طور جدی کیفیت آب‌های زیرزمینی را تهدید کرده و بالقوه منشأ بسیاری از بیماری‌های عفونی و سموم قابل انتقال از طریق منابع آب باشد. کیفیت آب زیرزمینی معمولاً از طریق چاه‌های مشاهده‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد. اما هیچ اطلاع دقیقی از کیفیت آب در بین چاه‌های مشاهده‌ای وجود ندارد. به طور معمول از روش‌های زمین آماری برای توصیف این تغییرات مکانی استفاده می‌شود. در این تحقیق به بررسی کارایی تابع مفصل دو متغیره تجربی برای تحلیل تغییرات مکانی پارامترهای کیفی آب زیرزمینی پرداخته شده است. استفاده از تابع مفصل به این دلیل که به طور کامل وابستگی احتمالاتی را بیان می‌کند، می‌تواند در این زمینه بسیار مفید واقع شود.

کلمات کلیدی: تابع مفصل، مدل زمین آماری، آب زیرزمینی، کیفیت آب، تابع توزیع دو متغیره

۱. مقدمه

آب‌های زیرزمینی یکی از مهم‌ترین منابع تأمین آب شرب و کشاورزی کشور ما می‌باشد. مهم‌ترین عامل در بهره‌برداری از این منابع، کیفیت این آب‌ها می‌باشند. با توجه به وضعیت کنونی جهان که بشر دست به گریبان بحران‌های ناشی از کمبود آب و یا آلودگی آن خواهد بود، شناخت آب‌های زیرزمینی به عنوان یکی از مهم‌ترین و آسیب‌پذیرترین منابع زیرزمینی، در دهه های اخیر امری بدیهی و ضروری تلقی می‌گردد. بررسی کیفی از منابع آب زیرزمینی که جهت تأمین آب شرب استحصال‌شده از چاه‌ها نقش دارند، امروزه از مسئولیت‌ها و دغدغه های فکری متولیان تأمین و توزیع آب شرب یعنی شرکت آب منطقه‌ای و شرکت‌های آب و فاضلاب سطح کشور محسوب می‌شود. این موضوع در شهرهای مرکز کشور که تنها منبع تأمین آب شرب، آب‌های زیر زمینی می‌باشد اهمیت بیشتری پیدا می‌کند، وجود آلودگی‌های محیطی و عدم تأمل در کنترل آن‌ها می‌تواند به طور جدی کیفیت آب‌های زیرزمینی را تهدید کرده و بالقوه منشأ بسیاری از بیماری‌های عفونی و سموم قابل انتقال از طریق منابع آب باشد [۱].

در بسیاری از مناطق جهان کیفیت آب‌های زیرزمینی به شدت توسط فعالیت‌های انسان تحت تأثیر قرار گرفته است. کیفیت آب زیرزمینی معمولاً از طریق چاه‌های مشاهده‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد. اما هیچ اطلاع دقیقی از کیفیت آب در بین چاه‌های مشاهده‌ای وجود ندارد. به طور معمول از روش‌های زمین آماری[۴] برای توصیف این تغییرات مکانی استفاده می‌شود. برای بررسی‌های زمین آماری فرض بر این است که پارامترهای مورد نظر می‌توانند تحت یک تابع احتمالاتی تصادفی برازش داده شوند. این توزیع مکانی می‌تواند با استفاده از واریوگرام‌ها[۵] و یا توابع کوواریانس که از که از مشاهدات بدست می‌آیند، توصیف شود. از شاخص واریوگرام‌ها می‌توان برای بیان تفاوت در وابستگی تابع از مقدار مشاهداتی آن استفاده کرد.

---

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی منابع آب
[۲] استادیار
[۳] دانشیار

[4] Geostatistical
[5] Variograms

www.SID.ir

Archive of SID

واریوگرام‌ها در کنار محاسن خاص خود، معایبی نیز دارند. مهم‌ترین مشکل این رویکرد این است که بر اساس مدل تصادفی خاصی نیست. برای شاخص واریوگرام یک حد آستانه مشخص شده که می‌تواند منجر به ایجاد مشکلاتی در زمینه تخمین یکنواخت شود. مشکل دیگر مدل زمین آماری یافتن ابزاری برای توصیف وابستگی مکانی می‌باشد که این کار از طریق واریوگرام بسیار مشکل می‌باشد [۲].

داده‌های کیفی آب‌های زیرزمینی، اغلب دارای چولگی می‌باشند که به مشکلات کاربرد واریوگرام می‌افزاید. از جمله دیگر معایب آن می‌توان به حساسیت به داده‌های پرت و مشکلات برازش واریوگرام‌های تئوری به تجربی نام برد.

به‌کارگیری تابع مفصل[1] می‌تواند راه‌حلی برای این مشکل باشد. تابع مفصل روش بسیار مناسبی برای بررسی این وابستگی‌ها ارائه داده است. از تابع مفصل دو متغیره تجربی می‌توان به عنوان جایگزینی برای واریوگرام‌ها و تابع کوواریانس برای توصیف این تنوع مکانی استفاده کرد. تابع مفصل می‌تواند این وابستگی‌ها را به طور مستقل از توزیع حاشیه‌ای آن‌ها و به صورت بسیار دقیق بیان کند به این دلیل می‌تواند جایگزین مناسبی برای واریوگرام باشد [۳].

