

اصلاح کرنل انتگرال گیری در وارونه سازی داده های گرانی

علی رضا آزموده اردلان^۱، روح الله کریمی^۲، امیر عبادی^۳

۱. استاد گروه مهندسی نقشه برداری دانشکده فنی دانشگاه تهران

Ardalan@ut.ac.ir

۲. استادیار دانشکده مهندسی نقشه برداری دانشگاه تفرش

Rkarimy@ut.ac.ir

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران نقشه برداری دانشکده فنی دانشگاه تهران و کارشناس ناظر میکروژئودزی سازمان نقشه برداری

کشور

Ebadi-a@ncc.org.ir

چکیده

یکی از مشکلات عمده در حل عددی معادلات انتگرالی رزولوشن داده های ورودی است، که اگر رزولوشن داده های ورودی برای حل عددی انتگرال مناسب نباشد، منجر به جواب های غیر واقعی می شود. از هنگام استفاده معادلات انتگرالی در ژئودزی، روش تک مرحله ای معکوس^۱ بر مبنای مشتقات مرتبه اول انتگرال پواسن بیضوی برای انتقال شتاب ثقل در سطح زمین به پتانسیل ثقل بر روی بیضوی مرجع مورد استفاده قرار گرفته است. در این مقاله نشان داده شده است که با اصلاح کرنل انتگرال گیری، می توان تا حدود زیادی بر این مشکل غلبه کرد. این روش در یک منطقه مطالعاتی واقع در غرب ایران تست شده و نتایج عددی بیان گر موفقیت روش یاد شده جهت غلبه بر رزولوشن نامناسب داده های گرانی ورودی می باشد.

واژه های کلیدی: وارونه سازی^۲ داده های گرانی، تعیین ژئوئید، انتگرال آبل پواسن، کرنل اصلاح شده

۱- مقدمه

پتانسیل گرانی زمین نقش مهمی در فعالیت های ژئودتیکی همچون تعیین ژئوئید و شبه ژئوئید، یکسان سازی دیتوم های ارتفاعی و مدل سازی میدان گرانی ایفا می کند. البته به علت آن که نمی توان پتانسیل گرانی را به طور مستقیم مشاهده نمود، یکی از روش های تعیین آن، استفاده از مسائل مقدار مرزی ژئودتیکی بر مبنای تابع های مشاهداتی میدان گرانی مانند بردار گرانی، نرم بردار گرانی (گرانی) و دیگر مشتقات پتانسیل گرانی می باشد. در تعیین ژئوئید و برخی کاربردهای دیگر، در حل مسائل مقدار مرزی ژئودتیکی نیاز به انتقال به سمت پائین است، زیرا مشاهدات گرانی در سطح یا بالای سطح زمین هستند در حالی که پتانسیل گرانی را بر روی ژئوئید یا بیضوی مرجع نیاز داریم. برای محاسبه پتانسیل گرانی روی ژئوئید یا بیضوی مرجع از داده های گرانی می توان از روش های یک مرحله ای یا دو مرحله ای استفاده نمود. روش دو مرحله ای شامل دو

1. One-step inversion

2. Downward continuation

قسمت جداگانه است: وارون سازی (تبدیل گرانی به پتانسیل) و انتقال به سمت پایین گرانی، در حالی که در روش تک مرحله‌ای مراحل ذکر شده با هم ترکیب شده و در یک مرحله انجام می‌شوند. همچنین روشهای یک مرحله و دو مرحله ای می‌توانند به صورت مستقیم و یا معکوس انجام شوند.

