



## طرح بهینه‌ی سازه های مهندسی با استفاده از الگوریتم دسته ذرات

ابراهیم عزیزی\*، پیام شیخ محمدی<sup>۲</sup>، احمد کریمیان<sup>۳</sup>

۱- کارشناس ارشد عمران سازه، shahryar\_azizi1989@yahoo.com

۲- کارشناس ارشد عمران سازه، مدرس دانشگاه غیرانتفاعی میعاد، jamil.payam@gmail.com

۳- دانشجوی دکتری عمران سازه، مدرس دانشگاه غیرانتفاعی میعاد، ahmad.karimian1989@yahoo.com

### چکیده

امروزه روش‌های فراکاوشی به علت دارا بودن ویژگی‌های جالب از جمله عدم نیاز به محاسبات ریاضی سنگین، بیش از پیش مورد توجه قرار گرفته‌اند. در این مقاله ترکیب روش بهینه‌سازی فراکاوشی جامعه پرندگان (PSO) برای بهینه‌سازی سازه‌ها معرفی شده است. در الگوریتم پیشنهاد شده، PSO وظیفه جست‌وجوی کلی در فضای طراحی و جست‌وجوی محلی حول بهترین ذره و به روز رسانی موقعیت آن در هر سیکل بهینه‌سازی را انجام می‌دهد. در این تحقیق از روش تابع پنالته داخلی برای در نظر گرفتن قیود استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهاد شده موثرتر و کارآمدتر از روش‌های پیشنهاد شده قبلی می‌باشد و استراتژی استفاده از تابع پنالته داخلی منجر به کاهش چشمگیر تعداد آنالیزهای مورد نیاز شده است.

**واژه‌های کلیدی:** الگوریتم‌های فراکاوشی، بهینه‌سازی سازه، الگوریتم جامعه پرندگان، الگوریتم کولونی مورچه‌ها، تابع پنالته داخلی،

### ۱- مقدمه

در دهه‌های اخیر روش‌های متعدد بهینه‌سازی که مبتنی بر پدیده‌های طبیعی هستند توسعه داده شده‌اند. در این بین روش‌های فرا کاوشی دارای ویژگی‌های جالبی هستند که آن‌ها را از روش‌های مبتنی بر گرادینان متمایز می‌کند. از جمله ویژگی‌های این روش‌ها عدم نیاز به محاسبه مشتق تابع هدف و قیود و همچنین عدم وابستگی این روش‌ها به نقاط ابتدایی خاصی می‌باشد. روش الگوریتم ژنتیک (GA)، بهینه‌سازی جامعه پرندگان (PSO) و کولونی مورچه‌ها (ACO) و از جمله مطرح ترین این روش‌ها هستند. امروزه نیاز به مسائل بزرگ مقیاس، موجب افزایش روز افزون استقبال از روش‌های فراکاوشی شده است. در تحقیق حاضر روش بهینه‌سازی PSO مورد استفاده قرار گرفته است.

در مسائل بهینه‌سازی سازه‌ها باید مسئله وجود قیدهای طراحی با دقت مورد توجه قرار گیرد. روش‌های زیادی برای برخورد با این قیدها وجود دارد که روش تابع پنالته از جمله روش‌هایی است که به دلیل کارایی و سادگی آن بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در تحقیق حاضر از روش تابع پنالته داخلی برای فرمول‌بندی تابع آزاد معادل استفاده می‌شود.