هدف از این تحقیق ارائه رویه‌ای نو در بررسی وابستگی‌های پارامترهای کیفی آب زیرزمینی می‌باشد. برای این منظور داده های کیفی مربوط به ۵۲ چاه پیزومتری دشت کرمان طی سال‌های ۸۶ الی ۹۰ برداشت شده و مورد استفاده و بررسی قرار گرفتند. پارامترهای مورد استفاده در این تحقیق، غلظت سولفات و بی‌کربنات موجود در آب زیرزمینی بود که از جمله مهم‌ترین پارامترهای کیفی آب زیرزمینی می‌باشند.

۲. مواد و روش‌ها

۱.۲. منطقه مورد مطالعه و بررسی داده‌ها

آب‌های زیرزمینی منبع اصلی تأمین کننده‌ی آب شرب و کشاورزی دشت کرمان می‌باشند. این امر توجه به کیفیت این آب‌ها را بسیار حائز اهمیت ساخته است. ازطرفی افزایش فعالیت‌های کشاورزی در سال‌های اخیر منجر به کاهش تراز آب زیرزمینی دشت و همچنین افزایش آلودگی آب‌های زیرزمینی در اثر استفاده از سموم و کودهای شیمیایی شده است. به طور کلی ۸۳ درصد زمین های کشاورزی استان به زراعت و آیش سالانه اختصاص دارد که حدود ۵۷ درصد آن آبی و مابقی دیم است. بهره‌برداری از منابع آب در این استان گسترش چشمگیری داشته و با توجه به اینکه رودخانه‌های پرآب و دائمی در این استان بسیار کم است، عمده بهره‌برداری از آب‌های زیرزمینی است. درنتیجه اکثر دشت‌ها و آبخوان‌های استان با کاهش حجم مخزن و افت فزاینده سطح آب زیرزمینی روبرو هستند. در شهرستان کرمان به دلیل بهره‌برداری بسیار زیاد از آب‌های زیرزمینی، میزان افت سالانه به بیش از ۱/۲ متر می‌رسد[۹]. در جدول ۱ میزان تخلیه سالانه آب زیرزمینی استان کرمان قابل ملاحظه است.

جدول ۱- میزان تخلیه سالانه آب زیرزمینی استان کرمان طی سال‌های ۸۱ تا ۸۹

سال آبی	چاه عمیق		چاه نیمه عمیق		قنات		چشمه	
	تعداد (حلقه)	تخلیه سالانه	تعداد (حلقه)	تخلیه سالانه	تعداد (رشته)	تخلیه سالانه	تعداد (دهنه)	تخلیه سالانه
۸۱-۸۲	۸۷۱۸	۳۸۵۲/۳	۱۲۵۳۱	۱۳۰۷/۸۲	۱۷۲۶	۱۱۶۱/۵	۴۸۰	۱۲۹/۴
۸۲-۸۳	۸۷۱۸	۳۸۵۲/۳	۱۲۵۳۱	۱۳۰۷/۸۲	۱۷۲۶	۱۱۶۱/۵	۴۸۰	۱۲۹/۴
۸۳-۸۴	۸۷۱۱	۳۸۵۲/۳	۱۲۵۳۱	۱۳۰۷/۸۲	۱۷۲۶	۱۱۶۱/۵	۴۸۰	۱۲۹/۴
۸۴-۸۵	۱۱۶۸۹	۴۲۸۴/۱	۱۷۴۸۲	۱۵۷۸/۱	۱۹۲۸	۷۲۶/۳	۱۱۷۲	۱۵۰/۰
۸۵-۸۶	۱۱۶۳۰	۴۲۹۳/۴	۱۷۴۴۵	۱۵۸۶/۷	۱۹۲۷	۷۲۱/۰	۱۱۷۰	۱۵۰/۰
۸۶-۸۷	۱۱۶۴۷	۴۲۹۶/۸	۱۷۴۴۶	۱۵۸۶/۵	۱۹۵۷	۷۳۰/۸	۱۱۷۳	۱۵۰/۶
۸۷-۸۸	۱۱۷۹۰	۴۳۸۸/۸	۱۷۵۴۰	۱۵۹۵/۵	۲۰۲۵	۷۵۶/۲	۱۱۷۳	۱۵۰/۶
۸۸-۸۹	۱۱۶۳۰	۴۲۹۳/۷	۱۷۴۴۵	۱۵۸۶/۵	۱۹۲۷	۷۲۱/۴	۱۱۷۰	۱۵۰/۰

مآخذ: شرکت سهامی آب منطقه ای استان کرمان [۱۰]