معمولاً در روش‌های تک مرحله‌ای و دو مرحله‌ای معکوس، با معادلات انتگرالی و مشکلاتی از قبیل ناپایداری، خطای برش و گسسته‌سازی ناحیه انتگرال‌گیری در حل آنها سر و کار داریم. این مقاله بر روی یک روش یک مرحله ای معکوس که در اردلان (۲۰۰۰) ارائه شده است و روی یک مشکل جدید در حل عددی معادله انتگرالی مورد استفاده متمرکز می‌شود. اردلان (۲۰۰۰) بر پایه تکنیک حذف-محاسبه-بازگشت^۲، روشی را برای محاسبه پتانسیل گرانی روی بیضوی مرجع با استفاده از مقادیر گرانی روی سطح زمین بر اساس حل معکوس مشتق اول انتگرال پواسن بیضوی ارائه داد. سپس از این روش در اردلان-گرافارند (۲۰۰۴) برای تعیین ژئوئید ایران، اردلان و صفری (۲۰۰۵) برای تعیین بایاس دیتوم ارتفاعی ایران، صفری و همکاران (۲۰۰۵) برای تعیین ژئوئید جدید ایران، اردلان و همکاران (۲۰۱۰a) برای تعیین بایاس دیتوم ارتفاعی فنلاند و اردلان و همکاران (۲۰۱۰b) برای تعیین شبه ژئوئید جنوب غرب فنلاند مورد استفاده قرار گرفت. در روش ارائه شده توسط اردلان (۲۰۰۰)، متوجه شدیم که تغییرات کرنل انتگرال به عنوان تابعی از فاصله کروی از نقطه مورد محاسبه وقتی ارتفاع نقطه محاسباتی به سمت مقادیر کوچک تر میل می‌کند خیلی سریع است. این موضوع شرایط را وقتی کرنل انتگرال در همسایگی خیلی نزدیک نقطه محاسباتی تغییر علامت می‌دهد حادث می‌کند که این مشکل همان چیزی است که در کرنل انتگرال روش تک مرحله‌ای معکوس اتفاق می‌افتد. از نقطه نظر انتگرال‌گیری به این معناست که با تغییر سریع تابع کرنل، ارزیابی معادله انتگرالی نیاز به نقاط نمونه برداری بیشتری در فاصله زمانی دارد. این موضوع یعنی داده گرانی متراکم‌تری در منطقه با ارتفاع کم‌تر برای ارزیابی صحیح معادله انتگرالی نیاز داریم، در نتیجه دو سوال مهم زیر پیش روی ما قرار می‌گیرد: (۱) چگونه بفهمیم که داده ورودی گرانی رزولوشن کافی برای بکارگیری صحیح روش تک مرحله‌ای معکوس را دارد؟ (۲) اگر داده گرانی ورودی رزولوشن کافی را برای بکارگیری صحیح روش تک مرحله‌ای معکوس ایجاد نکند چه کار کنیم؟ سوال اخیر از آن جهت اهمیت دارد که در عمل ما مجبوریم با داده گرانی کار کنیم که هیچ نقشی در رزولوشن آن‌ها نداریم و پاسخ به سوال اول نیز راه‌کاری است که در این جا به آن می‌پردازیم. در بخش دوم مدل ریاضی روش تک مرحله‌ای معکوس را معرفی و فرمول‌های آن را بیان می‌کنیم. بخش سوم به پیاده‌سازی عددی در منطقه تست و نتایج عددی آن دارد و در بخش آخر نتیجه‌گیری خواهیم نمود.

۲- پیاده‌سازی ریاضی روش تک مرحله‌ای معکوس

فرم گسسته معادله انتگرالی که بر اساس تکنیک حذف-محاسبه-بازگشت در اردلان (۲۰۰۰) ارائه شده است به صورت زیر می‌باشد:

$$\delta \tilde{g}^L(\lambda, \varphi, \eta) = \sum_{i=1}^{i_{max}} \sum_{j=1}^{j_{max}} \frac{1}{4\pi} \iint_{E_{a,b}^2} K(\lambda, \varphi, \eta + \Delta\eta; \lambda'_{ij}, \varphi'_{ij}) \cos \varphi'_{ij} \Delta\varphi' \Delta\lambda' \tilde{T}^L(\lambda'_{ij}, \varphi'_{ij}, \eta_0) \quad (1)$$

که در رابطه بالا $\delta \tilde{g}^L$ نوسان جاذبه باقیمانده کاهش یافته است که از حذف گرانی مرجع از مشاهدات گرانی حاصل می‌شود، \hat{T}^L آنامولی پتانسیل باقیمانده کاهش یافته، $\Delta\varphi'$ و $\Delta\lambda'$ رزولوشن شبکه انتگرال‌گیری روی بیضوی مرجع و K کرنل انتگرال است که به صورت زیر می‌باشد:

$$K(\lambda, \varphi, \eta; \lambda'_{ij}, \varphi'_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{m_{\lambda\lambda}}} \frac{g_{ref}^{\lambda}}{g_{ref}} \frac{\partial \mathcal{P}(\lambda, \varphi, \eta; \lambda', \varphi', \eta_0)}{\partial \lambda} + \frac{1}{\sqrt{m_{\varphi\varphi}}} \frac{g_{ref}^{\varphi}}{g_{ref}} \frac{\partial \mathcal{P}(\lambda, \varphi, \eta; \lambda', \varphi', \eta_0)}{\partial \varphi} + \frac{1}{\sqrt{m_{\eta\eta}}} \frac{g_{ref}^{\eta}}{g_{ref}} \frac{\partial \mathcal{P}(\lambda, \varphi, \eta; \lambda', \varphi', \eta_0)}{\partial \eta} \quad (2)$$

که \mathcal{P} کرنل انتگرال پواسن، g_{ref} گرانی مرجع و g_{ref}^{λ} ، g_{ref}^{φ} ، g_{ref}^{η} مولفه‌های بردار گرانی مرجع و $m_{\lambda\lambda}$ ، $m_{\varphi\varphi}$ و $m_{\eta\eta}$ عناصر ماتریس تنسور متریک هستند. گرانی مرجع نیز از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$g_{ref} = g_{GGM} + g_{RTM} \quad (3)$$

که g_{GGM} گرانی حاصل از بسط هارمونیک‌های کروی/بیضوی یک مدل ژئوپتانسیلی جهانی مانند EGM2008 و g_{RTM} اثر جاذبه توپوگرافی باقی‌مانده می‌باشد. رابطه (۱)، در حقیقت معادله مشاهده ما در روش یک مرحله‌ای معکوس برای تعیین پتانسیل گرانی روی بیضوی مرجع با استفاده از مشاهدات گرانی زمینی می‌باشد.

