International Congress of Interdisciplinary Studies in Science and Engineering
December 2017 - Iran, Tehran
کنگره بین المللی مطالعات میان رشته ای در علوم پایه و مهندسی
آذرماه ۱۳۹۶ - تهران
Archive of SID

ایجاد معیار مشترک سنجش و رتبه‌بندی واحدها با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها

*منا رکابی[1] ** مجتبی نظری

*دانشجوی دکترای ریاضی کاربردی گرایش آنالیز عددی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خرم آباد، ایران
**استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد خرم آباد، ایران.

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها، روشی نا پارامتریک برای سنجش و ارزیابی کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده یا ورودی‌ها و خروجی‌های چندگانه است. ازآنجایی‌که مدل‌های تحلیلی پوششی داده‌ها، واحدهای تصمیم‌گیرنده را به دودسته کارا و ناکارا تقسیم می‌کنند، اغلب تصمیم‌گیرنده‌ها درصدد رتبه‌بندی کاملی از واحدهای تصمیم‌گیرنده هستند. این پژوهش باهدف ایجاد معیار مشترک سنجش و رتبه‌بندی واحدها با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد. در ارزیابی عملکرد سازمان‌ها و نهادها، مهم‌ترین هدف، رتبه‌بندی واحدها بر اساس میزان اهمیت می‌باشد. با توجه به اینکه رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری در تحلیل پوششی داده‌ها ممکن است ما را به چندین واحد کارا برساند، همواره انتخاب بهترین واحد کارا از مجموعه واحدهای کارا، یکی از مشکلات اصلی در تحلیل پوششی داده‌ها است. با مجموعه مشترک وزن‌ها می‌توان به بهترین واحد کارا رسید. انتخاب مجموعه مشترک وزن‌ها درروش پیشنهادی این پژوهش برخلاف بسیاری از روش‌ها، بدون حذف و گرد کردن وزن‌ها انجام می‌شود و تمام وزن‌ها در انتخاب میانگین و کران وزن‌ها نقش دارند؛ و درنهایت برای بررسی بیشتر مدل پیشنهادی موجود با سایر مدل‌های رتبه‌بندی مقایسه شده‌اند. نتایج تایید کننده عملکرد مناسب مدل پیشنهادی است.

کلیدواژه: تحلیل پوششی داده‌ها، رتبه‌بندی، وزن مشترک، نهاده‌ها

۱.مقدمه

امروزه با توجه به نیاز تمامی شرکت‌ها و مؤسسات به افزایش میزان کارایی و بازدهی سازمان خود، آنالیز داده‌های مربوط به آن‌ها بسیار حیاتی به نظر می‌رسد. دراین‌بین روش‌هایی که مبنای تحلیل پوششی داده‌ها[2] رادارند، روزبه‌روز بیشتر استفاده می‌شوند، زیرا تحلیل پوششی داده‌ها یکی از روش‌های سنجش کارایی است که برای ارزیابی عملکرد آن سازمان‌ها و واحدهای تصمیم‌گیری بکار می‌رود[1].

در مدل‌های معمول تحلیل پوششی داده‌ها هر واحد تصمیم‌گیری را نسبت به سایر واحدها در بهترین شرایط قرار می‌دهیم و مدل را برای رسیدن به بهترین وزن‌ها برای ورودی‌ها و خروجی‌ها حل می‌کنیم. در این مدل‌ها وزن‌های به‌دست‌آمده در ارزیابی واحدهای متفاوت معمولاً یکسان نیستند؛ به‌عبارت‌دیگر ورودی (خروجی) های یکسان در ارزیابی واحدهای مختلف، ارزش‌های متفاوت دارند و این واقع‌بینانه نیست[2]. برای رفع این نقیصه، روش وزن‌های مشترک را بکار می‌بریم. با به‌کارگیری وزن‌های مشترک، ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیری منصفانه‌تر می‌شود. مدل‌های پایه تحلیل پوششی داده‌ها در بهترین حالت به واحدهای تصمیم‌گیری کارا، اندازه کارایی یک را تخصیص می‌دهند، لذا این مدل‌ها تمایزی بین واحدهای کارا ایجاد نمی‌کنند. درروش وزن‌های مشترک، واحدهای کارا نیز رتبه‌بندی می‌شوند. به‌این‌ترتیب که ابتدا واحدهای کارا و ناکارا طبقه‌بندی می‌شوند، سپس به کمک یک روش مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها یک مجموعه از وزن‌های مشترک به دست می‌آید. به کمک این وزن‌های مشترک برای هر واحد تصمیم‌گیری یک اندازه تعریف خواهد شد که بزرگی این اندازه معیاری برای رتبه‌بندی خواهد بود[3].

همچنین این روش در مواردی خاص با خطا مواجه می‌شود. به‌عنوان‌مثال وقتی تعداد مشاهدات نسبت به‌اندازه نمونه کم باشد یعنی مشاهدات اندک و ورودی‌ها (خروجی‌ها) بسیار باشند خطا به وجود می‌آید. همین‌طور ممکن است بسیاری از واحدها به‌اشتباه بر روی مرز کارا قرار گیرند. علاوه بر این‌ها، روش DEA نسبت به داده‌های دورافتاده بسیار حساس است که این نیز منجر به بروز خطا می‌شود[4].

یکی دیگر از عوامل به وجود آمدن خطا آزاد بودن وزن‌هاست؛ به‌عبارت‌دیگر، عدم وجود محدودیت روی وزن‌ها برای بیشینه نمودن کارایی واحد تصمیم‌گیرنده تحت ارزیابی، می‌تواند موجب بروز مشکلاتی شده و یا ناأریبی در نتایج را به دنبال داشته باشد که البته با لحاظ نمودن قیود مناسبی در مدل بر روی وزن‌ها می‌توان آن‌ها را کنترل کرد[5].

---

[1] -ایمیل نویسنده مسئول Email:mona64.rekabi@gmail.com
[2] - Data Envelopment Analysis (DEA)

www.SID.ir

Archive of SID

در تحلیل پوششی داده‌ها، میزان عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده‌ای ارزیابی می‌شود که در فرآیند تولید دخیل هستند. در این پژوهش فرض می‌شود تمامی واحدهای تصمیم‌گیرنده[1] قابل‌مقایسه هستند. اگرچه آن‌ها ممکن است دارای شرایط منحصربه‌فرد خود باشند که در این‌گونه موارد نیز از طریق واحدهای تصمیم‌گیرنده ویژه، وزن‌های ورودی و خروجی محاسبه می‌شوند. به‌غیراز فاکتورهای تأثیرگذار در عملکرد که در تحلیل کارایی در نظر گرفته می‌شوند، تغییرات قابل‌توجهی در اهداف و خط‌مشی وجود ندارد که این موضوع قابل استدلال است و درنهایت برای فاکتورهای مشابه، وزن‌های مختلف را تنظیم می‌کند[6].

در تحلیل پوششی داده‌ها ممکن است تغییر در وزن‌ها با شرایط مختلفی که تحت بهره‌برداری از واحدهای تصمیم‌گیرنده به دست می‌آید، تنظیم شود که این شرایط توسط فاکتورهای انتخاب‌شده ورودی و خروجی به دست نیامده است [7]هرچند در بسیاری از کاربردهای DEA، واحدهای تصمیم‌گیرنده شرایط مشابه ای را تجربه می‌کنند و بنابراین اگر با آن‌ها به‌عنوان یک متغیر مستقل رفتار شود ممکن است مناسب نباشد. این بدین معنی است که استفاده از وزن‌های ورودی و خروجی که در میان واحدهای تصمیم‌گیرنده باهم اختلاف دارند، ممکن است تضمین نشود. در این‌گونه مواقع، ورودی‌ها و خروجی‌ها هردو بایستی باهم جمع شوند که این کار با استفاده از وزن‌هایی انجام می‌شود که در DMU ها مشترک هستند و این هنگامی است که نسبت کارایی رده‌ای محاسبه می‌شود و بنابراین دسته مشترکی از وزن‌ها[2]به دست می‌آید[8].

با توجه به مطالب ذکر شده، در این پژوهش یک چارچوب مشترک جهت سنجش و رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها ارائه می‌شود. همان‌طور که گفته شد، در اغلب کاربردهای DEA، واحدهای تصمیم‌گیرنده شرایط مشابهی را تجربه می‌کنند؛ بنابراین تحلیل سنجش در این مواقع بایستی بتواند بهترین اقدام مشترک را در برنامه‌های مدیریتی شناسایی کند. در این تحقیق یک روش DEA محور برای رتبه‌بندی و سنجش واحدها استفاده‌شده است که در آن نیازی نیست از شرایط اختصاصی واحدهای تصمیم‌گیرنده برای محاسبه استفاده شود. این روش، مرز شامل بهترین وزن‌های مشترک را شناسایی می‌کند که به شکل مرز کارایی DEA توسط واحدهای تصمیم‌گیرنده کارا به‌طور تکنیکی در گروه مرجع مشترک گسترش می‌یابد. این گروه مرجع به‌عنوان فراهم‌کننده اهداف نزدیک انتخاب می‌شود. در این روش یک مدل توسعه داده می‌شود که در آن نه‌تنها با دسته اهداف سروکار خواهیم داشت، بلکه مقدار کارایی را نیز به دست می‌آورد؛ زیرا در این روش می‌توان میزان کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده را با استفاده از دسته وزن‌های مشترک (CSW) تعیین نمود. درنتیجه میزان کارایی حاصل‌شده منجر به رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌شود. در این تحقیق درباره راه‌حل‌های بهینه جایگزین CSW نیز بحث می‌شود و همچنین بهترین رتبه‌بندی ممکن برای هر واحد تصمیم‌گیرنده به دست می‌آید که این رتبه با در نظر گرفتن همه راه‌حل‌های بهینه جایگزین به دست می‌آید. این رنج رتبه‌بندی موجب به دست آوردن میزان تفاوت رتبه‌بندی‌ها نیز می‌شود.