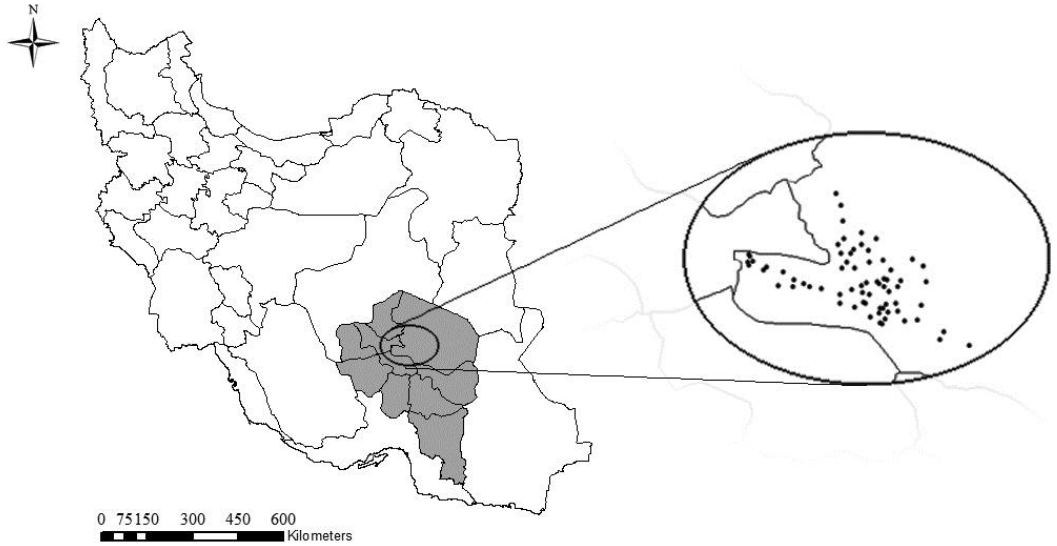
[1] Copula

www.SID.ir

Archive of SID

در حال حاضر متوسط هدایت هیدرولیکی آب چاههای استان حدود ۲۸۶۰میکروموس بر سانتی‌متر می‌باشد که بهترین کیفیت در دشتهای صوغان، ساردوئیه، دهکهان، بافت، سلطانی، رابر و بزنجان وجود دارد و بدترین کیفیت آب زیرزمینی مربوط به دشتهای راور، سیریز- طغرالجرد، کرمان، رفسنجان، زرند و سیرجان است.براساس مطالعات انجام گرفته شوری آب برخی مناطق در دشتهای استان مانند دشت سیرجان، نوق و انار در رفسنجان و سیریز، به حدی بالاست که مشکلات جدی را برای ساکنین این مناطق ایجاد کرده است و حتی حیات گیاهان و جانوران را نیز در معرض خطر جدی قرار داده است[۱۱].

به منظور بررسی کیفیت آب‌های زیرزمینی دست کرمان، تعداد ۵۲ چاه پیزومتری طی سال‌های ۸۶ تا ۹۲ موجود انتخاب گردید و غلظت سولفات و بی کربنات موجود در آن‌ها مورد بررسی قرار گرفت. در شکل ۱ موقعیت چاه‌های پیزومتری مورد مطالعه مشاهده می‌گردد. جدول ۲ نیز نشان‌دهنده پارامترهای آماری داده های مورد مطالعه می‌باشد.



شکل ۱- موقعیت چاه‌های پیزومتری مورد مطالعه

جدول ۲- پارامترهای آماری داده‌های مورد مطالعه

	سولفات	بی کربنات
میانگین	۱۰.۸	۵.۸۶
میانه	۶.۶۵	۴.۵
انحراف معیار	۱۰.۸۶	۴.۴۶
چولگی	۱.۷۴	۲.۷۳

۲.۲. زمین آمار

در علم زمین آمار به بررسی تغییرات مغیرهایی پرداخته می‌شود که ساختار فضایی از خود بروز می‌دهند. تخمین زمین آماری شامل دو مرحله است که مرحله اول شامل شناخت و مدل‌سازی ساختار فضایی متغیر می‌باشد که به وسیله آنالیز واریوگرام قابل بررسی می‌باشد و مرحله دوم، تخمین است که به روش‌های مختلف مانند کریجینگ صورت می‌گیرد. لازم به ذکر است شرط استفاده از روش‌های زمین آماری ایستا بودن می‌باشد که از طریق واریوگرام قابل تشخیص می‌باشد و ضمناً توزیع داده‌ها بایستی به توزیع نرمال نزدیک باشد. واریوگرام اساسی‌ترین ابزار در زمین آمار است که برای تشریح ارتباط یک متغیر به‌کار می‌رود. به عبارت دیگر، کمیتی است برداری که درجه‌ی همبستگی مکانی بین نقاط را بر حسب مربع تفاضل مقدار دو نقطه و با توجه به جهت و فاصله‌ی آن‌ها نشان می‌دهد [۷].

www.SID.ir

Archive of SID

با این حال، اشکالاتی چند در توصیف ساختار ارتباط فضایی نقاط توسط واریوگرام وجود دارد. بزرگ‌ترین مشکل واریوگرام نیاز به داده‌هایی با توزیع نرمال می‌باشد. در حالت طبیعی کمتر متغیر مکانی را می‌توان یافت که دارای توزیع نرمال یکنواختی باشد. اگرچه با استفاده از تبدیلات آماری می‌توان توزیع داده‌ها را به نرمال نزدیک نمود ولی با این حال دقت تحلیل‌های آماری را پایین می‌آورد. علاوه بر این، حساسیت بالای واریوگرام به داده های پرت، به مشکلات استفاده از واریوگرام افزوده است.

برای حل این مشکلات می‌توان از تابع مفصل بهره جست. در زیر به صورت اجمالی به بررسی تابع مفصل پرداخته شده است.