۳- اصلاح کرنل انتگرال‌گیری

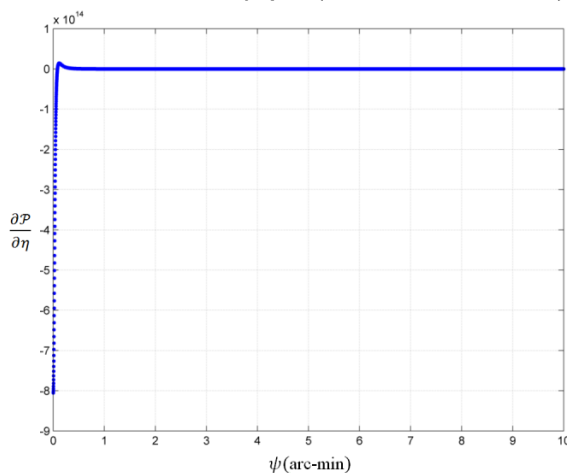
با آماده ساختن مرحله ریاضی روش تک مرحله‌ای معکوس در بخش ۲، حالا آماده بکارگیری صحیح آن هستیم. به همین منظور می‌بایست با کرنل انتگرال در رابطه (۱) یعنی $K(\lambda, \varphi, \eta; \lambda'_{ij}, \varphi'_{ij})$ و رفتار آن شروع کنیم. با توجه به این که g_{ref}^{η} (مولفه ارتفاعی بردار گرانی مرجع) بسیار بزرگ‌تر از دو مولفه دیگر می‌باشد، برای مطالعه رفتار کرنل کافی است $\partial \mathcal{P} / \partial \eta$ را بررسی نماییم. شکل‌های ۱ و ۲ تغییرات را نسبت به فاصله کروی ψ در دو نقطه محاسباتی که هر دو دارای عرض بیضوی ژاکوبی $\varphi = 34.4102^\circ$ و طول بیضوی ژاکوبی $\lambda = 50.5^\circ$ اما ارتفاع متفاوت $\eta = 3.1947$ (متناظر با ارتفاع ژئودتیک $h=100\text{m}$) و $\eta = 3.1963$ (متناظر با ارتفاع ژئودتیک $h=10000\text{m}$) هستند نشان می‌دهد. برای رسم شکل‌های ۱ و ۲، آزیموت را ثابت و برابر $\alpha = 45^\circ$ در نظر گرفته و از بیضوی مرجع WGS84 بر مبنای فرکانس صفر جزر و مد استفاده شده است. ($a=6378137\text{m}$, $b=635675.3142\text{m}$, $\eta_0 = 3.194711$)

بر اساس شکل‌های ۱ و ۲ کرنل با مقداری منفی شروع شده سپس در همسایگی نقطه محاسباتی به صفر رسیده، مقدار مثبتی پیدا می‌کند و به طور جانبی به سمت صفر میرود. با مقایسه شکل‌های ۱ و ۲ تاثیر ارتفاع بر رفتار کرنل انتگرال آشکار می‌شود به دین صورت که ارتفاع کم‌تر منجر به تغییرات سریع‌تر $\partial \mathcal{P} / \partial \eta$ نسبت به ψ در اطراف نقطه محاسباتی می‌شود. بنابراین اگر شبکه روی بیضوی مرجع به اندازه کافی متراکم نباشد آنگاه مقادیر منفی بزرگی که کرنل در اطراف نقطه محاسباتی دارد در برآورد عددی رابطه (۱) شرکت نخواهند داشت و نتایج کاملاً اشتباهی بدست خواهد آمد. بنابراین ما مجبوریم برای برآورد صحیح رابطه (۱) در

ارتفاع‌های کوچک‌تر در نقطه محاسباتی، شبکه انتگرال‌گیری روی بیضوی مرجع را متراکم‌تر نماییم. متراکم ساختن شبکه انتگرال‌گیری روی بیضوی مرجع همراه با افزایش تعداد مجهولات که نیازمند افزایش تعداد مشاهدات در سمت چپ رابطه (۱)، جهت حل کمترین مربعات برای مجهولات است.

