



## حالت بهینه تطبیق شبه فاز (QPM) تولید هارمونیک دوم (SHG) برای پرتوهای

### موازی با استفاده از محاسبات عددی

حسینی، سید محمد؛ نادر علی، رحیم

گروه فیزیک، دانشگاه ارومیه، کیلومتر ۱۱ جاده نازلو، صندوق پستی ۱۶۵.

hosseinyismohammad@gmail.com

#### چکیده

در اکثر فرایندهای اپتیک غیرخطی به دلیل ناتوانی روش های تطبیق فاز کامل، کاهش چشم گیری در بهره تبدیل آن ها رخ می دهد. تطبیق شبه فاز، روشی برای جبران عدم تطبیق فاز کامل زمانیکه روش های تطبیق فاز کامل ناکارآمد باشند، می باشد. لذا با استفاده از تطبیق شبه فاز، حالتی برای سیستم رخ می دهد که در آن تطبیق فاز کامل باشد. در این کار با استفاده از محاسبات عددی بهینه حالت شار تولید هارمونیک دوم تطبیق شبه فاز مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

**کلمات کلیدی:** تطبیق شبه فاز، تولید هارمونیک دوم، محاسبات عددی شار تولید هارمونیک دوم تطبیق شبه فاز، QPM, SHG.

#### ۱. مقدمه

در اکثر فرایندهای اپتیک غیرخطی، اگر شرط تطبیق فاز کامل برقرار نباشد، کاهش محسوسی در بهره تولید آنها ایجاد می شود. اغلب رسیدن به شرط تطبیق فاز بسیار مشکل است، زیرا ضریب شکست اغلب مواد بدون اتلاف می باشند و اثری را نشان می دهند که به آن پاشندگی معمولی گفته می شود. چون ضریب شکست تابعی افزایشی از بسامد است لذا به شرط تطبیق فاز کامل نمی توان رسید. روش های زیادی برای رسیدن به شرط تطبیق فاز وجود دارد، مانند استفاده از پاشندگی بهنجار، استفاده از دو شکستی، تنظیم زاویه، تنظیم دما و... هر کدام از روش های فوق دارای معایبی هستند و به همین دلیل برای تمام مواد نمی توان از آن ها استفاده کرد. به طور مثال، روش هایی که در آن ها از دو شکستی یک محیط نوری برای رسیدن به شرط تطبیق فاز اپتیک غیرخطی استفاده می شوند محدودیت هایی وجود دارد مانند اینکه یک ماده ممکن است دو شکستی نشان ندهد (مثل نیمه رسانای گالیم آرسنید GaAs) و یا دو شکستی آن برای حذف پاشندگی ضریب شکست های خطی در گستره طول موج مورد نظر کوچک باشد. روشی به نام تطبیق شبه فاز (Quasi-Phase Matching) وجود دارد که هنگامی که نتوان تطبیق فاز کامل را برقرار کرد، از آن استفاده می شود. ایده تطبیق شبه فاز اولین بار در مقاله بسیار قدیمی آرمسترانگ و همکارانش (۱۹۶۲) گزارش شده است، که او پیشنهاد ورقه ورقه کردن یک محیط غیرخطی به لایه های نازک و

چرخاندن تناوبی آن به اندازه ۱۸۰ درجه را می دهد. البته روش های متعددی برای ساخت ساختارهای تطبیق شبه فاز طراحی شده است [۱].

در این مقاله با استفاده از روش ورقه ورقه کردن به تطبیق شبه فاز تولید هارمونیک دوم برای پرتوهای موازی پرداخته و شار تولید هارمونیک دوم را در شرایط تطبیق شبه فاز بدست می آورده و در نهایت با استفاده از نرم افزار Matlab تاثیرات تطبیق شبه فاز بر روی شار تولید هارمونیک دوم بررسی خواهد شد.