۳.۲. تابع مفصل

توابع مفصل توابعی هستند که توابع توزیع چند متغیره را به توابع توزیع حاشیه ای یک بعدی آن‌ها پیوند می‌زنند. به عبارت دیگر توابع توزیع مشترک چند متغیره‌ای هستند که حاشیه تک بعدی آن‌ها بر بازه [0,1] یکنواخت است [۴] . هردو عبارت فوق معنی یکسانی می‌دهند. در زیر به بررسی تابع مفصل دو متغیره می‌پردازیم.

فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی باشند که توابع توزیع حاشیه ای آن‌ها به ترتیب $F(x)=\Pr(X\le x)$ و $F(y)=\Pr(Y\le y)$ و تابع توزیع توأم آن‌ها $H(x,y)=\Pr(X\le x,Y\le y)$ باشد. در این صورت می‌توان دو تابع زیر را تعریف کرد.

الف) تابعی از $\bar{R}^2\to[0,1]^2$ با ضابطه‌ی $(x,y)\mapsto(F(x),G(y))$

ب) تابعی از $\bar{R}^2\to[0,1]$ با ضابطه‌ی $(x,y)\mapsto H(x,y)$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، $H(x,y)$ عددی بین صفر و یک $(F(x),G(y))$ یک زوج مرتب از $[0,1]^2$ است. هر تابعی که ارتباط بین این زوج مرتب را با $H(x,y)$ بیان کند، تابع مفصل نامیده می‌شود[۸].

در زیر بیانی دیگر از تابع مفصل آورده شده است.

فرض کنید Q_i و Q_j یک جفت متغیر تصادفی در R باشند و $i,j=1,\dots n\ ,i\neq j$ که n نشان‌دهنده‌ی تعداد متغیرهای تصادفی می‌باشد. روش مرسوم برای بیان ارتباط بین این دو متغیر تصادفی، استفاده از توابع توزیع دو متغیره است که به صورت $F(q_i,q_j)=P[Q_i\le q_i,Q_j\le q_j]$ بیان می‌شود. بر این اساس، به عنوان مثال، یک تابع توزیع چند متغیره نظری $F(\bullet)$ را می‌توان با روش حداکثر درستنمایی تخمین زد [۵] . این روش اجازه‌ی جداسازی و مشخص کردن اثر وابستگی را از اثر توابع توزیع حاشیه ای نمی‌دهد [۶]. توزیع حاشیه ای، تابع چگالی تجمعی هر متغیر است بر اساس خودش. به این صورت که، $F_i(q_i)=v_i=P[Q_i\le q_i]$ احتمال اینکه متغیر تصادفی Q_i کمتر یا مساوی مقدار ثابت q_i شود، به ازای تمامی iها، v_i را حاشیه‌ی متغیر تصادفی Q_i گویند.

یک روش خوب برای از میان برداشتن این نقطه ضعف توسط اسکلار[1] (۱۹۵۹) پیدا شد. در واقع، اسکلار بیان می‌کند که بجای نوشتن تابع توزیع دو متغیره $F(\bullet)$ به صورت تابعی از چندک‌ها (q_i,q_j)، آن را به صورت تابعی از حاشیه‌ها یا احتمالات تجمعی v_i و v_jنوشته شود. اسکلار نشان داد که اگر $F(\bullet)$ کاملاً پیوسته باشد، تابع یکه‌ای به صورت $C(v_i,v_j):[0,1]^2\to[0,1]$ وجود دارد به نحوی که:

$$C(v_i,v_j)=F(q_i,q_j)=F(F^{-1}(v_i),F^{-1}(v_j)) \qquad (1)$$

این تابع $C(\bullet)$ را تابع مفصل گویند. این نام به دلیل تاکید بر روشی که توابع توزیع مشترک را به حاشیه‌های تک متغیری آن متصل می‌کند، انتخاب گردیده است [۴] . بر اساس این تعریف، تابع مفصل بایستی روابط اولیه زیر را راضی کند: ۱. $C(v,0)=C(0,v)=0$ و ۲. $C(v,1)=C(1,v)=1$. به علاوه، تابع مفصل بایستی شرایط دیگری از قبیل، نامساوی مستطیلی، پیوستگی و مشتق پذیری را ارضا کند [۵] .

در نتیجه، تابع مفصل این اجازه را به ما می‌دهد که ساختار پیوستگی را برای مجموعه ای از متغیرهای تصادفی و حاشیه های آن‌ها به صورت جداگانه مدل کنیم. به عبارت دیگر، این انعطاف پذیری بزرگ نه تنها اجازه بررسی محدوده‌ی وسیع‌تری را از ساختارهای پیوسته نسبت به روش‌های متداول مربوطه می‌دهد، بلکه به تناسب هر نوع تابع توزیعی را می‌توان بر روی حاشیه های متغیر تصادفی برازش داد. علاوه بر این، تابع مفصل نسبت به اعمال تبدیلات یکنواخت بر روی متغیر های تصادفی، تغییری نمی‌کند. (به عنوان مثال اعمال لگاریتم طبیعی و یا تبدیل Box-Cox)

[1] Sklar

www.SID.ir

Archive of SID

با این حال، در عمل، تابع چگالی مفصل (c) اغلب بجای نوع اولیه‌اش (C) استفاده می‌شود. به این دلیل که تفسیر و توضیح آسان‌تری دارد و به راحتی می‌توان آن‌را از نمونه بدست آورد. تابع چگالی مفصل دو متغیره را می‌توان با دو بار مشتق نسبت به حاشیه های آن بدست آورد.