۲.فرضیات پژوهش

۱- رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده بر اساس وزن‌های بهینه مشترک ورودی‌ها و خروجی‌ها به دست می‌آید.

۲-در صورت وجود جواب‌های بهینه دگرین در مدل وزن مشترک می‌توان رتبه‌بندی را به‌صورت منحصربه‌فرد تعیین کرد.

۳- می‌توان نزدیک‌ترین اهداف متناظر با هر واحد تصمیم‌گیرنده را با ترکیب مدل‌های پوششی و مضربی بر اساس فرم خطی به دست آورد.

۴- می‌توان مدل وزن مشترک، بر اساس فرم خطی را برای حالت بازده به مقیاس متغیر و محدودیت‌های وزنی توسعه داد.

۵- می‌توان مدل وزن مشترک را بر اساس سایر نُرم‌ها شبیه نُرم بی‌نهایت و نُرم دو توسعه داد.

۳.روش‌شناسی پژوهش

۳-۱. نوع روش پژوهش

نوع روش به‌صورت تئوری و کتابخانه‌ای می‌باشد. در ابتدا با مراجعه به کتابخانه و سایت های علمی به مطالعه در زمینه تحلیل پوششی داده‌ها شامل مفاهیم اولیه، مدل‌های وزن مشترک، مدل‌های رتبه‌بندی بر اساس نرم بی‌نهایت می‌پردازیم. نقاط ضعف و قوت مدل‌های فوق را شناسایی کرده و در ادامه سعی در ارائه یک مدل برای به دست آوردن نزدیک‌ترین و بهترین اهداف کارا بر اساس وجه‌های مشترک این مرز کارایی می‌پردازیم. مدل فوق بر اساس وزن‌های مشترک ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌باشد و در ادامه روش‌های خطی کردن مدل‌ها را بررسی کرده و محدودیت وزنی را برای مدل‌های فوق توسعه می‌دهیم. برای نشان دادن اعتبار مدل‌های ارائه‌شده از داده‌های مربوط به ۲۸ فرودگاه بین‌المللی در آمریکای شمالی، اروپا و استرالیا ارائه‌شده توسط Coelli و همکاران در سال ۲۰۱۲ می‌پردازیم و اعتبار مدل‌های فوق را نشان می‌دهیم. برای اجرای مدل‌های فوق از نرم‌افزار GAMS استفاده می‌کنیم و برای ارائه گزارش از نرم‌افزار SPSS استفاده می‌کنیم.

---

[1] - Decision Making Unit(DMU)

[2] - Common Set of Weights(CSW)

www.SID.ir

Archive of SID

۲-۳. روش تجزیه‌وتحلیل اطلاعات

در این پژوهش روش‌های مختلف رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده بیان و با یکدیگر مقایسه می‌شوند. برای این کار روش‌های مهم موجود به‌صورت علمی بیان‌شده و با یکدیگر مقایسه می‌گردند. برای سایر روش‌ها نیز از منابع موجود در مقالات استفاده‌شده است. روش‌های پیشنهادی نیز با روش‌های مختلف دیگر که قبلاً ارائه‌شده‌اند، مقایسه و مزایا و کاستی‌های آن‌ها نشان داده خواهند شد. در این راستا برای تجزیه‌وتحلیل داده‌ها از نرم‌افزار GAMS استفاده می‌کنیم.

۴. تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی، برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده‌ای (DMU) است که چندین ورودی و چندین خروجی دارند. اندازه‌گیری کارایی به دلیل اهمیت آن در ارزیابی عملکرد یک شرکت یا سازمان همواره موردتوجه محققین قرار داشته است. فارل در سال ۱۹۵۷، با استفاده از روشی همانند اندازه‌گیری کارایی در مباحث مهندسی، به‌اندازه گیری کارایی برای واحد تولیدی اقدام کرد. موردی که فارل برای اندازه‌گیری کارایی مدنظر قرارداد شامل یک ورودی و یک خروجی بود.

درواقع تحلیل پوششی داده‌ها مبتنی بر یکسری بهینه‌سازی با استفاده از برنامه‌ریزی خطی می‌باشد که به آن روش نا پارامتریک نیز گفته می‌شود. در این روش منحنی مرزی کارا از یک سری نقاط که به‌وسیله برنامه‌ریزی خطی تعیین می‌شود، ایجاد می‌گردد. برای تعیین این نقاط می‌توان از دو فرض بازدهی ثابت و متغیر نسبت به مقیاس استفاده کرد. روش برنامه‌ریزی خطی پس از یک سری بهینه‌سازی مشخص می‌کند که آیا واحد تصمیم‌گیرنده موردنظر روی مرز کارایی قرارگرفته است و یا خارج آن قرار دارد؟ بدین‌وسیله واحدهای کارا و ناکارا از یکدیگر تفکیک می‌شوند. تکنیک DEA تمام داده‌ها را تحت پوشش قرار داده و به همین دلیل تحلیل پوششی داده‌ها نامیده شده است[9]

۴-۱.الگوهای DEA

الگوهای DEA به‌طورکلی عبارت‌اند از: الگوی CCR الگوی BCC

۴-۱-۱.الگوی CCR

این الگو دارای بازده ثابت به مقیاس است و سعی دارد، با انتخاب وزن‌های بهینه، برای متغیرهای ورودی و خروجی واحد تحت بررسی، کسر کارایی این واحد (واحد صفر) را، به‌گونه‌ای بیشتر کند که کارایی سایر واحدها، از حد بالای یک، تجاوز نکند. این الگو در دو ماهیت ورودی و خروجی و در سه شکل کسری، مضربی و پوششی مطرح‌شده است و در ادامه، به بیان فرم‌های مختلف در بیان فرم‌های مختلف در ماهیت ورودی می‌پردازیم[10] با توجه به ویژگی فرم پوششی، الگوی CCR در ماهیت ورودی با شکل پوششی، برای این نوشته انتخاب شد. بنابراین در این قسمت، تنها به تشریح این شکل از CCR در ماهیت ورودی می‌پردازیم .در تحلیل پوششی داده‌ها دوگان فرم مضربی همواره شکل پوششی را نتیجه می‌دهد درصورتی‌که، دوگان فرم مضربیCCR را بنویسیم شکل پوششی CCR به‌صورت زیر به دست می‌آید:

مدل CCR ماهیت نهاده ای

$$\min \theta + \varepsilon \left[\sum_{i=1}^{m} S_i^- + \sum_{r=1}^{s} S_r^+ \right]$$

s.t

$$y_{rp} = \sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j - S_r^+ \quad , r = 1, \dots, s$$

$$\theta x_{ip} = \sum_{j=1}^{n} x_{rj}\lambda_j + S_i^- \quad , i = 1, \dots, m$$

$$\lambda_j \geq 0 \qquad j = 1, \dots, n$$

$$S_r^+ , S_i^- \geq 0 \qquad r = 1, \dots, s \ , i = 1, \dots, m$$

همان‌گونه که در شکل پوششی دیده می‌شود ،متغیر متناظر با محدودیت مساوی در فرم مضربی آزاد در علامت می‌باشد.در این الگو انتخاب هر بردار ۸مجاز ،یک حد بالا برای ستاده ها و یک حد پایین برای dmu ایجاد می‌کند و در مقابل ای محدودیت‌ها ای مرتبط با ۰≤j λ گزینه بهینه برای مرتبط شدن با min ɵ= ɵرا ارائه می‌دهد.