## ۲. مبنای نظری شار تولید هارمونیک دوم در شرایط تطبیق شبه فاز

به این دلیل که در این مقاله از روش ورقه ورقه کردن محیط غیرخطی استفاده شده است، ابتدا صفحات موج تطبیق شبه فاز را بررسی کرده و سپس به شار تولید هارمونیک دوم تطبیق شبه فاز پرداخته می شود.

### ۲-۱. بررسی صفحات موج تطبیق شبه فاز

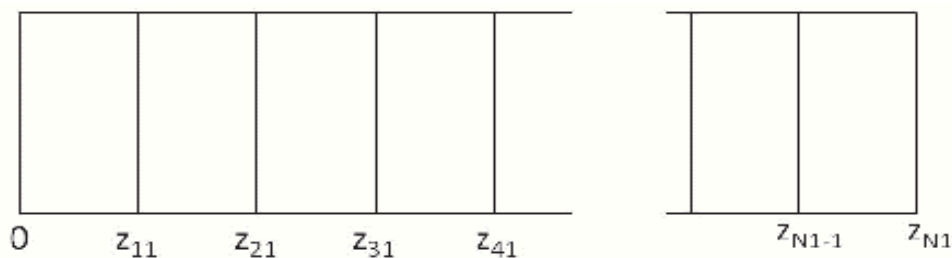
در این تکنیک، محیط غیر خطی به عنوان یک ساختار لایه ای پیکربندی شده است، که با مقادیر  $d_{eff}$  لایه های متوالی از نظر اندازه برابر اما مخالف در علامت یکدیگر و همچنین ضخامت هر لایه برابر با طول همدوسی محیط می باشند. دامنه های میدان در دو موج زمانی که تخلیه پمپ، پراش و جذب حضور نداشته باشند به صورت زیر می باشد. این معادله از معادلات انتشار دو موج در محیط غیر خطی گرفته شده است:

$$\frac{\partial u_1}{\partial z_1} = iae^{\pm i\sigma z_1} \quad (1)$$

که در آن  $u$  دامنه میدان الکتریکی در تراکنش دو موج می باشد،  $a$  ضریب جفت شدگی،  $z_1$  فاصله نرمالیزه که برابر  $\frac{z}{\ell}$  می باشد که  $z$  فاصله انتشار و  $\ell$  طول محیط غیرخطی است. علامت منفی در معادله فوق نشان دهنده زمانی است که  $u$  دامنه پرتو نور با فرکانس بالا باشد و علامت مثبت دامنه پرتو نور با فرکانس پایین می باشد.

فرض کنید که محیط غیرخطی به  $N$  لایه به طور مساوی تقسیم شده است، همانطور که در شکل (۱) نشان داده شده است، به طوری که ضخامت هر لایه  $\ell / N$  است. اگر مقدار فاصله نرمالیزه  $z_1$  در انتهای لایه اول توسط  $z_{11}$  مشخص شود:

$$z_{11} = \frac{\ell}{N} = \frac{1}{N} \quad (2)$$



شکل (۱): یک محیط غیرخطی تقسیم شده به لایه های مساوی.

$$N = \frac{\ell}{z_{11}} = \frac{1}{z_{11}} \quad (3)$$

که در آن  $z_1$  نشان دهنده ضخامت یک لایه در یک محیط غیرخطی با طول  $\ell$  دارای  $N$  تعداد لایه با ضخامت یکسان می باشد. که در آن

$$z_{21} = 2z_{11} = \frac{2}{N}$$

$$z_{31} = 3z_{11} = \frac{3}{N}$$

...