$$c(v_i,v_j)=\frac{\partial^2 C(v_i,v_j)}{\partial v_i \partial v_j} \qquad (2)$$

اگر $F(\bullet)$ و حاشیه های مربوطه یعنی $F_i(q_i)$ و $F_j(q_j)$ معلوم باشند، ارتباط بین توابع چگالی $F(\bullet)$ و $C(\bullet)$ را می‌توان به صورت زیر بیان کرد.

$$c(v_i,v_j)=\frac{\partial^2 F(q_i,q_j)}{\partial q_i \partial q_j}\frac{\partial q_i}{\partial v_i}\frac{\partial q_j}{\partial v_j}=f\left(F_i^{-1}(v_i),F_j^{-1}(v_j)\right)\frac{\partial F_i^{-1}(v_i)}{\partial v_i}\frac{F_j^{-1}(v_j)}{\partial v_j} \qquad (3)$$

که $f(\bullet)$ تابع چگال احتمال $F(\bullet)$ است و $q_i=F_i^{-1}(v_i)\ \ \forall i,j$ [۲] .

مزیت استفاده در تابع مفصل در توزیع چند متغیره این است که نسبت به تبدیل‌های یکنواخت حاشیه‌ای تغییر نمی‌کند. به عنوان مثال اعمال تبدیل‌هایی نظیر تبدیل لگاریتمی اثری ندارد که این مزیت بزرگی محسوب می‌شود. در صورتی که واریوگرام به این تبدیل‌ها بسیار وابسته می‌باشند.

مراحل کلی تخمین تابع مفصل تجربی دو متغیره را از داده های مشاهداتی $z(s_1),\ldots,z(s_n)$ به صورت زیر می‌باشد[۲].

۱. محاسبه تابع توزیع حاشیه ای $F_z(z)$ برای داده های مشاهداتی

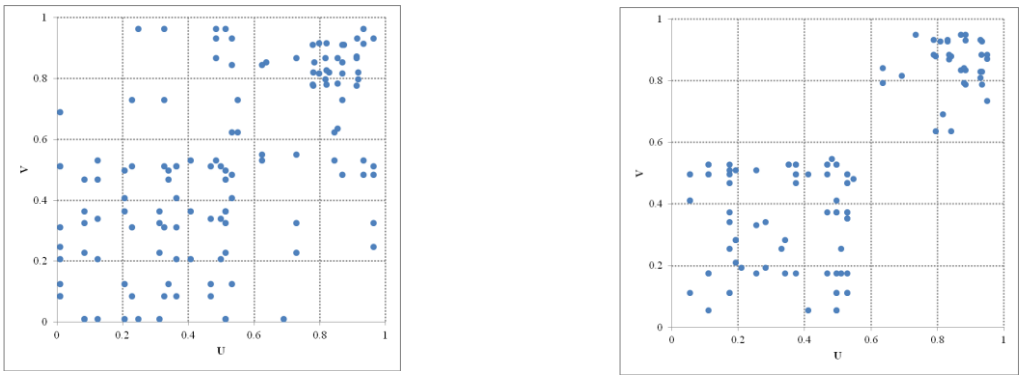
۲. محاسبه مجموعه $S(h)$ به طوری که:

$$S(h)=\left\{\left(F_z\left(z\left(s_i\right)\right),F_z\left(z\left(s_i\right)\right)\right)\ \middle|\ |s_i-s_j|\approx h\right\} \qquad (4)$$

۳. محاسبه $q_{i,j}$ به صورت زیر

$$\begin{aligned} q_{i,j}&=c^*\left(\frac{2i-1}{2k},\frac{2j-1}{2k}\right)\\ &=\frac{k^2}{|S(h)|}.\left|(u,v)\in S(h);\frac{i-1}{k}<u<\frac{i}{k}\quad \&\quad \frac{j-1}{k}<v<\frac{j}{k}\right| \end{aligned} \qquad (5)$$

ساختار تابع مفصل به گونه‌ای است که می‌تواند میزان و درجه همبستگی‌ها را در مقادیر مختلف داده‌ها یا به عبارت دیگر چندک‌های مختلف به صورت مجزا ارائه دهد. این مطلب در شکل ۱ و ۲ به وضوح قابل مشاهده است.

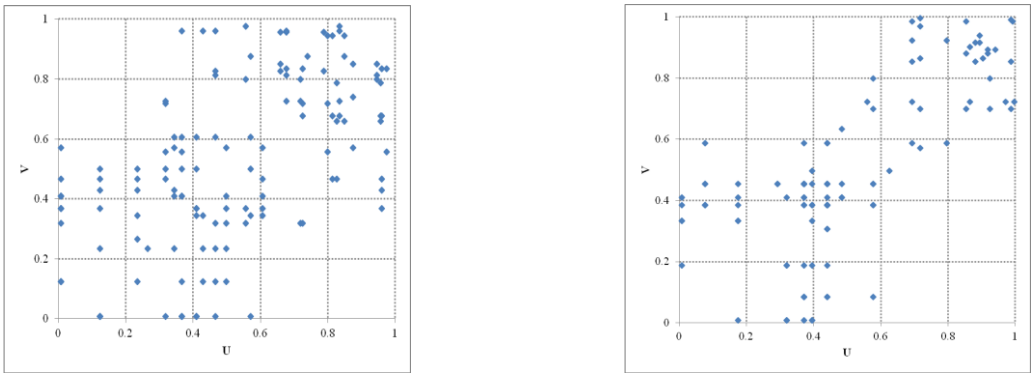


(ب) (الف)