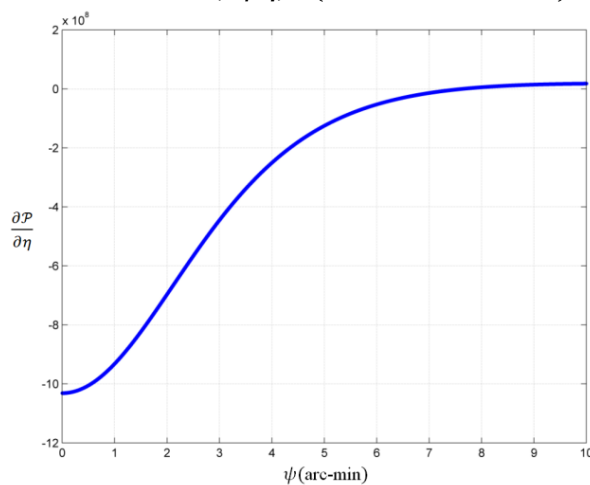
شکل ۱. تغییرات کرنل پواسن بیضوی $\partial \mathcal{P} / \partial \eta$ نسبت به فاصله کروی ψ در نقطه با مختصات بیضوی ژاکوبی

$$\alpha = 45^\circ \text{ در } (\lambda, \varphi, \eta) = (50.5^\circ, 34.4102^\circ, 3.1947)$$



شکل ۲. تغییرات کرنل پواسن بیضوی $\partial \mathcal{P} / \partial \eta$ نسبت به فاصله کروی ψ در نقطه با مختصات بیضوی ژاکوبی

$$\alpha = 45^\circ \text{ در } (\lambda, \varphi, \eta) = (50.5^\circ, 34.4102^\circ, 3.1963)$$



با این اوصاف ما با دو سوال زیر مواجه هستیم که:

(۱) چگونه متوجه می‌شویم که رزولوشن داده‌های ورودی گرانی برای اجتناب از مشکل ذکرشده کافی

است؟

(۲) چه کاری باید انجام دهیم، اگر رزولوشن داده‌های ورودی گرانی کافی نباشد و دسترسی به داده گرانی

برای افزایش رزولوشن نداشته باشیم؟

پاسخ ما به پرسش اول به صورت زیر است: ابتدا شبکه انتگرال‌گیری روی بیضوی مرجع را با رزولوشن

بهینه $\Delta \varphi'$ و $\Delta \lambda'$ که مطابق با تعداد داده ثقلی است که اجازه می‌دهد رابطه (۱) را بر اساس کمترین مربعات

حل کرد، تعریف می‌کنیم. سپس تغییرات کرنل $\partial \mathcal{P} / \partial \eta$ را بر اساس فاصله کروی ψ در نقطه $(\bar{\lambda}, \bar{\varphi}, \bar{\eta})$ و در

آزیموت $\alpha = 45^\circ$ رسم کرده و جایی که $\partial \mathcal{P} / \partial \eta$ صفر می‌شود (ψ_0) را پیدا می‌کنیم $(\bar{\lambda}, \bar{\varphi}, \bar{\eta})$ مختصات

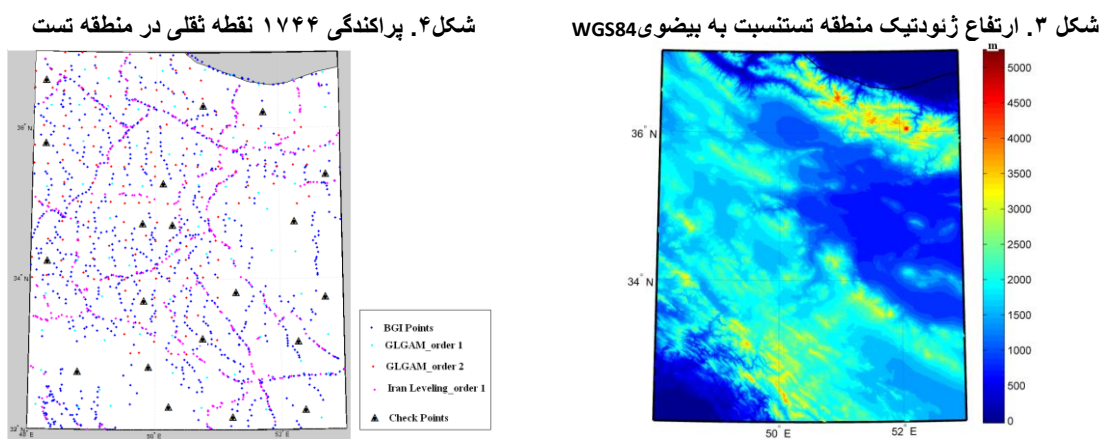
بیضوی ژاکوبی میانگین است). کنترل می‌کنیم ببینیم که آیا $\psi_0 \geq \sqrt{\Delta\varphi'^2 + \Delta\lambda'^2}$ است یا نه؟، در صورت مثبت بودن جواب رزولوشن داده ثقلی کافی است در غیر این صورت رزولوشن کم می‌باشد. وقتی که داده ثقلی در یک منطقه وسیعی با انواع مختلف توپوگرافی توزیع می‌شود، می‌توان منطقه را به بخش‌های کوچک‌تری تقسیم کرد و تست فوقرا انجام داده و روش تک مرحله‌ای معکوس را بر طبق رابطه (۱) به‌طور منطقه‌ای^۵ به انجام رساند. همین تکنیک را وقتی که توزیع داده ثقلی در منطقه یکنواخت نباشد می‌توان استفاده نمود. پاسخ ما به سوال دوم تغییر کرنل انتگرال رابطه (۱) به‌صورت زیر است:

$$\delta\tilde{g}^L(\lambda, \varphi, \eta) = \sum_{i=1}^{i_{max}} \sum_{j=1}^{j_{max}} \frac{1}{4\pi} \iint_{E_{a,b}^2} K(\lambda, \varphi, \eta + \Delta\eta; \lambda'_{ij}, \varphi'_{ij}) \cos \varphi'_{ij} \Delta\varphi' \Delta\lambda' \tilde{T}^L(\lambda'_{ij}, \varphi'_{ij}, \eta_0) \quad (۴)$$

جایی که $\Delta\eta = \eta^* - \eta_0$ است و η^* کمترین ارتفاع بیضوی ژاکوبی است که شرط $\psi_0 \geq \sqrt{\Delta\varphi'^2 + \Delta\lambda'^2}$ را برای تغییرات $\partial P / \partial \eta$ نسبت به ψ در نقطه $(\bar{\lambda}, \bar{\varphi}, \eta^*)$ در آزمون $\alpha = 45^\circ$ تامین می‌کند.

۴- پیاده سازی تستهای عددی

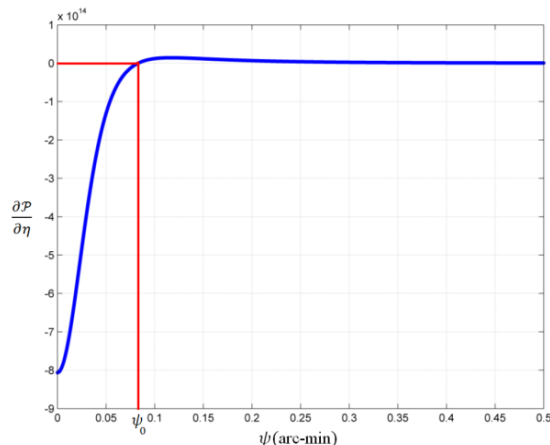
برای برآورد عددی راه‌حل پیشنهادی برای تصحیح روش تک مرحله‌ای معکوس، یک منطقه تست در غرب ایران در محدوده $\varphi = 32^\circ \sim 37^\circ$ و $\lambda = 48^\circ \sim 53^\circ$ انتخاب نمودیم. شکل ۳ نمایشی از مدل ارتفاعی منطقه فوق است. در منطقه تست ۱۷۴۴ نقطه مشاهداتی ثقلی انتخاب نمودیم که شامل ۱۰۶۶ نقطه BGI و ۴۴۰ نقطه از شبکه ترازبایی دقیق ایران و ۷۵ نقطه از شبکه درجه یک چند منظوره ایران و ۱۶۳ نقطه از شبکه درجه دو چند منظوره ایران است. پراکندگی نقاط در شکل ۴ نمایش داده شده است.



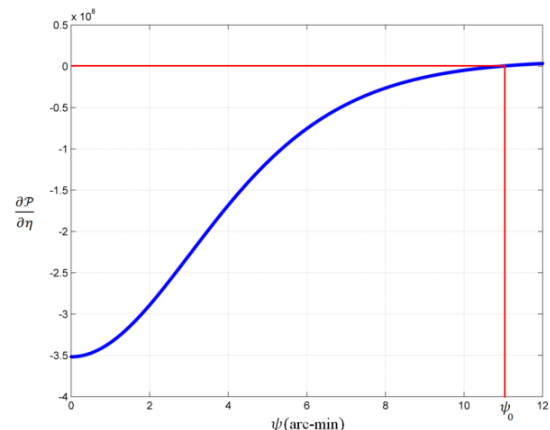
با فرض ۱۷۴۴ نقطه ثقلی در سطح زمین، $\Delta\varphi' = 7.728'$ و $\Delta\lambda' = 7.728'$ به عنوان رزولوشن بهینه برای شبکه انتگرال‌گیری روی بیضوی رفرنس انتخاب شد. با توجه به این که منطقه تست در عرضهای میانی قرار دارد رزولوشن در راستای طول و عرض جغرافیایی برابر گرفته شده است. برای کنترل کافی بودن رزولوشن داده ورودی ثقلی، بر اساس روش معرفی شده در بخش ۳، تغییرات $\partial P / \partial \eta$ نسبت به ψ در نقطه $(\bar{\lambda}, \bar{\varphi}, \eta) = (50.2196^\circ, 34.4373^\circ, 3.1949)$ در آزمون $\alpha = 45^\circ$ رسم شده است (شکل ۵). بر اساس شکل ۵، $\psi_0 = 1.1421'$ بدست می‌آید، و تا وقتی که $\sqrt{\Delta\varphi'^2 + \Delta\lambda'^2} = 10.929'$ ، رزولوشن داده