$$z_{N1} = Nz_{11} = \frac{N}{N} = 1 \quad (4)$$

برای تطبیق فاز  $\sigma = 0$  حل معادله (۱) با در نظر گرفتن  $u(0) = 0$  برابر خواهد بود با:

$$u(z_1) = iaz_1 \quad (5)$$

و مقدار  $u$  در آخرین لایه ها برابر

$$u(z_{N1}) = iaz_{N1} = ia \quad (6)$$

اگر عدم تطبیق فاز  $\sigma \neq 0$  برقرار باشد، جواب معادله (۱) برابر می شود با

$$u(z_1) = \pm \frac{a}{\sigma} (e^{\pm i\sigma z_1} - 1) \quad (7)$$

همچنین در آخر لایه اول ( $z_1 = z_{11}$ ) داریم

$$u(z_{11}) = \frac{a}{\sigma} (e^{i\sigma z_{11}} - 1) \quad (8)$$

معادله فوق نشان می دهد که مقدار ماکزیمم  $|u(z_{11})|^2$  وقتی برقرار است که  $\sigma z_{11}$  برابر  $\pi$  باشد پس

$$z_{11} = \frac{\pi}{\sigma} \quad (9)$$

همچنین ماکزیمم طول لایه اول برابر خواهد بود با

$$\ell z_{11} = \frac{\ell \pi}{\sigma} = \frac{\pi}{(\kappa_2 - 2\kappa_1)} = \ell_c \quad (10)$$

که تعیین می شود  $\ell_c$  طول همدوسی به صورت بالا. در طول موج های بالاتر از ( $5 \mu m$ ) یعنی در حدود ( $9 - 11 \mu m$ ) طول همدوسی می تواند بالا رود اما معمولا بیشتر از ( $200 \mu m$ ) تجاوز نمی کند. اگرچه کریستال های غیرخطی را می توان افزایش طول تا حدود چند سانتی متر داد اما بهره تبدیل آن ها در حضور عدم تطبیق فاز اغلب ضخامت یک لایه ضخیم در حدود ( $200 \mu m$ ) می باشد. تکنیک تطبیق شبه فاز راه حلی برای این مشکل می باشد.

همچنین  $\delta_1$  نشان دهنده تفاوت میان  $\zeta_1$  و  $\ell_c$  می باشد که به صورت زیر تعریف می شود:

$$\delta_1 = \frac{\zeta_1 - \ell_c}{\ell_c} \quad (11)$$

بنابراین از معادله (۳) و (۱۱) داریم:

$$\frac{\zeta_1}{\ell} = \frac{(1 + \delta_1)\ell_c}{\ell} = \frac{(1 + \delta_1)\pi}{\sigma} = \frac{1}{N} \quad (12)$$

بنابراین

$$\sigma = \pi N(1 + \delta_1) \quad (13)$$

۲-۲. تطبیق شبه فاز تولید هارمونیک دوم برای پرتوهای موازی با  $\delta_1 \neq 0$  و بدون تخلیه پمپ با توجه به روابط (۳) و (۱۳) خواهیم داشت:

$$\sigma z_{11} = \pi + \pi \delta_1 \quad (14)$$

دامنه  $u$  زمانیکه  $\delta_1 \neq 0$  در لایه هی آخری  $N$  می باشد با توجه به رابطه (۸) برابر

$$u(z_{11}) = \frac{a}{\sigma} (e^{i\sigma z_{11}} - 1) = -\frac{a}{\sigma} (e^{i\pi \delta_1} - 1) \quad (15)$$

همچنین

$$u(z_{21}) = -\frac{a}{\sigma} - \frac{2a}{\sigma} e^{i\pi \delta_1} - \frac{a}{\sigma} e^{2i\pi \delta_1} \quad (16)$$

و در نهایت

$$u(z_{N1}) = -\frac{a}{\sigma} - \frac{a}{\sigma} e^{Ni\pi \delta_1} - \frac{2a}{\sigma} (e^{i(N-1)\pi \delta_1} + e^{i(N-2)\pi \delta_1} + \dots + e^{2i\pi \delta_1} + e^{i\pi \delta_1}) \quad (17)$$