۴-۱-۲.الگوی BCC

www.SID.ir

Archive of SID

این مدل بر اساس حرف اول نام پدیدآورندگانش یعنی بنکر، چارنز و کوپر نام‌گذاری شده است. برخلاف مدل CCR که فرض بر بازدهی ثابت نسبت به مقیاس است در مدل BCC فرض بر بازدهی متغیر نسبت به مقیاس می‌باشد. استفاده از بازده متغیر نسبت به مقیاس موجب می‌شود با محاسبه کارایی فنی برحسب مقادیر کارایی ناشی از مقیاس و کارایی ناشی از مدیریت، تحلیل بسیار دقیقی ارائه گردد. برای ساخت مدل‌های نهاده گرا و ستاده گرا در مدل اصلی BCC از همان مبانی مدل CCR استفاده می‌شود در مدل نهاده گرا با کاهش نهاده‌ها میزان کارایی افزایش می‌یابد[11] ولی در مدل ستاده گرا با افزایش ستاده ها میزان کارایی افزایش می‌یابد. مدل مضربی BCC با شکل نهاده گرا به شکل زیر است:

مدل BCC ماهیت نهاده ای

$$\min \theta + \varepsilon \left[\sum_{i=1}^{m} S_i^- + \sum_{r=1}^{s} S_r^+ \right]$$

s.t

$$y_{rp} = \sum_{j=1}^{n} y_{rj} \lambda_j - S_r^+ \quad , r = 1, \dots, s$$

$$\theta x_{ip} = \sum_{j=1}^{n} x_{rj} \lambda_j + S_i^- \quad , i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0 \qquad j = 1, \dots, n$$

$$S_r^+ , S_i^- \geq 0 \qquad r = 1, \dots, s \ , i = 1, \dots, m$$

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)، شامل تکنیک‌ها و روش‌هایی برای ارزیابی کارایی و یا سنجش، بهره‌وری واحدهای تصمیم‌گیرنده است.

تحلیل پوششی داده‌ها درواقع تعمیم کار فارل در ابداع اولین روش غیر پارامتری است .فارل با استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده و اصول حاکم بر آن‌ها، مجموعه‌ای با عنوان مجموعه امکان تولید، ارائه و قسمتی از مرز آن را به‌عنوان تابع تولید معرفی نمود. این مرز را مرز کارا نیز می‌نامند و واحدهای تصمیم‌گیرنده‌ای که روی این مرز قرار می‌گیرند، کارا ارزیابی می‌شوند.

واحد تصمیم‌گیرنده (**DMU**)

در مسائلDEA ، به واحدی که می‌تواند در خصوص چگونگی پردازش داخل سیستم خود تصمیم بگیرد،

واحد تصمیم‌گیرنده می‌گویند؛ به‌بیان‌دیگر منظور از یک واحد تصمیم‌گیرنده، عبارت است از واحدی که با دریافت بردار ورودی مانند ($x_1 \dots x_m$) =x بردار خروجی مانند($y_1 \dots y_s$) =yرا تولید می‌نماید

که در آن ورودی عاملی است که افزایش آن، با ثابت نگه‌داشتن بقیه عوامل، کارایی را کاهش می‌دهد و خروجی عاملی است که افزایش آن با ثابت نگه‌داشتن بقیه عوامل کارایی را افزایش می‌دهد. و منظور از واحدهای تصمیم‌گیرنده متجانس عبارت است از واحدهایی که عمل مشابه دارند و با دریافت ورودی‌های مشابه، خروجی‌های مشابه تولید می‌کنند. مثلاً شعب یک بانک، واحدهای متجانس می‌باشند که با دریافت امکاناتی مانند، کارکنان، فضای اداری، کامپیوتر و...به جمع‌آوری سپرده، حصول سود و عرضه خدمات می‌پردازند. ازآنجایی‌که مدیران این واحدها با مدیریت خود و اعمال سیاست‌ها و ادغام ورودی‌ها، خروجی را تولید می‌کنند، آن‌ها را تصمیم‌گیرنده می‌نامند، البته ممکن است واحدی درصدی آزاد عمل داشته باشد و به‌اصطلاح واحد فقط یک مجری نمی‌باشد.[12]

5. روش پیشنهادی پژوهش

باید در نظر داشته باشید که باید nDMUsها با استفاده از متر ورودی به تولیدکنندگان و خروجی ها که توسط $(X_j, Y_j), j = 1, \dots, n$ و فرض اینکه $Y_j = (Y_{1j}, \dots, Y_{mj}) \geq 0, Y_j = 0, j = 1 \dots n,$ و $=(X_{1j}, \dots, X_{mj}) \geq 0, X_j = 0, j = 1 \dots, n, X_j$ همچنین فرض بر ثابت بودن DEA، بازده به مقیاس تکنولوژی برای اندازه‌گیری کارایی نسبی و تعیین معیار می باشد. بنابراین مجموعه امکان تولید (PPS)،T={(X,Y)/X,Y} می‌تواند درنتیجه مشخص به شرح زیرمی باشد:

$$T=\{(X,Y) \ /X \geq \sum_{j=1}^{n} \lambda_j X_j, Y \sum_{j=1}^{n} \lambda_j Y_j, \geq 0$$

مدل زیر به‌طور همزمان برای هر DMUنزدیک‌ترین اهداف در(مشترک) جنبه از مرز پارتو کارآمد از Tبا به حداقل رساندن وزن جهانی، -L1فاصله برای ورودی و خروجی واقعی خود را فراهم می‌کند.

www.SID.ir

Archive of SID

(۱)

$$min \sum_{j=1}^{n} \left\| (X_j, Y_j) - (\hat{X}_j, \hat{Y}_j) \right\|_1^{\omega}$$

s.t.:

$$\sum_{k\in E} \lambda_{kj} X_k = \ddot{X}_j \qquad j = 1, \dots, n \quad (1\text{-}1)$$

$$\sum_{k\in E} \lambda_{kj} Y_k = \ddot{Y}_j \qquad j = 1, \dots, n \quad (1\text{-}2)$$

$$-v' X_k + u' Y_k + d_k = 0 \qquad k \in E \quad (1\text{-}3)$$

$$\bar{X} v \geq 1_m \quad (1\text{-}4)$$

$$\bar{Y} v \geq 1_s \quad (1\text{-}5)$$

$$d_k \leq M b_k \qquad k \in E \quad (1\text{-}6)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_{kj} \leq M(1 - b_k) \qquad k \in E \quad (1\text{-}7)$$

$$d_k \geq 0 , b_k \in \{0,1\} \qquad k \in E$$

$$\lambda_{kj} \geq 0 , \ddot{X}_j \geq 0_m , \ddot{Y}_j \geq 0_s \qquad \forall k, j$$

در اینجا:

i) که $\left\| (X_j, Y_j) - (\ddot{X}_j, \ddot{Y}_j) \right\| = \sum_{j=1}^{n} \frac{X-\ddot{X}}{X} + \sum_{j=1}^{n} \frac{Y-\ddot{Y}}{Y}, J = 1 \dots, n, x, i = 1 \dots, m, y, i = 1, \dots s,$ متوسط‌های میانی DMUهای ورودی و خروجی‌های متناظر می‌باشند. این مشخصات فاصله‌ی وزن‌دار L_1 در نوشتار مرتبط با DEA مورداستفاده قرارگرفته است. توجه داشته باشید که ما از نورم L_1 وزن‌دار مشابه در فواصل میان DMU n و طرح‌های آن‌ها استفاده می‌نماییم. به‌علاوه، استفاده از یک نورم وزن‌دار (۱) یک مسئله را برای واحدهای اندازه‌گیری ورودی‌ها و خروجی‌ها ثابت در نظر می‌گیرد. متناوباً می‌توانیم ورودی‌ها و خروجی‌های واقعی را از طریق متوسط‌های متناظر نرمال کنیم.

ii) $\bar{X}$ و $\bar{Y}$ ماتریس‌های قطری m*m و s*s می‌باشند که ورودی‌هایشان به ترتیب متوسط‌های ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌باشند. (در (۱,۴) و (۱,۵) از نشان‌گذاری عمومی $1'_n = (1,\dots1)_{1*n}$ استفاده می‌کنیم).

iii) M یک کمیت بزرگ مثبت است

iv) E مجموعه‌ای از DMUهای بسیار مؤثر T می‌باشد.

مجموعه‌ی امکان‌پذیر با قیدهای ذیل متناظر است که (۱) به ما امکان می‌دهد که بنچمارک‌های $\ddot{X}_j, \ddot{Y}_j$, j = 1,...,n را برای هر DMU_j, j=1,...,n در نظر بگیریم که همگی بر یک‌رویه‌ی یکسان مرز مؤثر پارتوی T قرار دارند. (۱,۱)-(۱,۲) تضمین می‌نمایند که $\ddot{X}_j, \ddot{Y}_j$, j = 1,...,n به T تعلق دارند. با داشتن (۱,۳)-(۱,۵) این امکان را برای تمام بردارهای با وزن غیر صفر (v,u) که ضرایب یک فوق صفحه‌ی پشتیبانی T می‌باشند فراهم می‌نماییم. (۱,۴)-(۱,۵) درواقع قیدهای $u_r \bar{y}_r \geq 1, r = 1, \dots, s$ و $v_i \bar{x}_i \geq 1, i = 1, \dots, m$ می‌باشند که هنگامی‌که شناوری‌های در تابع هدف با $1/\bar{y}_r, r = 1, \dots, s$ و $1/\bar{x}_i, i = 1, \dots, m$ همانند اینجا وزن گرفته باشند، قیدهای فرمولاسیون دوگانه‌ی مدل افزایشی ثابت می باشند. این قیدها وزن‌های غیر صفر را حفظ می‌نمایند. (۱,۶)-(۱,۷) محدودیت‌های کلیدی می‌باشند که دو گروه قبلی قیدها را به هم متصل می نمایند تا اطمینان حاصل شود که بنچمارک‌ها بر مرز مؤثر T پارتو قرار دارند. اگر $\sum_{j=1}^{n} \lambda_{kj} > 0$ بنابراین (۱,۷) بر اساس (۱,۶) به $b_k = 0$ و درنتیجه $d_k=0$ اشاره می‌نماید. بنابراین اگر $DMU_k \in E$ به‌طور فعالی به‌عنوان یک ارجاعی در ارزیابی DMU_j,j=1,...,n شرکت می‌نماید، بنابراین لزوماً به $v'X+u'Y=0$– تعلق دارد. بنابراین بنچمارک‌های امکان‌پذیر در نظر گرفته در مدل (۱)، ترکیبات $\ddot{X}_j, \ddot{Y}_j$, j = 1,...,n می $DMU_k's \in E$ باشند که همگی بر یک‌رویه‌ی مرز مؤثر پارتو می‌باشند زیرا این DMU_kها همگی به یک فوق صفحه‌ی پشتیبان مشترک T متعلق می‌باشند، - $v'X+u'Y=0$ که ضرایبش همگی غیر صفر می‌باشند.