## ۲- فرمول بندی مسائل بهینه‌سازی مقید

بهینه‌سازی اندازه‌ی سازه‌ها بصورت کمینه کردن وزن سازه تعریف می‌شود که در آن سطح مقطع اعضا به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شود. بنابراین طرح بهینه خرپا به صورت زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{minimize } w(\{x\}) &= \sum_{i=1}^{ne} (\gamma_i \cdot x_i \cdot A_i) \\ \text{subject to: } \frac{d_j}{d_{all}} - 1 &\leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \\ \frac{\sigma_i}{\sigma_{all}} - 1 &\leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, ne \\ A_{max} &\leq A_k \leq A_{min} \quad k = 1, 2, \dots, ng \end{aligned} \quad (1)$$

( $A_i$ ) معرف سطح مقطع اعضا می‌باشد که به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شود و همچنین ( $W$ ) وزن سازه می‌باشد که بعنوان تابع هدف در روند بهینه‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین در رابطه بالا: تعداد اعضای سازه =  $ne$  ، تعداد گره‌ها =  $m$  ، تعداد اعضای فشاری =  $nc$  ، تعداد متغیرهای طراحی (تعداد گروه‌ها) =  $ng$  چگالی مصالح سازه‌ای =  $\gamma_i$  ، طول اعضا =  $L_i$  ، سطح مقطع اعضا که بین دو مقدار  $A_{min}$  ،  $A_{max}$  انتخاب می‌شود =  $A_k$  تنش اعضا و تغییر مکان گره‌ها =  $d_i$  ،  $\sigma_j$  ، حد پایین =  $min$  ، حد بالا =  $max$  . با توجه به وجود قیود در مسئله در این تحقیق از روش تابع پنالتی داخلی برای در نظر گرفتن قیود استفاده شده است که در ادامه شیوه‌ی برخورد با این قیود بررسی خواهد شد.

## ۳- روش‌های بهینه‌سازی فراکوشی

در سه دهه اخیر روش‌های بهینه‌سازی مبتنی بر پدیده‌های طبیعی به علت عدم نیاز به انجام محاسبات سنگین ریاضی، عدم وابستگی به نقاط انتخابی اولیه و قابلیت بهینه‌یابی کلی نسبت به سایر روشها، در زمینه بهینه‌سازی ترکیبی جایگاه ویژه‌ای پیدا کرده‌اند. روش‌های مبتنی بر پدیده‌های طبیعی سعی در قانونمند کردن روند جستجوی تصادفی با استفاده از قوانین حاکم بر طبیعت دارند. یکی از مطرح‌ترین این روشها، الگوریتم جامعه پرندگان می‌باشد.

### ۳-۱) روش بهینه‌سازی جامعه پرندگان (PSO)

الگوریتم جامعه پرندگان یا دسته ذرات اولین بار در سال ۱۹۹۵ توسط [۱] Eberhart & Kennedy مطرح شد. در تدوین این روش از پرواز گروهی پرندگان و شنای گروهی ماهی‌ها و زندگی اجتماعی آنان الهام گرفته شده که با استفاده از یک سری روابط ساده فرمول بندی شده است. مانند همه الگوریتم‌های تکاملی دیگر، الگوریتم دسته ذرات نیز با ایجاد یک



جمعیت تصادفی از افراد شروع می‌شود که در اینجا به عنوان یک گروه از ذره‌ها خوانده می‌شوند. مشخصات هر ذره در گروه، براساس مجموعه‌ای از پارامترها تعیین می‌شود که باید مقادیر بهینه آنها تعیین شود. در این روش، هر ذره یک نقطه از فضای جواب مسئله را نشان می‌دهد. هر کدام از ذرات دارای حافظه هستند، یعنی بهترین موقعیتی که در فضای جستجو به آن می‌رسند را به خاطر می‌سپارند. بنابراین حرکت هر ذره در دو جهت صورت می‌گیرد:

۱. به سوی بهترین موقعیتی که هر ذره تاکنون اختیار کرده‌اند.

۲. به سوی بهترین موقعیتی که همه ذرات تا به حال اختیار کرده‌اند.