با در نظر گرفتن  $\omega = e^{i\pi \delta_1}$  بدست می آید:

$$\begin{aligned} u(z_{N1}) &= -\frac{a}{\sigma} (1 + \omega^N) - \frac{2a}{\sigma} (\omega + \omega^2 + \omega^3 + \dots + \omega^{(N-1)}) = \\ &= -\frac{a}{\sigma} (1 + \omega^N) - \frac{2a}{\sigma} \left( \frac{1 - \omega^N}{1 - \omega} - 1 \right) \\ &= -\frac{a(1 - \omega^N)(1 + \omega)}{\sigma(1 - \omega)} = -\frac{a(1 - e^{iN\pi \delta_1})(1 + e^{i\pi \delta_1})}{\sigma(1 - e^{i\pi \delta_1})} \end{aligned} \quad (18)$$

و در نهایت

$$|u(z_{N1})|^2 = \frac{4a^2}{\sigma^2} \sin^2 \frac{N\delta_1 \pi}{2} \cot^2 \frac{\delta_1 \pi}{2} \quad (19)$$

از آنجاکه

$$a = \kappa_s u_1^2 \quad (20)$$

که در آن  $\kappa_s = \sqrt{\xi_p \kappa_2}$  که  $\xi_p$  پارامتر کانونی می باشد و  $\kappa_2$  توان ورودی نرمالیزه می باشد، همچنین  $\kappa_s$  بردار موج ورودی می باشد و برای پرتوهای گوسی موازی:

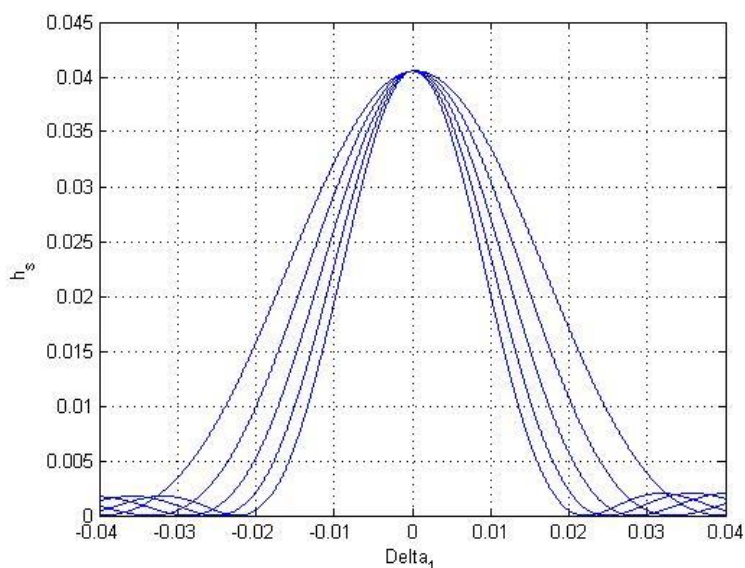
$$u_1 = e^{-\frac{x_1^2 + y_1^2}{2}} \quad (21)$$

که در آن  $x_1$  و  $y_1$  مختصات دکارتی  $x$  و  $y$  می باشد و در نهایت با توجه به شار تولید هارمونیک دوم، شار تولید هارمونیک دوم با شرایط تطبیق شبه فاز به شکل زیر نوشته می شود:

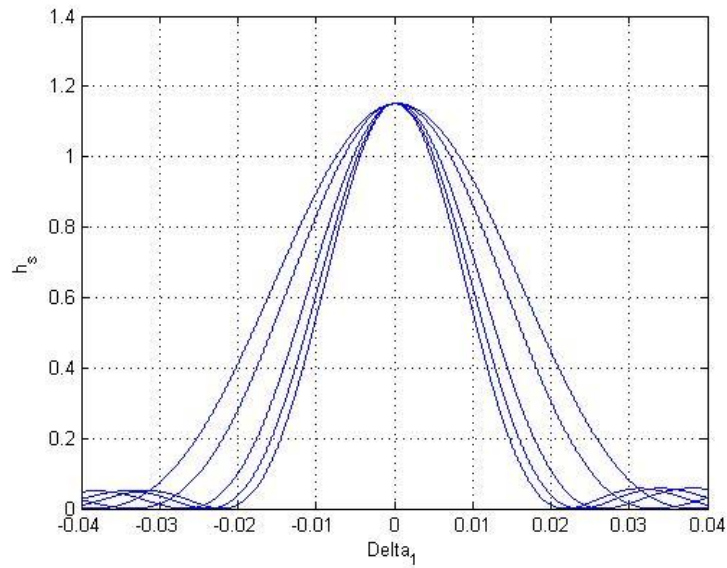
$$\begin{aligned}
 h_s &\equiv \frac{2\xi_p}{\pi\kappa_s^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |u_2(x_1, y_1, 1)|^2 dx_1 dy_1 & (22) \\
 &= \frac{2\xi_p}{\pi\kappa_s^2} \frac{4a^2}{\sigma^2} \sin^2 \frac{N\delta_1\pi}{2} \cot^2 \frac{\delta_1\pi}{2} \\
 &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2(x_1^2+y_1^2)} dx_1 dy_1 = \frac{4}{\pi^2} \frac{\sin^2 \frac{N\delta_1\pi}{2} \cot^2 \frac{\delta_1\pi}{2}}{N^2(1+\delta_1)^2}
 \end{aligned}$$

[۲-۶]

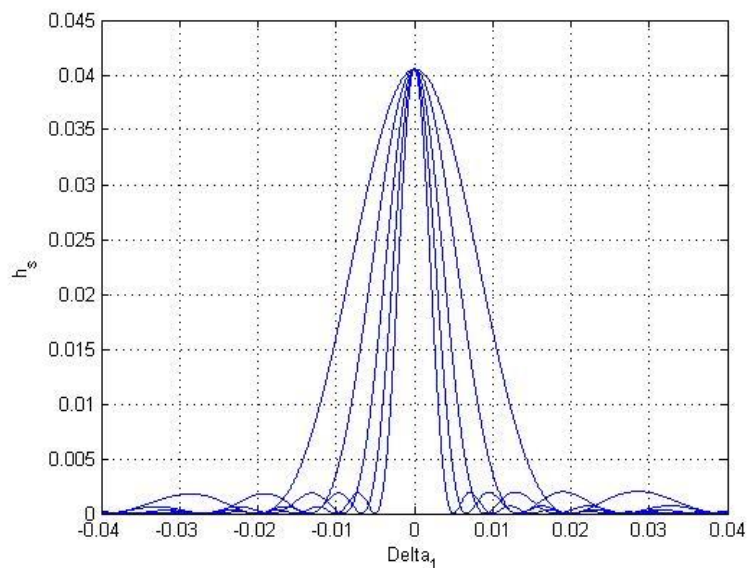
۳-۲. رسم شکل با توجه به شار تولید هارمونیک دوم تطبیق شبه فاز با توجه به رابطه (۲۲)، نمودار تغییرات  $h_s$  بر حسب  $\delta_1$  با توجه به  $N$  و  $\xi_p$ ، با استفاده از نرم افزار *Matlab* به شکل های زیر نمایش داده می شود. در این نمودارها  $k_2 = 0.01$  تعیین شده است.



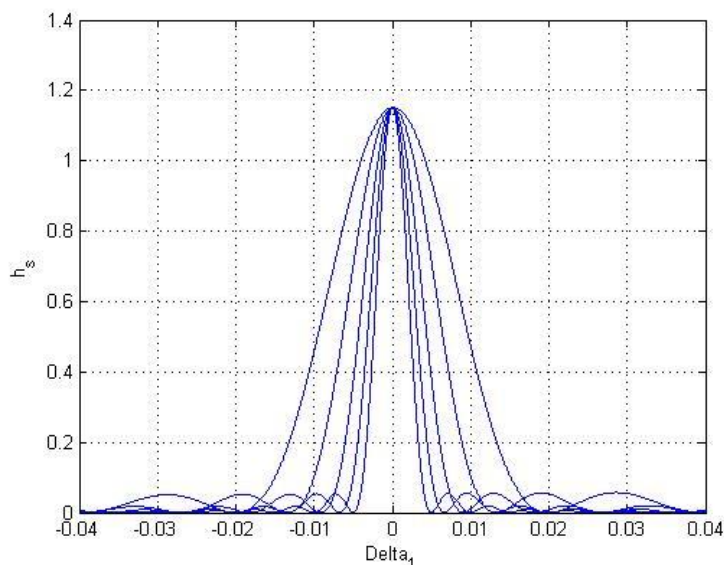
شکل (۱): نمودار تغییرات  $h_s$  بر حسب  $\delta_1$  برای  $-0.04$  تا  $0.04$  وقتی که  $\xi_p = 0/1$  می باشد.