ورودی ثقلی کافی نخواهد بود. برای پیدا کردن η^* بر اساس روش معرفی شده در بخش ۳، تغییرات $\partial P / \partial \eta$ نسبت به ψ در نقطه $(\bar{\lambda}, \bar{\varphi}) = (50.2196^\circ, 34.4373^\circ)$ با ارتفاع‌های ژاکوبی مختلف (η) در آزیموت $\alpha = 45^\circ$ با شرط $\psi_0 > 10.929'$ رسم شده است (شکل ۶). همانطور که شکل ۶ نشان می‌دهد، ψ_0 برابر است با $\eta^* = 3.197$ (معادل با ارتفاع ژئودتیک $lh=14320m$ است). با داشتن $\Delta\eta = \eta^* - \eta$ برای اجرای روش تک مرحله‌ای معکوس بر اساس رابطه ۲-۲۳ بکار گرفته می‌شود.

شکل ۵. تغییرات نسبت به ψ در نقطه $(\bar{\lambda}, \bar{\varphi}, \bar{\eta}) = (50.2196^\circ, 34.4373^\circ, 3.1949)$ در آزیموت $\alpha = 45^\circ$



شکل ۶. تغییرات نسبت به ψ در نقطه $(\bar{\lambda}, \bar{\varphi}, \eta^*) = (50.2196^\circ, 34.4373^\circ, 3.197)$ در آزیموت $\alpha = 45^\circ$

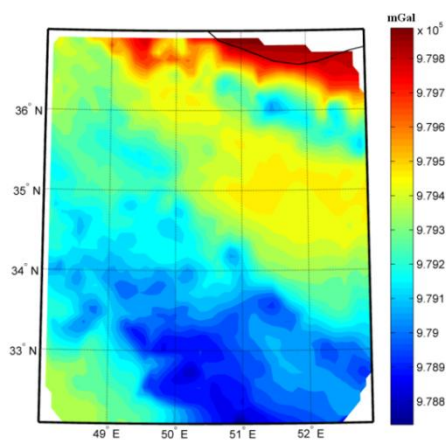


با حل رابطه (۴) به روش کمترین مربعات مقدار پتانسیل باقیمانده روی بیضوی مرجع نتیجه می‌شود. از آنجایی که روش تک مرحله‌ای معکوس بر مبنای حل معکوس انتگرال پواسن است، درحالی که یک مساله بدوضع می‌باشد، ممکن است نیاز به پایدارسازی داشته باشد. از جمله روش‌های پایدارسازی موجود، ما روش پیشنهادی (Koch and Kusche, 2002) را انتخاب کردیم. این روش، که یک روش تکراری است، با اختصاص مقادیر اولیه به مجهولات و ماتریس وزن آن‌ها و مشاهدات، محاسبات را آغاز می‌کند. در این جا مقدار مجهولات را صفر در نظر گرفتیم، چون مقدار پتانسیل باقیمانده روی بیضوی رفرنس کوچک هستند. ماتریس یکه نیز به عنوان ماتریس وزن اولیه برای مجهولات انتخاب شده است، و ماتریس وزن اولیه داده ثقلی بر مبنای دقت مشاهدات آماده شد.

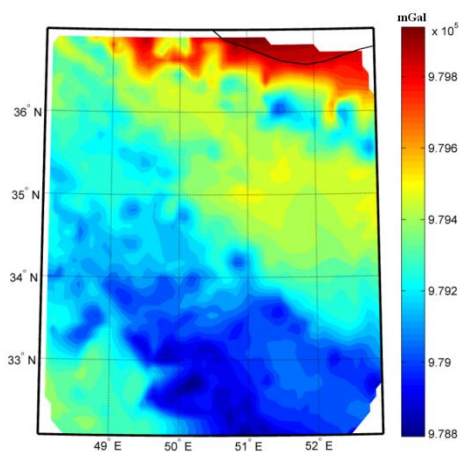
۵- نتایج عددی

شکل‌های ۷، ۸ و ۹ به ترتیب مشاهدات گرانی در سطح زمین و شتاب گرانی بر اساس مدل GGM و شتاب گرانی باقیمانده را روی سطح زمین نشان می‌دهند.