شکل ۲- نمودار پراکنش تابع مفصل تجربی برای (الف) بردار فاصله ای ۵ کیلومتر (ب) بردار فاصله ای ۹ کیلومتر مربوط به پارامتر سولفات موجود در آب زیرزمینی دشت کرمان

www.SID.ir

Archive of SID



(ب) (الف)

شکل ۳- نمودار پراکنش تابع مفصل تجربی برای (الف) بردار فاصله ای ۵ کیلومتر (ب) بردار فاصله ای ۹ کیلومتر مربوط به پارامتر بی کربنات موجود در آب زیرزمینی دشت کرمان در تیرماه سال ۱۳۹۱

شکل ۲ الف نشان‌دهنده تابع مفصل تجربی برای پارامتر سولفات موجود در آب زیرزمینی دشت کرمان در تیرماه سال ۱۳۹۱ می‌باشد که برای بردار فاصله ای ۵ کیلومتر بدست آمده است و مستقل از جهت می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، این نمودار نشان‌دهنده همبستگی بالا در چندک‌های بالای داده‌ها و همبستگی کم در چندک‌های پایین داده می‌باشد. در مقابل، شکل ۳ بیانگر همان مقادیر برای بردار فاصله ای ۹ کیلومتر می‌باشد. میزان همبستگی بی کربنات که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، به مراتب بهتر از میزان همبستگی مربوط به سولفات می‌باشد. با این حال به طور مشابه میزان همبستگی با افزایش بردار فاصله کمتر می‌شود. همچنین، این همبستگی با افزایش فاصله دو نقطه کمتر و کمتر می‌شود. بدیهی است که این دو نمودار نسبت به محور u=v متقارن اند، به این دلیل که اگر $(u,v) \in S(h)$ آنگاه $(v,u) \in S(h)$.

۴.۲. واریوگرام و تابع مفصل تجربی

واریوگرام ابزاری برای نمایش ارتباط فضایی پارامترهای یک تابع تصادفی از متغیرهای ناحیه ای می‌باشند. متغیر ناحیه ای، حالتی از متغیر تصادفی است که مقدار آن در هر نقطه از فضا مستقل از مختصات آن نقطه است ولی به فاصله آن دو نقطه بستگی دارد. به عبارت دیگر، قالب فاصله ای داشته باشد. [۷]

از آنجا که واریوگرام وابستگی دو نقطه از فضا را با هم مورد بررسی قرار می‌دهد، می‌توان از تابع مفصل به عنوان جایگزینی برای واریوگرام استفاده کرد. استفاده از تابع مفصل به این دلیل که به طور کامل وابستگی احتمالاتی را بیان می‌کند، می‌تواند در این زمینه بسیار مفید واقع شود. مشابه واریوگرام، فرض بر این است که تابع مفصل وابسته به مختصات نیست، بلکه فقط به وابسته به بردار جداکننده دو نقطه می‌باشد.

مشابه واریوگرام، تابع مفصل تجربی را نیز می‌توان برای هر بردار فاصله ای h بدست آورد. تفاوت آن‌ها در این است که تابع مفصل همبستگی‌ها را به صورت جداگانه مورد بررسی قرار می‌دهد. بنابراین، تابع مفصل اطلاعات کامل‌تری را ارائه می‌دهد، بدین گونه که ساختار وابستگی را به صورت جداگانه برای چندک‌های مختلف و فاصله های متفاوت ارائه می‌دهد. این تفاوت در درون یابی بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

۵.۲. معیار همبستگی رو اسپیرمن

رو اسپیرمن[1] معیاری برای بررسی هماهنگی[2] جفت متغیرهای تصادفی است. هماهنگی جفت متغیرهای تصادفی بدین صورت تعریف می‌شود که جفت متغیر تصادفی با هم هماهنگ اند اگر مقادیر بزرگ یکی از دو متغیر در ارتباط با مقادیر بزرگ متغیر دیگر و مقادیر کوچک آن در ارتباط با مقادیر کوچک متغیر دیگر باشد [۴]. در صورتی که رابطه دو متغیر به صورت عکس باشد، دو متغیر تصادفی دارای هماهنگی معکوس[3] هستند. رو اسپیرمن را می‌توان از معادله ۶ بدست آورد.