در این روش، تغییر موقعیت هر ذره در فضای جستجو تحت تاثیر تجربه و دانش خود و همسایگانش است. فرض کنید در یک مسئله خاص، فضای D بعدی داریم و i امین ذره از گروه می‌تواند با یک بردار سرعت و یک بردار موقعیت نمایش داده‌شود. تغییر موقعیت هر ذره با تغییر در ساختار موقعیت و سرعت قبلی امکان پذیر است. هر ذره، اطلاعاتی شامل بهترین مقداری که تاکنون به آن رسیده و موقعیت  $X^t$  را داراست. این اطلاعات، حاصل مقایسه تلاش‌هایی است که هر ذره برای یافتن بهترین جواب انجام می‌دهد. همچنین هر ذره بهترین جوابی را که تا کنون در کل گروه بدست آمده است، از مقایسه مقادیر بهینه ذرات مختلف می‌شناسد. هر ذره برای رسیدن به بهترین جواب سعی می‌کند موقعیت خود را با استفاده از اطلاعات موقعیت کنونی  $X^t$ ، سرعت کنونی  $V^t$ ، فاصله‌ی بین موقعیت کنونی و بهینه‌ی شخصی و فاصله بین موقعیت کنونی و موقعیت بهترین ذره زیر تغییر دهد.

بدین ترتیب سرعت هر ذره و به تبع آن موقعیت جدید آن به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$V_i^{(t+1)} = w \times v_i^{(t)} + c_1 \times (rand_1 \times (p_{best}(i) - x_i^t)) + c_2 \times (rand_2 \times (g_{best}(t) - x_i^t)) \quad (7)$$

$$X_i^{t+1} = X_i^t + V_i^{t+1} \quad (8)$$

که در آن  $V_i^t$  سرعت ذره i در تکرار فعلی،  $V_i^{t+1}$  سرعت ذره در تکرار جدید،  $X_i^t$  موقعیت کنونی ذره،  $X_i^{t+1}$  موقعیت ذره در تکرار جدید  $p_{best}(i)$  بهترین موقعیتی که ذره i که تاکنون اختیار کرده و  $g_{best}(t)$  بهترین موقعیت بهترین ذره (بهترین موقعیتی که تمام ذرات تا کنون اختیار کرده‌اند است) است. rand یک عدد تصادفی که در بازه (0, 1) است می‌باشد و  $C_1$  و  $C_2$  به ترتیب پارامترهای شناختی و اجتماعی هستند. انتخاب مقدار مناسب برای این پارامترها منجر به تسریع همگرایی الگوریتم و جلوگیری از همگرایی زودرس در بهینه‌ی محلی می‌شود. بر طبق مقاله‌ی Amit و Ajith Abraham و Konar [5] ظرایب  $C_1, C_2$  موجود در الگوریتم جامعه پرندگان برابر ۲ و همچنین پارامتر  $W$  موجود در به‌روزرسانی سرعت هر ذره به صورت زیر تعریف شده است:

$$W = (\omega_{max} - (\omega_{max} - \omega_{min}) \times \left( \frac{k}{max\ iteration} \right)) \quad (9)$$

$$\omega_{max} = 0.5 \quad \omega_{min} = 0;$$

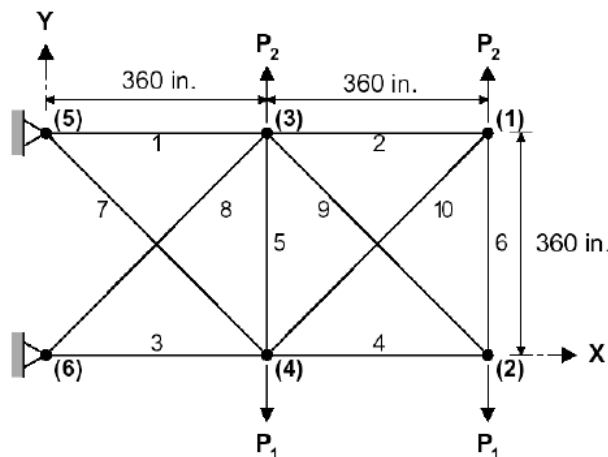


#### ۴-مسائل حل شده

در این قسمت مثال‌های متداول موجود در مقالات علمی مورد بررسی قرار گرفته است. سازه‌های انتخاب شده از نوع سازه‌های خرپایی می‌باشد و مصالح مورد استفاده از نوع فولادی می‌باشد. لازم به ذکر است که برای الگوریتم استفاده شده تعداد ۲۰ ذره در نظر گرفته شده است.