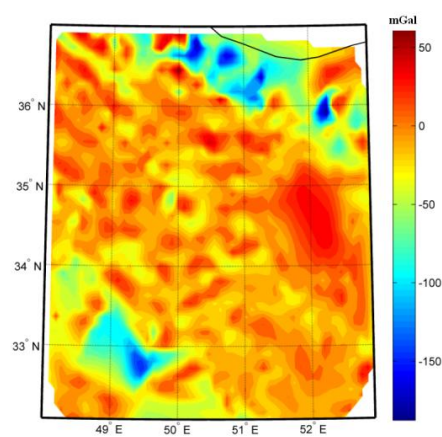
شکل ۷: شتاب گرانی روی سطح زمین



شکل ۸: شتاب گرانی بر اساس مدل GGM روی سطح زمین

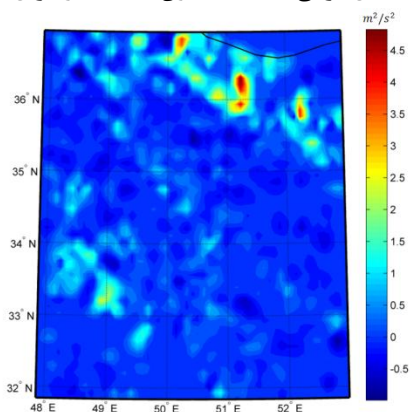


شکل ۹: شتاب گرانی باقیمانده روی سطح زمین

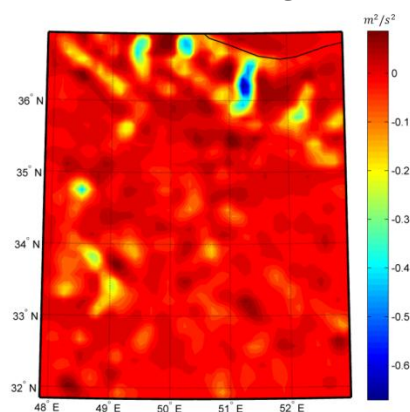


مقادیر آنومالی پتانسیل باقیمانده کاهش یافته روی بیضوی مرجع که از روش تک مرحله‌ای معکوس بدست آمده است، با بکارگیری کرنل اصلاح شده (شکل ۱۰) و بدون کرنل اصلاح شده (شکل ۱۱) نشان داده شده است.

شکل ۱۰: پتانسیل گرانی باقیمانده بدون استفاده از کرنل اصلاح شده



شکل ۱۱: پتانسیل گرانی باقیمانده با استفاده از کرنل اصلاح شده



اطلاعات آماری آنومالی پتانسیل باقیمانده کاهش یافته حاصل از روش تک مرحله‌ای معکوس با استفاده از کرنل اصلاح شده و بدون استفاده از کرنل اصلاح شده در جدول ۱ آورده شده است. با مقایسه شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ نتایج زیر بدست خواهد آمد:

الف) ترند گرانی باقیمانده در شکل ۹ با شکل ۱۱ همخوانی دارد، در حالیکه در شکل ۱۰ این‌طور نیست.
 ب) شکل ۱۰ هیچگونه سیگنالی نمایش نمی‌دهد و عمده مقدار آن صفر است، چون مقادیر منفی بزرگ کرنل (به شکل‌های ۱ و ۲ رجوع شود) در حین محاسبه به علت رزولوشن کم شبکه انتگرال‌گیری که ناشی از رزولوشن ناکافی داده‌های گرانی است، از دست می‌رود.

جدول ۱: اطلاعات آماری آنومالی پتانسیل باقیمانده کاهش یافته حاصل از روش تک مرحله‌ای معکوس با استفاده از کرنل اصلاح شده و بدون استفاده از کرنل اصلاح شده				
method	Min(m ² /s ²)	Max(m ² /s ²)	Mean(m ² /s ²)	Std(m ² /s ²)
Without modified kernel	-۰/۸۸۵۷	۵/۵۵۱۷	۰/۲۱۱۵	۰/۵۲۹۳
With modified kernel	-۰/۶۵۷۲	۰/۱۱۹۵	-۰/۰۰۸۷	۰/۰۶۷۲

با بازگشت اثرات حذف شده به آنومالی پتانسیل باقیمانده کاهش یافته، می‌توانیم آنومالی پتانسیل روی بیضوی مرجع را محاسبه نمائیم. با محاسبه آنومالی پتانسیل روی بیضوی مرجع و استفاده از فرمول برنز می‌توانیم ارتفاع ژئوئید را در منطقه تست محاسبه نمائیم. ژئوئید محاسبه شده با و بدون استفاده از کرنل اصلاح شده با ۲۰ نقطه GNSS/Levelling مقایسه شده است. پارامترهای آماری مقایسه فوق در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲: اطلاعات آماری اختلاف ژئوئید حاصل از روش تک مرحله‌ای معکوس با استفاده از کرنل اصلاح شده و بدون استفاده از کرنل اصلاح شده با ژئوئید GPS/Levelling				
method	Min(cm)	Max(cm)	Mean(cm)	Std(cm)
Without modified kernel	-۱۱۹/۲۸	۳۲/۱۸	-۳۲/۲۳	۳۸/۷۴
With modified kernel	۵۹/۰۱	۶۶/۹۹	۴/۱۹	۳۷/۳۱