حل نمودن (۱) به ما اجازه می‌دهد که یک گروه مرجع مشترک از DMUها را شناسایی نماییم، $RG = \{DMU_g/\lambda_{gi}^* > 0, \text{ for some } j=1,\dots,n\}$ که بنچمارک‌های پتانسیل برای بقیه‌ی واحدها را دربر می‌گیرد. اهداف فراهم‌شده توسط (۱) برای هر $DMU_l \notin RG$ درواقع مختصات ترسیمی این واحد بر رویه‌ی مرز مؤثر DEA می‌باشند که DMUها در پوشش RG می‌باشند. بخصوص این اهداف می‌توانند با استفاده از راه‌حل های بهینه‌ی (۱) به دست آیند که به‌صورت ذیل می‌باشد:

(۲)

www.SID.ir

Archive of SID

$$\sum_{g\in RG} \lambda^*_{gt} X_g = \hat{X}^*_t$$
$$\sum_{g\in RG} \lambda^*_{gt} Y_g = \hat{Y}^*_t$$

توجه داشته باشید که این اهداف به‌صورت سراسری نزدیک‌ترین موارد به ورودی‌ها و خروجی‌های واقعی تمام DMUها می‌باشند، در این رابطه تابع هدف (۱) مجموع فاصله‌ی L_1 وزن‌دار میان DMUها و طرح‌هایشان بر یک مرز مؤثر را به حداقل می‌رساند. بنابراین مدل (۱) عملکردهای بنچ مارکی که بسیار مشابه به عملکردهای واقعی DMUها می‌باشند شناسایی می‌نماید که آن مواردی می‌باشند که به آن‌ها مسیر برای ارتقا با تلاش سراسری کمتری را نشان می‌دهد.

همچنین قابل‌توجه است که به‌منظور حصول اطمینان از امکان‌پذیری مدل (۱)، در اینجا نیازی به بنچمارک‌ها برای مشخص نمودن DMUهای متناظر نمی‌باشد، زیرا ما تمام آن‌ها را مجبور نموده‌ایم که بر روی یک‌رویه‌ی مرز ترسیم شوند. به همین دلیل است که این مدل در رابطه با شناوری‌های غیر منفی فرمول‌بندی نشده اما از مقدار مطلق انحرافات میان ورودی‌ها و خروجی‌ها و اهداف واقعی استفاده می‌نماید که می‌توانند مقادیر مثبت یا منفی (یا صفر) باشند. درنتیجه، در این پایاننامه ما در رابطه با کارایی فنی صحبت نمی‌کنیم. ایده‌ی در پس این روش به‌صورت ذیل است: مدل (۱) امکان شناسایی نمودن یک مرز رایج بهترین اقدام را فراهم می‌نماید که مشابه‌ترین بنچمارک‌ها به عملکردهای واقعی را به دست می‌دهد. این مرز رایج بهترین عملکرد برای تنظیم اهداف مورداستفاده قرارگرفته که می‌تواند بر زوال مقداری از سطح ورودی و/یا خروجی مشاهده‌شده شود. این تعیین نمودن بهترین اقدامات رایج ممکن است برخی DMUها را طوری هدایت نماید که ترکیباتشان را به همراه احجام فعالیت‌هایشان تغییر دهند. توجه داشته باشید که با این روش بر اساس DEA، شناسایی بهترین اقدامات الزاماً مستلزم انتخاب یک CSW می باشد که یک سیستم مقدار نسبی از ورودی‌ها و خروجی‌های در نظر گرفته‌شده را تعیین می‌نماید. بنابراین با توجه به ارزش نسبی ورودی و خروجی‌های تعیین‌شده از طریق این CSW، احتمالاً با بدتر کردن سطح یک متغیر چنین داشته باشیم که متغیر دیگری می‌تواند ارتقا یابد تا کاهش مقدار به دلیل تنزل سطح متغیر قبلی را جبران نماید.

تبصره ۱- خطی سازی هدف مدل(۱)

مدل (۱) یک مسئله‌ی غیرخطی می‌باشد که درنتیجه‌ی استفاده از مقادیر مطلق انحرافات در هدف به‌دست‌آمده است. بااین‌وجود، (۱) می‌تواند بدون مقادیر مطلق نیز بازنویسی گردد که در ادامه شرح داده می‌شود. ما متغیرهای جدید تصمیم $X_j^+, X_j^- \geq 0_m$ ،$Y_j^+, Y_j^- \geq 0_s$ ،$j=1,\dots,n$ را معرفی می‌نماییم و به مجموعه قیدهای (۱)، قیدهای $X_i - \hat{X}_j = X_j^+ - X_j^-, j = 1, \dots, n$ و $Y_i - \hat{Y}_j = Y_j^+ - Y_j^-, j = 1, \dots, n$ را می افزاید. بنابراین به حداقل رساندن هدف غیرخطی در (۱) معادل با به حداقل رسانی تابع هدف خطی $\sum_{j=1}^{n}\left[\left(X_j^+ + X_j^-\right)'\bar{X}^{-1}1_m + \left(Y_j^+ + Y_j^-\right)'\bar{Y}^{-1}1_s\right]$ تحت مجموعه قیدهای به‌دست‌آمده می‌باشند بنابراین (۱) تبدیل به یک مدل برنامه‌ریزی خطی ترکیبی عدد صحیح می‌شود.

تبصره ۲- حل نمودن(۱) در عمل

فرمولاسیون مدل (۱) در جستجوی DMU_k ها در E می‌باشد که به‌صورت فعالی به‌عنوان یک مرجع در ارزیابی برخی از $DMU_j, j=1,\dots,n$ شرکت می‌نماید که لزوماً به یک فوق‌صفحه تعلق دارد که دربرگیرنده‌ی مرز مشترک بهترین اقدام می‌باشد. این درواقع از طریق قیدهای (۱,۶) و (۱,۷) به دست می‌آید که دربرگیرنده‌ی M بزرگ رده‌ای و متغیرهای باینری می‌باشد. به‌هرحال (۱) در عمل می‌تواند از طریق فرمول‌بندی این قیدها با استفاده از مجموعه‌های مرتب مخصوص (SOS) حل شوند.SOS نوع ۱ یک مجموعه از متغیرهایی می‌باشد که در بالاترین حالت یک متغیر احتمالاً غیر صفر باشد. بنابراین اگر ما (۱,۶) و (۱,۷) را از فرمولاسیون حذف نموده و بجای آن‌یک SOS نوع ۱ S_k برای هر جفت متغیر $\{\lambda_k, d_k\}, k\in E$ تعریف نمود که $\lambda_k = \sum_{j=1}^{n}\lambda_{kj}$ بنابراین اطمینان حاصل‌شده که $\sum_{j=1}^{n}\lambda_{kj}$ و d_k نمی‌توانند به‌طور همزمان برای DMU_kها مثبت باشند که $k\in E$. بهینه‌ساز CPLEX می‌تواند مسائل LP را با SOS حل نماید.

با در نظر گرفتن تبصره‌های ۱ و ۲، نیاز به حل نمودن فرمولاسیون ذیل داریم تا راه‌حل بهینه‌ی (۱) را بیابیم.