الگوریتم ذکر شده در نرم‌افزار MATLAB کدنویسی شده و تحلیل ماتریسی سازه به روش سختی انجام شده است. خرپای ده عضوی

یک خرپای ده میله ای یک مسأله محک در زمینه طراحی سازه به منظور آزمایش و بررسی کارایی آن در روش‌های متفاوت بهینه سازی است، شکل زیر هندسه و شرایط تکیه گاهی را برای این خرپای دوعبده با بارهای وارده را نشان می‌دهد. چگالی مصالح  $0.1 \text{ lb/in}^3$  و مدول الاستیسیته  $10,000 \text{ ksi}$  می‌باشد. حداکثر تنش مجاز  $\pm 25 \text{ ksi}$  می‌باشد و حداکثر تغییر شکل هر گره در هر دو جهت عمودی و افقی در هر عضو خرپا برابر  $200$  می‌باشد. بار  $P$  برابر  $100 \text{ Kips}$  می‌باشد. در مثال زیر ۱۰ متغیر طراحی وجود دارد که محدوده تغییرات سطح مقطع از  $0.1 \text{ in}^2$  تا  $35 \text{ in}^2$  می‌باشد



شکل ۱- خرپای ده عضوی

تعداد سیکل‌های الگوریتم ذکر شده برابر ۵۰۰ عدد می‌باشد که در مقایسه با موارد مشابه به مقدار بسیار زیادی کاهش پیدا کرده است. تعداد آنالیز تحقیق حاضر و کارهای قبلی در جدول (۱) زیر آمده است.

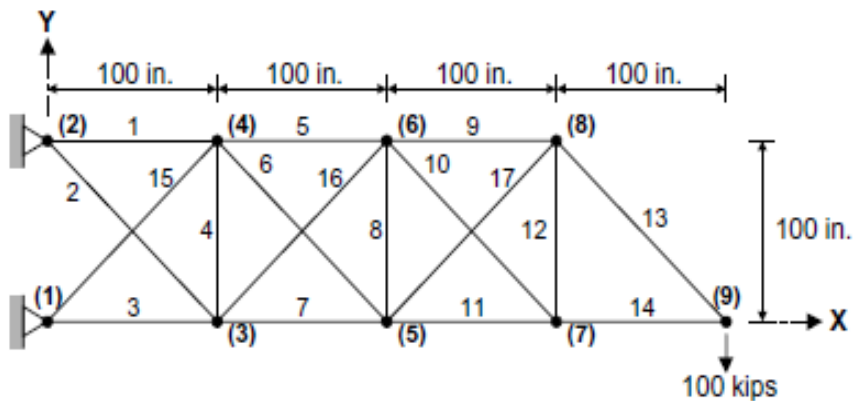


جدول ۱: طرح بهینه ی خریای ده عضوی

Element group	Li et al[۲] HPSO	Kaveh[۴] PSACO	Present work PSO
A1	۳۰.۵۶۹	۳۰,۰۶۸	۳۰.۴۵۵
A2	۰.۱۰۰۰	۰۰۰,۱	۰.۱۰۰۰
A3	۲۲.۹۷۴	۲۳,۲۰۷	۲۳.۱۳۳
A4	۱۵.۱۴۸	۱۵,۱۶۸	۱۵.۲۳۵
A5	۰.۱۰۰۰	۰۰۰۰,۱	۰.۱۰۰۰
A6	۰.۵۴۷۰	۰۰,۵۳۶	۰.۵۵۰۰
A7	۷.۴۹۳۰	۰۷,۴۶۲	۷.۴۷۸۰
A8	۲۱.۱۵۹	۲۱,۲۲۸	۲۱.۱۸۲
A9	۲۱.۵۵۶	۲۱,۶۳۰	۲۱.۴۴۷
A10	۰.۱۰۰۰	۰۰۰۰,۱	۰.۱۰۰۰
<b>weight</b>	<b>۰۶۱,۰۵</b>	<b>۳۶.۵۰۵۷</b>	<b>۰,۹۵۰۶</b>
Analysis NO	۱۵۰,۰۰۰	۳۰,۷۵۰	۱۰,۰۰۰