جدول ۳: اطلاعات آماری اختلاف ژئوئید حاصل از روش تک مرحله‌ای معکوس با استفاده از کرنل اصلاح شده ژئوئید حاصل از مدل EGM2008 تا درجه و مرتبه ۷۲۰				
method	Min(cm)	Max(cm)	Mean(cm)	Std(cm)
With EGM2008(degree and order720)	-۱۱۵/۰۱	۲۲/۰۱	-۳۶/۶۱	۳۸/۳۴
With modified kernel	۵۹/۰۱	۶۶/۹۹	۴/۱۹	۳۷/۳۱

همان‌طور که جدول ۲ نشان می‌دهد، در ژئوئید محاسبه شده با کرنل اصلاح شده، در انحراف معیار ۱/۴۳ سانتی‌متر و در میانگین ۳۶/۴۲ سانتی‌متر بهبود نسبت به کرنل اصلاح نشده ایجاد شده است. هم‌چنین بر اساس جدول ۳ ملاحظه می‌گردد که استفاده از کرنل اصلاح شده نسبت به ژئوئید محاسبه شده بر مبنای مدل EGM2008 تا درجه و مرتبه ۷۲۰ نیز باعث بهبود ۱/۰۳ سانتی‌متر در انحراف معیار و ۴۰/۸۰ سانتی‌متر در میانگین می‌شود.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله تاثیر رزولوشن داده‌های گرانی ورودی در روش تک مرحله‌ای معکوس برای محاسبه پتانسیل گرانی بر روی بیضوی مرجع مورد بررسی قرار گرفت. تشخیص رزولوشن مناسب برای روش تک مرحله‌ای معکوس و ارائه راه حلی جهت رفع مشکل رزولوشن نامناسب داده‌های گرانی ورودی از جمله دستاوردهای این تحقیق می‌باشد. در این راستا، بررسی رفتار کرنل انتگرالگیری بسیار حائز اهمیت می‌باشد. راه‌حل پیشنهاد شده به‌طور عددی با انجام تست‌ها در منطقه غرب ایران تایید شد. تست‌های عددی به‌طور واضح نشان داد که بدون کاربرد روش پیشنهادی ما، چون رزولوشن داده ورودی ثقلی کافی نیست، هیچ بهبودی در میدان ثقل رفرنس ایجاد نمی‌شود، در حالی که با روش ما به‌طور واضح بهبودها قابل رویت است. تست‌های عددی انجام شده اثربخشی راه‌حل پیشنهادی و اهمیت آن در تصحیح روش تک مرحله‌ای معکوس را تصدیق می‌کنند.

۷- تقدیر و تشکر

از اداره کل زمینی سازمان نقشه برداری کشور به خصوص آقای دکتر سلطانیپور که با فراهم نمودن مشاهدات مورد نظر در منطقه تست ما را امر تحقیق و پژوهش این مقاله یاری نمودند تشکر و قدردانی می‌نماییم. امید است با توسعه همکاری آن مرکز با مراکز علمی کشور بستر مناسب‌تری جهت انجام تحقیقات نقشه‌برداری صورت پذیرد.

مراجع

1. Ardalan A.A. (2000), High-resolution regional geoid computation in the World Geodetic Datum 2000, based upon collocation of linearized observational functional of the type GPS, gravity potential and gravity intensity. Ph.D. thesis, Department of Geodesy and Geoinformatics, Stuttgart University, Stuttgart.
2. Ardalan A.A. and Grafarend E.W., 2004. High-resolution regional geoid computation without applying Stokes's formula: a case study of the Iranian geoid. *J Geodesy* 78:138-156.
3. Ardalan A.A., Karimi R. and Poutanen M., 2010a. A bias-free geodetic boundary-value problem approach to high datum unification. *J Geodesy* 84:123-134.
4. Ardalan A.A., Karimi R. and Bilker-Koivula M., 2010b. An overdetermined geodetic boundary-value problem approach to telluroid and quasi-geoid computations. *J Geodesy* 84:97-104.
5. Ardalan A.A. and Safari A., 2005. Global height datum unification: a new approach in gravity potential space. *J Geodesy* 79:512-523.
6. Koch K.R. and Kusche J., 2002. Regularization of geopotential determination from satellite data by variance component. *J Geodesy* 76:259-268.