(۳)

$$\min \sum_{j=1}^{n}\left[\left(X_j^+ + X_j^-\right)'\bar{X}^{-1}1_m + \left(Y_j^+ + Y_j^-\right)'\bar{Y}^{-1}1_s\right]$$

s.t.:

www.SID.ir

Archive of SID

$$\sum_{k\in E}\lambda_{kj}X_k=\hat{X}_j \qquad j=1,\dots,n$$
$$\sum_{k\in E}\lambda_{kj}Y_k=\hat{Y}_j \qquad j=1,\dots,n$$
$$X_j-\hat{X}_j=X_j^+-X_j^- \qquad j=1,\dots,n$$
$$Y_j-\hat{Y}_j=Y_j^+-Y_j^- \qquad j=1,\dots,n$$
$$-v'X_k+u'Y_k+d_k=0 \qquad k\in E$$
$$\bar{X}v\geq 1_m$$
$$\bar{Y}v\geq 1_s$$
$$\lambda_k=\sum_{j=1}^{n}\lambda_{kj}$$
$$d_k\geq 0 \qquad k\in E$$
$$\lambda_{kj}\geq 0, X_j^+, X_j^-, \hat{X}_j\geq 0_m, Y_j^+, Y_j^-, \hat{Y}_j\geq 0_s \qquad \forall k,j$$
$$S_k=\{\lambda_k,d_k\}\ SOSI \qquad k\in E$$

5-۱. اندازه‌گیری کارایی و رتبه‌بندی واحدها

راه‌حل‌های بهینه برای وزن‌ها در (۱)، (v^*,u^*) می‌توانند به‌عنوان CSWها در نظر گرفته شوند تا امتیازات کارایی را برای تمام DMUها به‌صورت معمول تعریف نمایند

(۴)

$$\theta_j=\frac{u^{*\prime}Y_j}{v^{*\prime}X_j}\ ,j=1,\dots,n$$

همان‌طور که در ابتدای روش پیشنهادی گفته شد، روش‌های دیگری بر اساس DEA نیز در نوشتار وجود دارند که هدفشان تعیین نمودن یک CSW برای استفاده جهت اندازه‌گیری کارایی و رتبه‌بندی واحدها می‌باشند. در بسیاری از آن‌ها، انتخاب بردار وزن (v,u) به‌واسطه‌ی به حداقل رسانی انحرافات بین امتیازات کارایی DEA و امتیازاتی می‌باشد که ناشی از آن وزن‌ها خواهند شد. کاو و هانگ (۲۰۰۵) یک خانواده از CSW را با استخراج $D_p(u,v)=\left[\sum_{j=1}^{n}\left(\theta_j^{DEA}-\theta_j(u,v)\right)^P\right]^{1/P}, P\geq 1$ به حداقل رسانی خانواده‌ی تعمیمی مقادیر فاصله نموده است. دسپاتیس (۲۰۰۲) یک ترکیب برجسته از این انحرافات اندازه‌گیری شده در رابطه با فواصل D_1 و D_∞ را به حداقل می‌رساند، $t\frac{1}{n}D_1(u,v)+(1+t)D_\infty(u,v)$ که t پارامتری در [0,1] می‌باشد که مشخصاتش منجر به CSWهای متفاوت می‌شود. و لیو و پنگ (۲۰۰۸) روش دیگری بر اساس به حداقل رسانی مجموع انحرافات ذیل $\sum_{j\in E}\left(\Delta_j^I+\Delta_j^O\right)$ که Δ_j^I و Δ_j^O طوری می‌باشند که $\left(\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}+\Delta_j^O\right)/\left(\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}-\Delta_j^I\right)=1$ و E مجموعه کلی DMUهای مؤثر را به‌صورت نهایی یا غیر آن نشان می‌دهد. چنین نشان داده‌شده که این پروسه درنهایت معادل با یافتن بردار وزنی می‌باشد که کارایی یک DMU متراکم را به حداکثر می‌رساند. بنابراین می‌توانیم ببینیم که این روش‌ها در جستجوی یافتن یک بردار وزن (v,u) مرتبط با یک فوق صفحه‌ی پشتیبان PPS می‌باشد که امتیازات کارایی حداکثری را به‌طور سراسری به دست می‌دهد. در مقابل، روش ما امتیازات کارایی را به دست می‌دهد که از بردارهای وزن (v^*,u^*) مرتبط با فوق صفحه‌ی تحت پشتیبانی گروهی از DMUها ناشی می‌شوند می‌توانند بهترین نقش به‌عنوان بنچمارک‌های مشترک برای واحدهای باقیمانده را ایفا نمایند.

ازآنجاکه امتیازات کارایی (۴) با وزن‌هایی محاسبه‌شده‌اند که برای تمام DMUها مشترک می‌باشند، می‌توانند مورداستفاده قرار گیرند تا یک رده بندی کامل از واحدها را استخراج نمایند. در فرایندهای تصمیم‌گیری به‌طورکلی، رتبه‌بندی‌ها غالباً یک نقش نسبی برای انتخاب گزینه‌ها به را اساس ارزیابی‌های انجام‌گرفته ایفا می‌نماید. در نواحی مانند تحصیلات عالیه، رتبه‌بندی‌های دانشگاه‌ها یک محبوبیت افزایش‌یافته را تجربه نموده‌اند. مشهودترین رتبه‌بندی‌های بین‌المللی، رتبه‌بندی آکادمیک دانشگاه‌های جهان (ARWU) توسط دانشگاه شانگهای ژیاو تانگ که معمولاً به‌عنوان نماخص شانگهای شناخته‌شده و رتبه‌بندی دانشگاه دنیا توسط تحصیلات عالیه‌ی تایمز (THESQS) می‌باشد. رتبه‌بندی‌های دانشگاهی درواقع

www.SID.ir

اثری بر مدیریت این مؤسسات دارند: بر انتخاب یک مکان راحت توسط دانشجویان، بر تصمیمات استخدامی توسط کارفرمایان، بر سیاست‌های دانشگاهی، انگیزشی و رقابت برانگیزی در میان آن‌ها.

در این پژوهش مخصوصاً با رتبه‌بندی DMUها به‌عنوان ادامه‌ی کار قبلی توسعه‌یافته درباره‌ی بنچمارک‌ها در ارتباط است. تا اینجا، در بخش ۳ یک پروسه پیشنهادشده که می‌توان به‌عنوان یک گزینه برای روش‌های کنونی بر اساس DEA برای تعیین CSWها به آن نگاه نمود که مورداستفاده قرارگرفته‌اند تا امتیازات کارایی و رتبه‌بندی تولید واحدها را تعریف نمایند. بااین‌وجود در زیر بخش بعدی ما یک روش را توسعه داده ایم که یک گام فراتر می‌رود، به این صورت که برای هر واحد بازه‌ای از رتبه‌بندی‌های ممکن را ارائه می‌دهد که منجر به امتیازات کارایی همه‌ی DMUهایی می‌شود که با تمام راه‌حل‌های بهینه‌ی (۱) برای (v,u) محاسبه‌شده‌اند. بنابراین این روش تمام CSWهای به‌دست‌آمده توسط (۱) را در نظر می‌گیرد، بجای آنکه یک رتبه‌بندی تک بدهد که از انتخاب یک CSW با توجه به برخی شرایط اضافی حاصل‌شده است. بازه‌های رتبه‌بندی امکان آنالیز نمودن قدرت رتبه‌بندی‌ها نسبت به بهترین جایگزین برای CSW را فراهم می‌نماید.

5-۱-۱. بازه‌های رتبه‌بندی

در این زیر بخش، ما روشی را توسعه می‌دهیم که بر تحلیل نمودن این هدف‌گذاری نموده که رتبه‌بندی DMUهای به‌دست‌آمده از ۴ چقدر می تواند مجموعه‌ی وزن‌های ورودی و خروجی مرتبط با راه‌حل‌های بهینه‌ی (۱) را تغییر دهد. همان‌طور که گفته شد، CSWهای به‌دست‌آمده از (۱) ضرایب فوق صفحه‌های پشتیبان T در رویه‌ی تحت پوشش DMUها در RG هستند که به‌عنوان مرز مشترک بهترین اقدام در تعیین بنچمارک‌ها مورداستفاده قرارگرفته است. اگر |RG| < m+s-1 که |RG| کاردینالی بودن RG می‌باشد، بنابراین رویه ابعاد کاملی نداری و درنتیجه فوق صفحه‌های پشتیبانی بسیاری از T وجود دارند که دربرگیرنده‌ی رویه‌ی مرز ضریب DEA می‌باشند و هریک با یک راه‌حل بهینه‌ی (۱) برای (v,u) در ارتباط می‌باشند. درنتیجه امتیازات کارایی تعریف‌شده در (۴) و رتبه‌بندی‌های DMUهای در ادامه‌ی آن احتمالاً بسته به انتخاب CSW که به وجود آمده متغیر می‌باشند. درواقع این اتفاق اغلب در عمل رخ می‌دهد زیرا رویه‌های مؤثر با ابعاد کامل (FDEFها) به‌ندرت وجود دارند، که این درنتیجه‌ی انحراف ناکافی درداده‌ها می‌باشد. بنابراین تحلیل نمودن مقاومت رتبه‌بندی‌هایی که امتیازات کارایی (۴) ممکن است به دست دهد مورد علاقه‌مندی زیادی قرار می‌گیرند. مشخصاً DMUها در RG بی‌توجه به CSW به‌دست‌آمده از (۱) در رأس قرار خواهند گرفت زیرا آن‌ها با امتیاز کارایی حداکثری رتبه‌بندی شده‌اند. بااین‌وجود، تغییرات احتمالی در رتبه‌های دیگر DMUها به دلیل انتخاب‌های احتمالی CSWها بایست موردبررسی قرار گیرند.