خریای ۱۷ عضوی

شکل ۲ یک خریای ۱۷ عضوی را نشان می دهد. چگالی مصالح  $0.268 \text{ lb}/\text{in}^3$  و مدول الاستیسیته  $30,000 \text{ ksi}$  می باشد. حداکثر تغییر مکان هر گره در تمامی جهات برابر  $\pm 2 \text{ in}$  و حداکثر تنش در اعضای فشاری و کششی به  $\pm 50 \text{ ksi}$  محدود است. کمترین سطح مقطع مجاز برابر با  $0.1 \text{ in}^2$  می باشد. تنها بار اعمالی به سازه برابر  $100 \text{ kips}$  و به گره ۹ اعمال می شود. تعداد سیکل های الگوریتم ذکر شده برابر ۵۰۰ عدد می باشد که در مقایسه با موارد مشابه به مقدار بسیار زیادی کاهش پیدا کرده است. تعداد آنالیز تحقیق حاضر و کارهای قبلی در جدول (۲) زیر آمده است.



شکل ۲- خرابای ۱۷ عضوی

جدول ۲- طرح بهینه ی خرابای ۱۷ عضوی

Element Group	Khot	Li et al[۲] HPSO	Present work PSO
A1	۱۵.۹۳	۱۵.۸۹	۹۱۱۵.
A2	۰.۱۰۰	۰.۱۰۳	۲۳۰.۱
A3	۱۲.۰۷	۱۲.۰۹	۰۸۱۲.
A4	۰.۱۰۰	۰.۱۰۰	۰.۱۰۰
A5	۸.۰۶۷	۸.۰۶۳	۷۵۸.۰
A6	۵.۵۶۲	۵.۵۹۱	۸۵.۵۴
A7	۱۱.۹۳	۱۱.۹۱	۲۱۱.۹
A8	۰.۱۰۰	۰.۱۰۰	۰.۱۰۰
A9	۷.۹۴۵	۷.۹۶۵	۴۲۷.۹
A10	۰.۱۰۰	۰.۱۰۰	۰.۱۰۰
A11	۴.۰۵۵	۴.۰۷۶	۵۷۴.۰
A12	۰.۱۰۰	۰.۱۰۰	۰.۱۰۰
A13	۵.۶۵۷	۵.۶۷۰	۵۶۵.۶
A14	۴.۰۰۰	۳.۹۹۸	۳.۹۹۹
A15	۵.۵۵۸	۵.۵۴۸	۸۵.۵۳
A16	۰.۱۰۰	۰.۱۰۳	۱۱۰.۱
<b>weight</b>	<b>۲۵۸۱.۸۹</b>	<b>۲۵۸۱.۹۴</b>	<b>۲۵۸۱.۸۶</b>
<b>Analysis NO</b>	<b>۳۰۰۰۰</b>	<b>۱۵۰۰۰۰</b>	<b>۱۰۰۰۰۰</b>



### خرپای ۲۵ عضوی

شکل ۲ یک خرپای ۲۵ عضوی را نشان می دهد. چگالی مصالح  $0.1 \text{ lb/in}^3$  و مدول الاستیسیته  $10,000 \text{ ksi}$  می باشد. حداکثر تغییر مکان هر گره در تمامی جهات برابر  $\pm 0.35 \text{ in}$  است. محدوده تغییرات سطح مقطع از  $0.1 \text{ in}^2$  تا  $3.4 \text{ in}^2$  می باشد و همچنین محدودیت های تنش محوری اعضا در جدول (۳) آمده است.