[1] Spearman's rho
[2] Concordance
[3] Discordance

www.SID.ir

Archive of SID

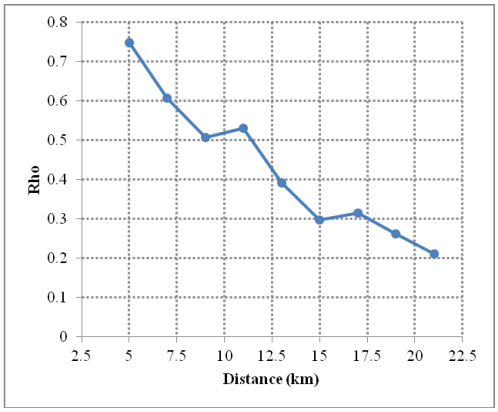
$$\rho_{x,y} = 3\left(P\left[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_3) > 0\right] - P\left[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_3)\right] < 0\right) \quad (6)$$

همچنین رو اسپیرمن را می‌توان بر اساس همبستگی رتبه تابع مفصل محاسبه کرد. با فرض اینکه x و y دو متغیر تصادفی با توابع توزیع حاشیه ای F(x) و G(y) هستند، رتبه مربوط به آن‌ها از بر اساس u=F(x) و v=G(y) بدست می‌آیند (معادله ۷)[۲].

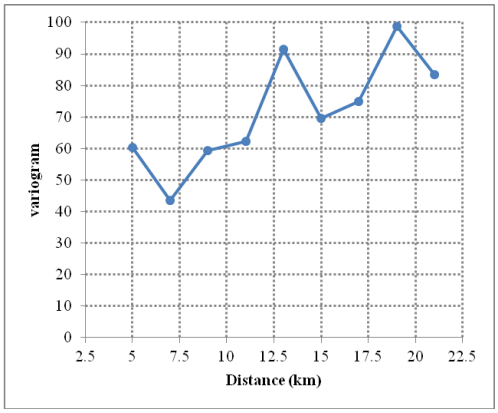
$$\rho_{X,Y} = \frac{E(UV) - E(U)E(V)}{\sqrt{Var(U)}\sqrt{Var(V)}} \quad (7)$$

۳. نتایج

مشابه واریوگرام، برای هر بردار فاصله ای مدنظر می‌توان همبستگی رتبه را محاسبه نمود. منحنی‌های همبستگی رتبه میزان همبستگی دو تابع توزیع حاشیه ای را بیان می‌کند، در نتیجه می‌تواند بهتر از واریوگرام عمل کند. شکل ۴ نشان‌دهنده‌ی واریوگرام غلظت سولفات موجود در آب زیرزمینی دشت کرمان و همچنین منحنی همبستگی رتبه متناسب با آن می‌باشد. شکل ۵ نیز مربوط به مقادیر بی کربنات می‌باشد.

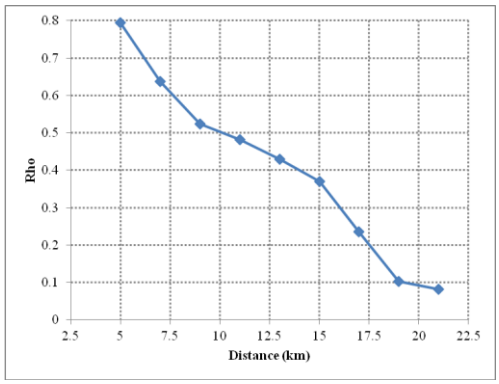


(ب)

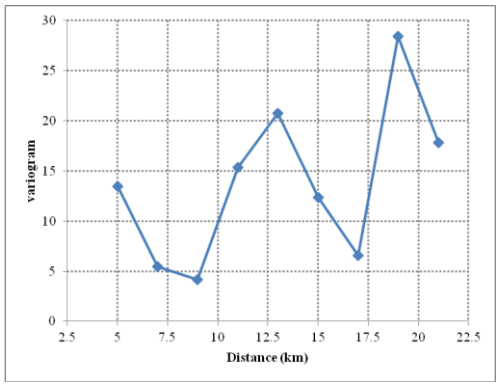


(الف)

شکل ٤- (الف) واریوگرام مربوط به غلظت سولفات موجود در آب زیرزمینی دشت کرمان (ب) منحنی رتبه رو اسپیرمن متناسب با واریوگرام



(ب)



(الف)

شکل ٥- (الف) واریوگرام مربوط به غلظت بی کربنات موجود در آب زیرزمینی دشت کرمان (ب) منحنی رتبه رو اسپیرمن متناسب با واریوگرام

همان‌طور که مشاهده می‌شود، منحنی رتبه ساختار همبستگی متغیرهای تصادفی موجود را به صورت شفاف به نمایش گذاشته است، در صورتی که واریوگرام مربوط به آن‌ها خصوصاً واریوگرام بی‌کربنات ساختار خاصی را مشخص نکرده‌اند. یکی از دلایل اصلی این موضوع چولگی

www.SID.ir

Archive of SID

بالای داده های سولفات و بی کربنات می‌باشد که موجب دگرگونی ساختار واریوگرام شده و در منحنی‌های رتبه مربوط به تابع مفصل اثر چندانی نگذاشته است. این موضوع، نشان‌دهنده این است که واریوگرام، تأثیرپذیری بالایی از تابع توزیع حاشیه ای برازش داده شده دارند و برخلاف آن تابع مفصل و همبستگی رتبه‌ی متناسب با آن، متحمل چنین تأثیری نمی‌باشند. تابع مفصل با توجه به عدم تأثیرپذیری از چولگی و امکان برازش توابع مفصل تئوری بر آن، توانایی بسیار بالایی در بررسی تغییرات مکانی و حتی زمانی پارامترهای کیفی آب زیر زمینی دارد.