برای سروکله زدن با این موضوع، ما در اینجا نشان می‌دهیم که چگونه برای هر DMU بازه‌ای برای رتبه‌بندی‌های احتمالی‌اش بیابید که از درنظرگرفتن تمام گزینه‌های بهینه برای CSW ناشی شود. به‌طور خاص، ما بهترین و بدترین رتبه‌بندی‌هایی را می‌یابیم که اگر تمام راه‌حل‌های بهینه‌ی جایگزین برای CSW در (۱) در نظر گرفته شوند یک DMU داده‌شده خارج از RG بتواند حاصل شود. بنابراین این روشی است که از نیاز به معرفی شرایط اضافی جهت انتخاب اوزان در میان بهینه‌های جایگزین اجتناب می‌ورزد.

ما با تعریف نمودن مجموعه‌های DMUهای مرتبط با هریک از راه‌حل‌های بهینه‌ی ذیل (v^*,u^*) شروع بکار می‌کنیم:

تعریف ۱- DMU را یک واحد داده‌شده خارج از RG در نظر بگیرید. برای هر (v^*,u^*)، $H_.(v^*,u^*) = \{DMU_i, i \notin RG / \theta_i > \theta_.\}$ مجموعه‌ی DMUهایی (خارج از RG) می‌باشد که DMU_0 با CSW(v^*,u^*) عملکرد بهتری دارد.

تعریف ۲- DMU را یک واحد داده‌شده خارج از RG در نظر بگیرید. برای هر (v^*,u^*)، $L_.(v^*,u^*)$ همانند $H_.(v^*,u^*)$ تعریف‌شده با این تفاوت که چنین در نظر گرفته که DMUها بدتر از DMU_0 با CSW(v^*,u^*) عملکرد بدتری دارند.

برای تعیین نمودن بهترین رتبه‌بندی DMU_0 ما نیاز داریم که CSW را در (۱) بیابیم که به کمترین تعداد DMU با امتیاز کارایی بالاتری نسبت به DMU_0 افزایش می‌دهد. رسماً

تعریف ۳. بهترین رتبه‌بندی یک DMU_0 خارج از RG از ذیل به دست می‌آید

(۵)

$$r_.^b = |RG| + \min_{(v^*,u^*)} \{|H_.(v^*,u^*)|\} + ۱$$

که $|H_.(v^*,u^*)|$ و |RG| به ترتیب کاردینالی بودن مجموعه‌های $H_.(v^*,u^*)$ و RG می‌باشند.

پیشنهاد ذیل نشان می‌دهد که چگونه r_0^b را بیابیم.

پیشنهاد ۲. برای هر DMU_0 خارج از RG

www.SID.ir

Archive of SID

(۶)

$$r_{\cdot}^{b} = n - LE_{\cdot}^{*}$$

که LE_0^* مقدار بهینه‌ی مسئله می‌باشد.

(۷)

$$\max LE_{\cdot} = \sum_{l \notin RG, l \in \cdot} I_l$$

s.t. :

$$-v'X_k + u'Y_k + d_k \leq \cdot \quad k \in E - RG \quad (۷\text{-}۱)$$

$$-v'X_g + u'Y_g = \cdot \quad g \in RG \quad (۷\text{-}۲)$$

$$\bar{X}v \geq 1_m \quad (۷\text{-}۳)$$

$$\bar{Y}v \geq 1_s \quad (۷\text{-}۴)$$

$$\theta_t = \frac{u'Y_l}{v'X_l} \quad l \notin RG \quad (۷\text{-}۵)$$

$$\theta_l - \theta_{\cdot} \leq 1 - I_l \quad l \notin RG, l \neq \cdot \quad (۷\text{-}۶)$$

$$I_l \in \{\cdot, 1\}, \forall l \notin RG, l \neq \cdot$$

که $I_\iota, \iota \notin RG, \iota \neq \cdot$ متغیرهای باینری می‌باشند که در بهترین حالت نشان می‌دهند که DMU_0 نسبت به DMU_ι بهتر عمل می‌نماید یا خیر.

اثبات. با (۷-۱)- (۷-۴) مدل (۷) برای تمامی راه‌حل‌ها اجازه می‌دهد تا همه‌ی راه‌حل‌های بهینه (۱) برای $CSW_s, (V^*, u^*)$ محدودیت (۷,۶) به‌منظور شناسایی شامل

DMUs نه در RG به‌استثنای $DMU_{\cdot}$ که کارایی پایین‌تر یا برابر با $DMU_{\cdot}$

و درنتیجه، گزینه‌هایی که نمرات کارایی‌شان بیشتر است.

توجه داشته باشید که $\theta_l - \theta_{\cdot} \leq 1$

ازاین‌رو برای هر انتخاب $CSW_S, (V^*, u^*), if \theta_l > \theta_{\cdot}$ برای هر $DMU_l \notin RG \neq \cdot$

بنابراین I_l لزوماً خواهد بود درحالی‌که اگر $\theta_l \leq \theta_{\cdot}$ بنابراین I_ι می‌تواند 0 یا 1 باشد.

ازآنجایی‌که در به حداکثر رساندن مجموع در هدف (۷) ، بهینه که $\theta_l > \theta_{\cdot}$ بود اتفاق می‌افتد اگر و تنها اگر $I_\iota, = \cdot$ هر جا $\theta_l \leq \theta_{\cdot}$ لزوماً همراه با $I_\iota, = 1$ خواهد بود.

بدین ترتیب، مدل (۷) حداکثر تعداد DMU را در RG با کارایی پایین‌تر یا برابر به دست می‌آورد. $DMU_{\cdot}$ (به‌استثنای $DMU_{\cdot}$)

ازاین‌رو $\{|RG| + |H_0(V^*, u^*)| + 1\}$ درنهایت، (۶) نگه می‌دارد، به‌عنوان LE^*_0=n-Min{ |RG| کُند بستگی ندارد

مدل (۷) یک ترکیب صحیح غیرخطی مشکل است. که دارای موارد زیر است.

گزاره ۳. مدل (۷) دارای یک بهینه کلی است .

(۸)

$$r_{\cdot}^{w} = n - \min_{(v^*, u^*)} \{|L_{\cdot}(v^*, u^*)|\}$$

در اینجا $|L_{\cdot}(v^*, u^*)|$ و $|RG|$ به ترتیب، اساسی از مجموعه RG و $L_{\cdot}(v^*, u^*)$

گزاره زیر نشان می‌دهد که چگونه برای پیدا $r_{\cdot}^{w}$

گزاره ۴- برای هر DMU_0 در RG

(۹)

$$r_{\cdot}^{w} = |RG| + HE_{\cdot}^{*} + 1$$

که $HE_{\cdot}^{*}$ مقدار نتیجه‌ی مسئله است:

(۱۰)

$$\max \quad LE_{\cdot} = \sum_{l \notin RG, l \in \cdot} I_l$$

www.SID.ir

$$s.t.: \qquad (۱۰-۱)$$

$$-v'X_k + u'Y_k + d_k \le ۰$$

$$k \in E - RG \quad -v'X_g + u'Y_g = ۰ \quad g \in RG \qquad (۱۰-۲)$$

$$\bar{X}v \ge ۱_m \qquad (۱۰-۳)$$

$$\bar{Y}v \ge ۱_s \qquad (۱۰-۴)$$

$$\theta_t = \frac{u'Y_l}{v'X_l} \qquad l \notin RG \qquad (۱۰-۵)$$

$$\theta_. - \theta_l \le ۱ - I_l \qquad l \notin RG, l \ne ۰ \qquad (۱۰-۶)$$

$$I_l \in \{۰,۱\}, \forall l \notin RG, l \ne ۰$$

که در $l \notin RG, l \ne ۰$ و متغیرهای دودویی هستند که در بهینه نشان می‌دهند که DMU بهتر است $DMU_.$ است یا نه.

اثبات: اثبات بسیار مشابه گزاره‌ی ۲ است توجه داشته باشید که (۱۰) تنها نتیجه‌ی جایگزین کردن (۷-۶) در ۷ با $\theta_. - \theta_l \le M(۱ - I_l)$ است. بنابراین، در بهینه $\theta_l > \theta_.$ لزوماً مرتبط با $I_l = ۱$ است. هنگامی‌که $\theta_l \le \theta_.$ با $I_l = ۰$ و درنتیجه، HE^*_0 مقدار ماکسیمم $DMUs$ که در RG نیست با یک بهره‌وری بالاتر یا برابر با $DMU_.$ ($DMU_.$) را محاسبه می کند.

بدیهی است مدل (۱۰) همچنین یک بهینه جهانی است که می تواند با استفاده از یک پارامتر رویکرد مانند (۷) پیدا کند.