جدول ۳: تنشهای محوری مجاز

Element group	Compressive stress limitations ksi (MPa)	Tensile stress limitations ksi (MPa)
A1	۳۵.۰۹۲ (۲۴۱.۹۶)	۴۰.۰ (۲۷۵.۸۰)
A2–A5	۱۱.۵۹۰ (۷۹.۹۱۳)	۴۰.۰ (۲۷۵.۸۰)
A6–A9	۱۷.۳۰۵ (۱۱۹.۳۱)	۴۰.۰ (۲۷۵.۸۰)
A10–A11	۳۵.۰۹۲ (۲۴۱.۹۶)	۴۰.۰ (۲۷۵.۸۰)
A12–A13	۳۵.۰۹۲ (۲۴۱.۹۶)	۴۰.۰ (۲۷۵.۸۰)
A14–A17	۶.۷۵۹ (۴۶.۶۰۳)	۴۰.۰ (۲۷۵.۸۰)
A18–A21	۶.۹۵۹ (۴۷.۹۸۲)	۴۰.۰ (۲۷۵.۸۰)
A22–A25	۱۱.۰۸۲ (۷۶.۴۱۰)	۴۰.۰ (۲۷۵.۸۰)

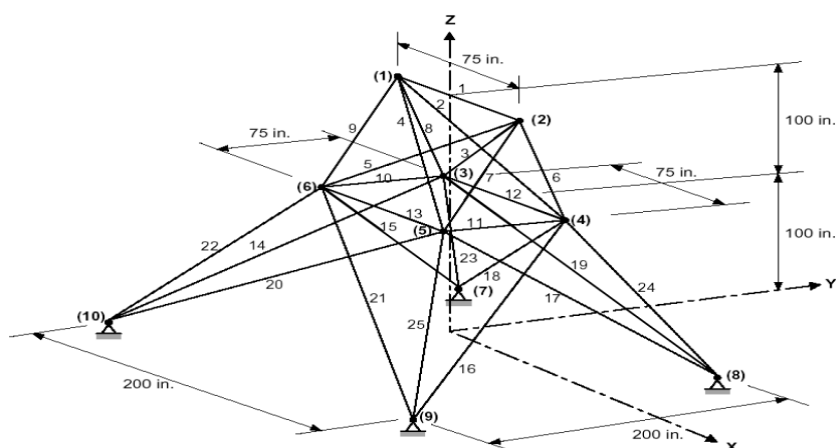
اعضای خرپای ۲۵ میلهای در ۸ گروه به ترتیب زیر گروه بندی می شود.  
(۱) A1, (2) A2–A5, (3) A6–A9, (4) A10–A11, (5) A12–A13, (6) A14–A17, (7) A18–A21, (8) A22–A25  
نیروهای وارده بر سازه نیز در جدول (۴) آمده است:

جدول ۴: نیروهای وارد بر سازه

Node	Case 1			Case 2		
	P <sub>x</sub> Kips(kN)	P <sub>y</sub> Kips(kN)	P <sub>z</sub> Kips(kN)	P <sub>x</sub> Kips(kN)	P <sub>y</sub> Kips(kN)	P <sub>z</sub> Kips(kN)
۱	۰.۰	۲۰.۰ (۸۹)	-۵.۰ (۲۲.۲۵)	۱.۰ (۴.۴۵)	۱۰.۰ (۴۴.۵)	-۵.۰ (۲۲.۲۵)
۲	۰.۰	-۲۰.۰ (۸۹)	-۵.۰	۰.۰	۱۰.۰ (۴۴.۵)	-۵.۰

				(۲۲.۲۵)				(۲۲.۲۵)
۳	۰.۰	۰.۰	۰.۰	۰.۵ (۲.۲۲)	۰.۰			۰.۰
۴	۰.۰	۰.۰	۰.۰	۰.۵ (۲.۲۲)	۰.۰			۰.۰

تعداد سیکل‌های الگوریتم ذکر شده برابر ۵۰۰ عدد می‌باشد که در مقایسه با موارد مشابه به مقدار بسیار زیادی کاهش پیدا کرده است. تعداد آنالیز تحقیق حاضر و کارهای قبلی در جداول زیر آمده است.