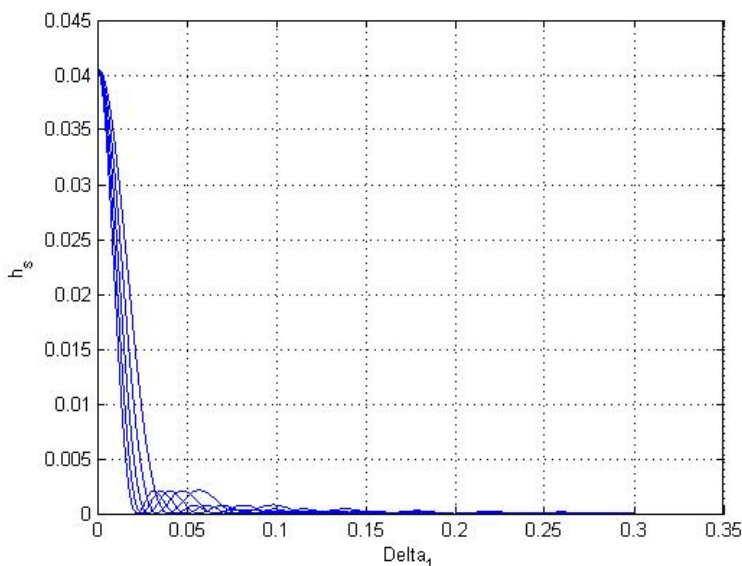
شکل (۲) : نمودار تغییرات  $h_s$  بر حسب  $\delta_1$  برای  $-0.04$  تا  $0.04$  وقتی که  $\xi_p = 2/84$  می باشد.



شکل (۳) : نمودار تغییرات  $h_s$  بر حسب  $\delta_1$  برای  $-0.04$  تا  $0.04$  وقتی که  $\xi_p = 0/1$  می باشد.



شکل (۴) : نمودار تغییرات  $h_s$  برحسب  $\delta_1$  برای  $-0.04$  تا  $0.04$  وقتی که  $\xi_p = 2/84$  می باشد.



شکل (۵) : نمودار تغییرات  $h_s$  برحسب  $\delta_1$  های بین صفر تا  $1/3$  وقتی که  $\xi_p = 0/1$  می باشد.