توسعه بالا یک جفت از مقدارها r^b_0وr^w_0 ارائه می‌دهد که حدود رتبه‌بندی مناسب برای هر $DMU_.$ را تعیین می‌کند. این اطلاعات سودمند راجع به عملکرد واحدهای متفاوت است که نتایج از یک تجزیه‌وتحلیل بهره‌وری با استفاده از شانه‌های مشترک $DMUs$ که در RG هستند به دست می‌آید. این وضعیت به شرح زیر است: از قبل گفته شد $DMUs$ در RG بدیهی است که رتبه بالایی دارد. با توجه به باقیمانده واحدها،اگر، برای مثال $r^b_0 \square r^w_0$ که یعنی رتبهDMUj بالاتر از DMUj است، صرف‌نظر از این‌که CSW که انتخاب‌شده است. اگر $r^b_0 \square r^w_0$ که DMUj زیرمجموعه بعضی از DMUsها است، آنگاه داریم DMUs که در دو گروه متفاوت هستند حاصل می‌شود.

۶.پیاده سازی روش پیشنهادی

در این پژوهش برای نشان دادن روش پیشنهادی، ما از داده‌ها استفاده می‌کنیم که مربوط به عملکرد ۲۸ خطوط هوایی بین‌المللی از شمال امریکا، اروپا و آسیا و استرالیا در طول سال 2015 است. برای هر خط هواپیمایی دو خروجی و چهار ورودی در نظر گرفته شد؛ خروجی‌ها شامل مسافر-کیلومترهای پرواز (PASS) و حمل‌ونقل – کیلومترهای پرواز(CARGO) بودند و ورودی‌ها : تعداد کارکنان (LAB) سوخت (میلیون‌ها گالن)، نوع دیگری از ورودی‌ها (میلیون‌ها دلار در ایالات‌متحده معادل آن) به‌جز کار و هزینه‌های مصرف سوخت (MATL) و سرمایه (CAP) به‌عنوان مجموع حداکثر وزن برخاست از همه هواپیما پرواز ضرب‌در تعداد روزهای پرواز که با استفاده از نرم افزار گمز تجزیه و تحلیل می شوند و در آخر با استفاده از نرم افزار spss رتبه بندی می شوند.

جدول۱: خروجی ها و ورودی های خطوط هوایی

خطوط هوایی	خروجی ها		ورودی ها			
	مسافر-کیلومتر پرواز	حمل و نقل-کیلومتر پرواز	تعداد کارکنان	سرمایه	سوخت	کارو هزینه های مصرف
کانتاس	۱۷۹۹۷	۳۹۳	۱۴۷۴	۴۷۸۴	۲۸۹۹۱	۱۳۳۰
جریال	۲۱۴۳۰	۱۳۵۱	۲۵۳۶	۱۷۹۳۲	۵۷۲۹۰	۳۷۸۱
سنگاپور	۱۰۸۶۴	۵۲۳	۱۵۱۲	۴۴۷۹	۳۲۴۰۴	۱۹۰۲
فین ایر	۸۶۳۰	۱۸۵	۳۰۳	۱۴۸۲	۹۹۲۵	۱۵۷
لوفت هانز	۴۵۵۱۴	۱۰۷۸	۳۳۱۴	۹۰۰۴	۵۰۹۸۹	۵۳۴۶
هوایی سویس	۱۹۹۸۵	۳۹۲	۹۶۴	۲۹۲۹	۲۰۰۹۲	۱۳۷۵
پرتغال	۱۰۵۲۰	۱۲۱	۸۳۱	۱۱۱۷	۸۹۶۱	۲۳۴
ای ام غربی	۲۲۷۶۶	۶۲۶	۱۱۹۷	۴۸۲۹	۲۷۶۷۶	۹۹۸
نیپون	۱۲۲۲۲	۸۶۰	۲۰۰۸	۶۰۷۴	۳۵۲۶۱	۶۱۴
کاتای	۱۲۲۱۴	۴۵۶	۱۴۹۲	۴۱۷۴	۲۳۳۸۸	۱۵۸۰

www.SID.ir

مالایسا	۱۵۱۵۶	۲۷۹	۱۲۴۶	۲۲۵۸	۱۲۸۹۱	۵۹۹
استرا	۴۰۶۷	۶۲	۲۴۱	۵۸۷	۲۹۴۳	۶۵
سعودی	۲۴۷۰۸	۲۳۵	۸۰۶	۶۸۱۹	۱۸۹۶۹	۷۶۰
آمریکا	۸۰۶۲۷	۲۳۸۱	۵۱۴۹	۱۸۶۲۴	۱۳۳۷۹۶	۱۸۳۸
ساس	۲۲۱۸۰	۳۷۷	۱۲۳۴	۳۱۱۹	۲۰۷۹۹	۶۱۹
هوایی کانادا	۲۲۷۶۶	۶۲۶	۱۱۹۷	۴۸۲۹	۲۷۶۷۶	۹۹۸
هوایی آمریکا	۵۳۵۵۷	۱۲۵۲	۳۰۳۰	۸۹۵۲	۵۹۰۰۱	۳۹۲
پانام	۲۸۶۳۸	۹۹۱	۲۱۹۳	۷۱۳۱	۵۴۰۵۴	۱۳۸۲
آسترن	۲۱۳۵۰	۵۸۰	۱۴۹۸	۴۴۵۹	۲۹۰۵۰	۲۴۵
کانادیدان	۱۶۶۱۳	۵۱۳	۱۰۵۱	۳۳۵۸	۲۴۳۷۲	۶۲۵
دلتا	۶۱۶۷۵	۱۹۹۷	۳۹۷۲	۱۴۰۶۳	۹۶۵۴۰	۱۳۰۰
ابریا	۳۰۱۴۰	۴۹۹	۱۲۳۸	۳۷۷۱	۲۳۳۱۲	۸۴۵
نروژ	۴۲۹۸۹	۱۷۶۲	۳۶۷۸	۱۳۶۹۸	۸۵۷۴۴	۲۵۱۳
ینتد	۷۳۹۰۲	۲۲۴۶	۵۶۷۸	۱۸۲۰۴	۱۳۱۹۰۵	۲۳۲۶
گرودا	۱۰۴۲۸	۳۰۴	۳۱۷۱	۳۳۰۵	۱۴۰۷۴	۵۳۹
کونتینتال	۳۵۶۶۱	۱۲۸۵	۲۸۳۵	۹۹۶۰	۶۹۰۵۰	۱۰۹۰
توا	۳۵۷۸۳	۱۱۱۸	۲۳۸۹	۸۷۰۴	۶۲۳۴۵	۱۱۱۹
برتیش	۵۱۸۰۲	۱۲۹۴	۴۲۷۶	۱۲۱۶۱	۶۷۳۶۴	۲۶۱۸

جدول۲:محاسبه کارایی در دو حالت CCR و BCC

خطوط هواپیمایی	CCR	BCC	U^-	U^+
کانتاس	0/849	0/885	-۱/۷۲	-۰/۰۸۵
جریال	۰/۶۳۴	۰/۶۵۴	۰	۰
سنگاپور	۱	۱	۰	۰
فین ایر	۱	۱	-۴/۸	۰
لوفت هانز	۱	۱	-۱/۴۱	۰
هوایی سویس	۰/۸۵۱	۰/۸۵	-۰/۲۸۱	-۰/۲۸۱
پرتغال	۰/۵۲۱	۰/۵۳۱	۰/۸۳۲	۱/۴۵۸
ای ام غربی	۰/۴۱۲	۰/۴۲۳	۰/۶۸۴	۰/۹۵۱
نیپون	۱	۱	۰	۰
کاتای	۰/۵۲۹	۰/۵۳۱	-۱/۲۱۴	-۰/۸۵۳
مالایسا	۰/۷۴۵	۰/۷۶۶	-۱/۱۲۷	-۱/۱۲۷
استرا	۰/۶۵۸	۰/۶۹۸	-۱۰/۶۷	-۹/۹۱
سعودی	۰/۲۳۵	۰/۲۳۸	-۱/۴۱۲	-۱/۴۵۲
آمریکا	۰/۹۵۸	۰/۹۸۷	۰/۵۸۶	۰/۵۹۵
ساس	۰/۷۵۲	۰/۷۵۶	-۱/۲۸۴	-۱/۲۳۵
هوایی کانادا	۱	۱	-۱۲/۴۵	۰
هوایی آمریکا	۰/۶۳۴	۰/۶۵۴	۰	۰

www.SID.ir

Archive of SID

پانام	۰/۵۴۱	۰/۶۵۲	۰/۸۵۲	۱/۴۵۲
آسترون	۰/۵۲۱	۰/۵۸۴	-۰/۱۱۹	-۰/۱۱۹
کانادیدان	۱	۱	۰	۰
دلتا	۰/۷۸۹	۰/۷۹۹	۰	۰/۸۶۲
ابریا	۰/۷۵۱	۰/۸۰۱	-۱/۴۱	-۰/۵۲۲
نروژ	۰/۴۱۵	۰/۴۱۶	۰	۰
ینتد	۰/۶۲۷	۰/۶۷۲	-۱/۱۲	-۱/۱۲
گرودا	۰/۸۵۶	۰/۸۹۱	۰	۰/۶۸۵
کونتینتال	۱	۱	۰	۰
نوا	۱	۱	-۰/۲۳	-۰/۲۳
برتیش	۰/۴۱۹	۰/۴۲۸	۰/۶۴۳	۰/۷۴۱