شکل ۳- خرابای ۲۵ عضوی

جدول ۵: طرح بهینه خرابای ۲۵ عضوی

Element group	Li et al [۲] HPSO	Kaveh [۲] PSACO	Present work PSO
A1	۰.۰۱۰	۰.۱۰۰	۰.۰۱
A2–A5	۱.۹۷۹	۲.۰۵۲	۱.۹۷۱
A6–A9	۳.۰۱۱	۳.۰۰۱	۳.۰۱۶
A10–A11	۰.۰۱۰	۰.۱۰۰	۰.۰۱
A12–A13	۰.۱۰۰	۰.۱۰۰	۰.۰۱
A14–A17	۰.۶۵۷	۰.۶۸۴	۰.۶۸۷
A18–A21	۱.۶۷۸	۱.۶۱۶	۱.۶۷
A22–A25	۲.۶۹۳	۲.۶۷۳	۲.۶۵
<b>Weight</b>	<b>۵۴۵.۲۷</b>	<b>۵۴۵.۰۴</b>	<b>۵۴۵.۱</b>





Number of analysis	۳۰,۰۰۰	۲۸,۸۵۰	۱۰,۰۰۰
--------------------	--------	--------	--------

## ۵- نتیجه گیری

در تحقیق حاضر الگوریتم بهینه‌سازی PSO با یک راه‌کار مناسب و ساده سعی بر جست‌وجوی محلی و کلی خوب می‌کند. با توجه به اینکه خاصیت جست‌وجوی سراسری PSO خوب است لذا برای اینکه خاصیت جست و جوی محلی آن نیز بهبود پیدا کند از روش تابع پنالتهی داخلی به شیوه ای خوب استفاده شده و طبق نتایج تعداد آنالیزهای بهینه‌سازی را نیز به صورت چشمگیری کاهش می‌دهد. برای مثال در خرپای ۱۰ عضوی در کارهای قبلی مثل تعداد آنالیزها برابر ۳۰,۷۵۰ می‌باشد در حالی که در کار حاضر این مقدار به ۱۰,۰۰۰ کاهش پیدا کرده است. در مثال خرپای ۲۵ عضوی در کار تعداد آنالیزها برابر ۲۸,۸۵۰ می‌باشد که در کار حاضر به ۱۰,۰۰۰ کاهش پیدا کرده‌است.

## مراجع

- [۱] J. Kennedy, R. Eberhart, "Particle Sswarm Ooptimization", IEEE, pp. 1942-1948, 1995.  
optimization problems. *Engineering Optimization*, No. 5, 36(۲۰۰۴)۵۸۵-۶۰۵.
- [۲] Li LI, Ren FM, Liu F, Wu QH. An improved particle swarm optimization method and its application in civil engineering. *Proceedings of the Fifth International Conference on Engineering Computational Technology*, United Kingdom: Civil-Comp Press, Stirlingshire, 2006.
- [۳] Kaveh A, Shojaaee S. Optimal design of skeletal structures using ant colony optimization, *International Journal of Numerical Methods for Engineering*, No. 70, 5(۲۰۰۷)۵۶۳-۸۱.
- [۴] Kaveh A, Shahrouzi M. A hybrid ant strategy and genetic algorithm to tune the population size for efficient structural optimization, *Engineering Computations*, No. 24, ۳(۲۰۰۷) ۲۳۷-۵۴.
- [۵] Ajith Abraham<sup>2</sup>, and Amit Konar<sup>1</sup> Particle Swarm Optimization and Differential Evolution Algorithms: Technical Analysis Applications and Hybridization Perspectives