۴. نتیجه گیری

با توجه به این که منبع اصلی تأمین آب شرب شهر کرمان، منابع آب زیرزمینی می‌باشند، بررسی کیفی این منابع بسیار حائز اهمیت است. در این تحقیق به منظور ارائه رویه‌ای نو در بررسی وابستگی‌های پارامترهای کیفی آب زیرزمینی داده های کیفی مربوط به ۵۲ چاه پیزومتری دشت کرمان طی سال‌های ۸۶ الی ۹۰ برداشت شده و مورد استفاده و بررسی قرار گرفتند. پارامترهای مورد استفاده در این تحقیق، غلظت سولفات و بی‌کربنات موجود در آب زیرزمینی بود که از جمله مهم‌ترین پارامترهای کیفی آب زیرزمینی می‌باشند.

در بررسی‌های زمین آماری، یکی از مهم‌ترین مشکلات پیش رو عدم امکان بررسی وابستگی پارامترها در مقادیر مختلف و یا به عبارتی چندک‌های مختلف داده‌هاست. از طرفی نیاز به داده‌هایی با توزیع نرمال که در طبیعت کمتر یافت می‌شود، به مشکلات آن می‌افزاید. رویه پیش رو در این تحقیق، مشکلات ذکر شده را برطرف می‌کند. تابع مفصل با توجه به اینکه نسبت به تبدیل‌های یکنواخت حاشیه‌ای تغییر نمی‌کند، می‌تواند در این زمینه مورد استفاده قرار گیرد. همانطور که مشاهده گردید، منحنی رتبه ساختار همبستگی متغیرهای تصادفی موجود را به صورت شفاف به نمایش گذاشته است، در صورتی که واریوگرام مربوط به آن‌ها خصوصاً واریوگرام بی‌کربنات ساختار خاصی را مشخص نکرده‌اند. یکی از دلایل اصلی این موضوع چولگی بالای داده های سولفات و بی کربنات می‌باشد که موجب دگرگونی ساختار واریوگرام شده و در منحنی‌های رتبه مربوط به تابع مفصل اثر چندانی نگذاشته است. در ترسیم واروگرام، یکی از مهمترین نکاتی که بایستی رعایت گردد، مسئله عدم وجود چولگی در داده ها و بعبارت دیگر نرمال بود آن‌ها می‌باشد که در طبیعت مشاهده می‌گردد. همچنین بر خلاف واریوگرام که به داده های پرت حساسیت زیادی را از خود بروز می‌دهد، تابع مفصل حساسیت کمتری به داده های پرت دارد. مهم‌ترین ویژگی تابع مفصل که در مطالعات پهنه بندی و درون یابی می‌تواند مورد توجه قرار گیرد، ارائه مجزای همبستگی برای چندک‌های مختلف داده‌هاست. ویژگی‌های فوق بیانگر توانایی تابع مفصل به عنوان جایگزینی برای روش‌های مرسوم زمین آماری می‌باشد.

۵. مراجع

۱.علی فلاح زاده، ر.، پورسید، م.، دادبین پور، ع. و فرح زادی، م. (۱۳۹۰) ، "آلاینده های تهدید کننده منابع آب زیرزمینی شهرستان ابرکوه، راهکارها و فرصت ها"، اولین همایش منطقه ای توسعه منابع آب، ابرکوه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد ابرکوه.

2. Bardossy, S. (2006), "Copula-based geostatistical models for groundwater quality parameters", Water Resources Research, **42**(11), pp 1-12.
3. Dupuis, D. J. (2007), "Using Copulas in Hydrology: Benefits, Cautions, and Issues", Journal of Hydrologic Engineering, **12** (4), pp 381-393.
4. Nelsen, R. (1999), "*An Introduction to Copulas*", Springer, New York.
5. Samaniego, L., Bardossy, A. & Kumar, R. (2010). "Streamflow prediction in ungauged catchments using copula-based dissimilarity measures", Water Resources Research. **42**(2), pp 1-22.
6. Drouet-Mari, D. and S. Kotz (2001), "*Correlation and Dependence*", Imp. Coll. Press, London.

۷.حسنی پاک، ع. (۱۳۸۶)، "*زمین آمار*"، چاپ سوم، انتشارات دانشگاه تهران.

۸.زینلی نجف آبادی، م. (۱۳۸۵)، "*تابع مفصل و بررسی خواص و کاربردهای آن*" ، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، بخش آمار، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان.

۹. خلیلیان، ص.، زارع مهرجردی، م. (۱۳۸۴)، "ارزش گذاری آبهای زیرزمینی در بهره برداری های کشاورزی مطالعه موردی گندمکاران شهرستان کرمان (۸۲-۱۳۸۳)"، نشریه اقتصاد کشاورزی و توسعه، پاییز ۱۳۸۴، ۵۱، ۱۴-۱

۱۰. شرکت سهامی آب منطقه ای کرمان. (۱۳۸۷)،" *سیمای آب استان*"، معاونت مطالعات پایه منابع آب.

۱۱. محمودی، ز.، نصیری مهر، س. و طهماسبی پور، ن. (۱۳۹۲)، " اهمیت و نقش مدیریت منابع آب دراستان کرمان (با تاکید بر منابع آب زیرزمینی)" دوازدهمین همایش ملی آبیاری و کاهش تبخیر،کرمان، دانشگاه شهید باهنر.

www.SID.ir