جدول۳:رتبه بندی خطوط هوایی

خطوط هواپیمایی	کارایی بر اساس بهترین ورودی و خروجی	رتبه بندی
کانتاس	۰/۶۵۰۱	۱۶
جریال	۰/۷۱۷۵	۹
سنگاپور	۱	۱
فین ایر	۰/۴۲۸۱	۲۶
لوفت هانز	۰/۴۲۱۴	۲۷
هوایی سویس	۰/۶۲۵۱	۱۸
پرتغال	۰/۷۹۰۲	۷
ای ام غربی	۰/۶۰۶۲	۲۱
نیپون	۰/۵۸۲۲	۲۳
کاتای	۰/۶۹۵۱	۱۰
مالایسا	۰/۷۲۵۴	۸
استرا	۰/۶۳۱۲	۱۷
سعودی	۰/۶۵۸۱	۱۵
آمریکا	۰/۸۲۱۴	۳
ساس	۰/۸۱۸۶	۴
هوایی کانادا	۰/۶۶۹۳	۱۳
هوایی آمریکا	۰/۵۸۳۳	۲۴
پانام	۰/۶۹۴۳	۱۱
آسترون	۰/۶۶۸۴	۱۴
کانادیدان	۰/۶۲۱۴	۱۹
دلتا	۰/۶۷۲۲	۱۲
ابریا	۰/۸۲۴۶	۲
نروژ	۰/۴۰۵۳	۲۸
ینتد	۰/۸۰۵۳	۵

www.SID.ir

گرودا	۰/۶۰۱۲	۲۲
کونتینتال	۰/۷۹۰۲	۶
توا	۰/۶۱۲۱	۲۰
برتیش	۰/۴۷۹۲	۲۵

با توجه به جدول فوق رتبه بندی صورت گرفته به ترتیب شامل خطوط هوایی، سنگاپور، ابریا، آمریکا، ساس، ینتد، کونتینتال، پرتغال، مالایسا، جریال، کاتای، پانام، دلتا، هوایی کانادا، آسترون، سعودی، کانتاس، استرا، هوایی سویس، کانادیدان، توا، ای ام غربی، گرودا، نیپون، هوایی آمریکا، برتیش، فین ایر، لوفت هانز، نروژ می باشد.

7.-نتیجه گیری و پیشنهادات پژوهش

تحلیل پوششی داده ها، روشی ناپارامتریک برای سنجش و ارزیابی کارایی نسبی مجموعه ای از واحدهای تصمیم گیرنده یا ورودی ها و خروجی های چندگانه است.از آنجایی که مدل های تحلیلی پوششی داده ها،واحدهای تصمیم گیرنده را به دو دسته کارا و ناکارا تقسیم می کنند،اغلب تصمیم گیرنده ها درصدد رتبه بندی کاملی از واحدهای تصمیم گیرنده هستند.

در ارزیابی عملکرد سازمانها و نهادها، مهمترین هدف، رتبه بندی واحدها بر اساس میزان اهمیت می باشد .با توجه به اینکه رتبه بندی واحدهای تصمیم گیری در تحلیل پوششی داده ها ممکن است ما را به چندین واحد کارا برساند، همواره انتخاب بهترین واحد کارا از مجموعه واحد های کارا، یکی از مشکلات اصلی در تحلیل پوششی داده ها است. با مجموعه مشترک وزن ها می توان به بهترین واحد کارا رسید .این پژوهش شامل چند روش ساده جهت رتبه بندی واحدهای کارا می باشد که بدون نیاز به حل مدل جدیدی و با انجام محاسبات ساده و محدودیت های جدید برای کران وزن ها می توان به مجموعه مشترک وزن ها و در نتیجه به بهترین واحد کارا رسید. انتخاب مجموعه مشترک وزن ها در روش های پیشنهادی این پژوهش بر خلاف بسیاری از روش ها، بدون حذف و گرد کردن وزن ها انجام می شود و تمام وزن ها در انتخاب میانگین و کران وزن ها نقش دارند.

در مدیریت، سازمان ها استفاده معیار برای ارزیابی فرآیندهای خود را در نسبت به بهترین شیوه از دیگران در یک گروه همکار از شرکت در یک صنعت یا بخش، در بهترین روند عمل معیار شناسایی بهترین شرکت را قادر می سازد به تنظیم اهداف، که اجازه می دهد این سازمان از دیگران یاد بگیرند و توسعه برنامه برای بهبود برخی جنبه های عملکرد خود را دارند. رتبه بندی شرکت های بر اساس ارزیابی نیز مفید فراهم می کند اطلاعات برای تصمیم گیری .معمولا، رتبه بندی بالاتر به معنی عملکرد بهتر است.

رویکرد مبتنی بر-DEA برای محک زنی و رتبه بندی واحدهای تصمیم گیری ارائه شده است. بقیه DMU در فرآیندهای تولید اغلب شرایط مشابه تجربه، بنابراین معیار تجزیه و تحلیل در آن شرایط باید ارجاعات مشترک شناسایی و ایجاد بهترین شیوه رایج است .این روش این است در نتیجه به هنگامی استفاده شود که بدون نیاز (و نه آرزو) به شرایط فردی از DMU ها اجازه می دهد وجود دارد .به طور خاص، این بدان معنی است که ورودی و خروجی وزن باید به تمام واحد در ارزیابی مشترک، در مقابل DEA. DEA، با این حال، در ادبیات استفاده می شود به پیدا کردن CSW در تجزیه و تحلیل بازده، که نشان می دهد که می توان آن را برای توسعه یک چارچوب مشترک برای تعیین معیار استفاده می شود استفاده می شود .روش پیشنهادی مشترک بهترین مرز عمل به عنوان جنبه از مرز کارا DEA تولید شده توسط برخی DMU ها از لحاظ فنی کارآمد در یک گروه مرجع مشترک شناسایی می کند. این گروه مرجع به عنوان شایع است که فراهم می کند که نزدیک ترین اهداف، است که، با به حداقل رساندن فاصله بین اجرای واقعی و بهترین شیوه انتخاب شده است .مدل توسعه یافته نیزCSWS ، که می تواند مورد استفاده قرار گیرد برای تعریف نمرات کارایی و رتبه بندی DMU ها فراهم می کند.با توجه به جدول(۳) رتبه بندی صورت گرفته به ترتیب شامل خطوط هوایی، سنگاپور، ابریا، آمریکا، ساس، ینتد، کونتینتال، پرتغال، مالایسا، جریال، کاتای، پانام، دلتا، هوایی کانادا، آسترون، سعودی، کانتاس، استرا، هوایی سویس، کانادیدان، توا، ای ام غربی، گرودا، نیپون، هوایی آمریکا، برتیش، فین ایر، لوفت هانز، نروژ می باشد.

منابع

[1]Alcaraz, J., Ramón, N., Ruiz, J.L., Sirvent, I. (2013) Ranking ranges in cross-efficiency evaluations,European Journal of Operational Research, 226(3), 516-521.
[2]Aparicio, J. and Pastor, J.T. (2014) Closest targets and strong monotonicity on the strongly efficientfrontier in DEA, Omega, 44, 51-57.
[3]Adler, N., Liebert, V. and Yazhemsky, E. (2013) Benchmarking airports from a managerial perspective, Omega, 41(2), 442-458.
[4]Cook, W.D., Tone, K. and Zhu, J. (2014) Data envelopment analysis: Prior to choosing a model,Omega, 44, 1-4.
[5]Cook, W.D. and Zhu, J. (2007) Within-group common weights in DEA: An analysis of power plantefficiency, European Journal of Operational Research, 178(1), pp. 207-216

www.SID.ir

Archive of SID

[6]Dai, X. and Kuosmanen, T. (2014) Best-practice benchmarking using clustering methods: 21Application to energy regulation, Omega, 42(1), 179-188.
[7]De Witte, K. and Hudrlikova, L. (2013) What about excellence in teaching? A benevolent rankingof universities, Scientometrics, 96, 337–364.
[8]Fukuyama, H. Masaki, H., Sekitani, K. and Shi, J. (2014) Distance optimization approach to ratioformefficiency measures in data envelopment analysis, Journal of Productivity Analysis, 42(2), 175-186.
[9]Ramón, N., Ruiz, J.L. and Sirvent, I. (2010) On the choice of weights profiles in cross-efficiencyevaluations, European Journal of Operational Research, 207(3), 1564-1572. 22
[10]Ruiz, J.L., Segura, J.V. and Sirvent, I. (2015). Benchmarking and target setting with expertpreferences: An application to the evaluation of educational performance of Spanishuniversities, European Journal of Operational Research, 242(2), 594-605.
[11]Tne, K. (2010) Variations on the theme of slacks-based measure of efficiency in DEA, EuropeanJournal of Operational Research, 200(3), 901–907.23
[12]Liu, F.H.F. and Peng, H.H. (2009) A systematic procedure to obtain a preferable and robust rankingof units**,** Computers and Operations Research, 36(4), 1012-1025.

www.SID.ir