در نمودار شکل (۱)،  $N$  برای منحنی ها به ترتیب از بالا به پایین ۵۰ و ۶۰ و ۷۰ و ۸۰ و ۹۰ با  $\xi_p = 0/1$  در نظر گرفته شده است. و در نمودار شکل (۲)،  $N$  برای منحنی ها به ترتیب از بالا به پایین ۵۲ و ۶۰ و ۷۵ و ۸۴ و ۹۱ با  $\xi_p = 2/84$  در نظر گرفته شده است. در نمودار شکل (۳)،  $N$  برای منحنی ها به ترتیب از بالا به پایین ۱۰۰ و ۱۵۰ و ۲۲۰ و ۳۰۰ و ۴۰۰ با  $\xi_p = 0/1$  در نظر گرفته شده است. در نمودار شکل (۴)،  $N$  برای منحنی ها به ترتیب از بالا به پایین ۱۰۰ و ۱۵۰ و ۲۲۰ و ۳۰۰ و ۴۰۰ با  $\xi_p = 2/84$  در نظر گرفته شده است. همچنین در نمودار شکل (۵)،  $N$  برای منحنی ها به ترتیب از بالا به پایین ۵۰ و ۶۰ و ۷۰ و ۸۰ و ۹۰ با  $\xi_p = 0/1$  در بازه  $\delta_1$  می باشد. با بررسی شکل های (۱) و (۳)، این موضوع بیان می شود که هرچه تعداد لایه های محیط غیرخطی بیشتر باشد، منحنی شار تولید هارمونیک دوم تطبیق شبه فاز دارای کمتری باریک تر می باشد، پس هر چه تعداد لایه ها کمتر باشد شار تولید هارمونیک دوم تطبیق شبه فاز بهینه تر خواهد بود. با بررسی شکل های (۲) و (۴) افزون بر نتایج حاصله از اشکال (۱) و (۳) این موضوع دیده می شود که هر چه پرتوها کانونی تر باشند یعنی  $\xi_p$  بیشتر باشد، شار تولید هارمونیک دوم بهینه تر و بیشتر خواهد بود. همچنین شکل (۵)، بیانگر این مطلب می باشد که  $\delta_1$  بیشتر شود یعنی از  $1/3$  بیشتر شود، شار تولید هارمونیک دوم تطبیق شبه

فاز صفر می شود. یعنی هرچه ضخامت و طول همدوسی در محیط غیرخطی بیشتر شود، شار تولید هارمونیک دوم تطبیق شبه فاز آن کمتر و کمتر می شود تا اینکه صفر شود.

### ۳. نتیجه گیری

با محاسبات عددی انجام شده و رسم نمودارها، این نتایج حاصل می شود که هر چه تعداد لایه های محیط غیرخطی برای تطبیق شبه فاز تولید هارمونیک دوم کمتر باشد و همچنین هر چه پرتوها کانونی تر باشند، شار تولید هارمونیک دوم تطبیق شبه فاز بهتر و بهینه تر خواهد بود. لذا به دلیل آنکه بهره تبدیل به طور مستقیم با شار تولید رابطه دارد، بنابراین بهره تبدیل نیز به پیرو شار تولید هارمونیک دوم تطبیق شبه فاز، بهینه تر خواهد بود.

### مراجع

[۱] R.W.Boyd, *Nonlinear Optics*, Third Edition, Academic Press, 2008.

[۲] S. Guha and L. P.Gonzalez, *Laser Beam Propagation in Nonlinear Optical Media*, CRC Press, 2014.

[۳] G.D. Boyd and D.A. Kleinman, *Parametric interaction of focused Gaussian light beams*, J. Appl.

[۴] V.G. Dmitriev, G.G. Gurzadyan, D.N. Nikogosyan, *Handbook of Nonlinear Optical Crystals*, Springer, Berlin, 1999.

[۵] J.W. Goodman, *Introduction to fourier Optics*, Third Edition, Roberts and Company, Greenwood Village, Co, 2005.

[۶] F.Zernike and J.E. Midwinter, *Applied Nonlinear Optics*, John Wiley and Sons, New York, 1973.

## **Optimum Quasi-Phase Matching Mode (QPM) Second harmonic generation (SHG) for collimated beams using numerical calculations**

Hosseiny,Seyed Mohammad

Department of Physics, University of Urmia, Urmia, km 11 Nazloo Road, PO  
Box 165.

*hosseinymohammad@gmail.com*

**Abstract.** In most nonlinear optic processes, due to the inability of complete phase matching techniques, a significant reduction in their



conversion efficiency rates occurs. A quasi-phase matching is a method to compensate for the complete phase failure of the phase when complete phase matching is inefficient. Therefore, using a quasi-phase matching, a state occurs for the system in which the phase matching is complete. In this job, using the optimal numerical calculations of the flux state, the production of the second harmonic of the quasi-phase matching will be investigated.

**Keywords:** Quasi-Phase Matching, Second Harmonic Generation, Numerical calculations of Quasi-Phase Matching, QPM, SHG.