



ترکیب اجزای محدود و اجزای مرزی در تحلیل دینامیکی سیستم‌های سازه

و سیال

سیناکیانی^{۱*}، علی رحمانی فیروزجائی^۲، بهرام نوائی نیا^۳

۱- کارشناس ارشد مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، s.kiani@stu.nit.ac.ir

۲- استادیار دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، rahmani@nit.ac.ir

۳- دانشیار دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، navayi@nit.ac.ir

چکیده

فشارهای هیدرودینامیکی موثر بر فصل مشترک سازه و سیال، تحت اثر بار دینامیکی یکی از پارامترهای بسیار مهم در طراحی این سازه‌ها می‌باشد. تحلیل دینامیکی سازه، بدلیل تفاوت رفتاری سیال با مصالح تشکیل دهنده جسم سازه، نسبت به سایر سازه‌ها از پیچیدگی بیشتری برخوردار می‌باشد. در تحقیقات گذشته همواره سیال به عنوان عضوی از سازه در نظر گرفته شده‌اند که دارای شرایط مرزی متفاوتی هستند. با توجه به اینکه روش‌های تحلیلی را نمی‌توان برای سازه با پیچیدگی‌های خاص به کار برد، در این تحقیق، با استفاده از ترکیب دو روش عددی اجزای محدود (FEM) و روش اجزای مرزی (BEM) مسائل مختلفی از سیستم سازه‌ای سازه و سیال مورد بررسی قرار گرفته است، به طوری که سازه با هندسه محدود، به روش اجزای محدود و محیط سیال با روش اجزای مرزی مدل‌سازی شده است. نتایج حاصل از این تحقیق، با نتایج کارهای سایر محققین مقایسه قرار گرفته است تا عملکرد مناسب ترکیب دو روش را برای این مسائل نشان داده و از جنبه‌های مختلف نظیر دقت، سرعت تحلیل، نقاط ضعف و قوت این روش‌های یاد شده و وابستگی پاسخ‌ها به جواب اساسی، مقایسه شده است.

واژگان کلیدی: اندرکنش سازه و سیال، روش اجزای محدود، روش اجزای مرزی، الگوریتم تکرار.





۱- مقدمه

تاثیر متقابل جامد و سیال به دلیل کاربرد وسیع و گسترده آن در مسائل مختلف مهندسی نظیر اندرکنش سد و مخزن، مخازن نگهداری آب یا مواد شیمیایی، سازه‌های مستغرق و نیمه مستغرق مثل موج شکن‌ها و سکوها دریاها از دیرباز مورد توجه محققین بوده است. بدلیل تفاوت رفتاری جامدات با سیال، معادلات حاکم بر محیط‌های سازه و سیال پیچیده‌تر و به تبع آن حل آن‌ها نیز با مشکلات بیشتری همراه خواهد بود. انتخاب فرمول‌بندی مناسب و حل معادلات حاکم تا حدود زیادی به نوع مسئله، شرایط مرزی و نیز شرایط اولیه دارد. به‌طور کلی در سازه‌هایی که دارای وجوه مسطح در تماس با مایعات و به-خصوص آب هستند، بیشترین توجه به یافتن فشار هیدرودینامیکی برمی‌گردد. روش جرم افزوده با ساده سازی روابط ارائه شده توسط وسترگارد [۱]، در پاره‌ای از مسائل مورد استفاده قرار می‌گیرد. بدلیل محدودیت این روش، استفاده از روش‌های دیگر مدل‌سازی سیستم سازه و سیال توسط محققین پیشنهاد گردید که به دو روش کلی لاگرانژی-لاگرانژی و لاگرانژی-اولیری می‌توان تقسیم نمود. در روش لاگرانژی-اولیری، متغیر اصلی در محیط سیال، فشار و یا تابع پتانسیل سرعت است و در محیط سازه، مجهول اصلی تغییر مکان یا سرعت است در حالی که در روش لاگرانژی-لاگرانژی، مجهول و متغیر اصلی در محیط سیال، همانند سازه، تغییر مکان بوده و برای در نظر گرفتن اثر تنش‌های ناشی از دوران ساخت و یا آب‌گیری مخزن می‌توان از روش متغیر سرعت نیز استفاده کرد. تحلیل سیستم‌های سازه و سیال به اوایل قرن بیستم و توسط وسترگارد، برای سیستم سد و مخزن صورت پذیرفته است. روش ارائه شده، روشی تحلیلی و متکی بر حل معادله دیفرانسیل حاکم بر محیط سیال با دیدگاه اولیری و صلب فرض کردن سد بوده است. رابطه وسترگارد در حالت کلی صادق نبوده و در صورتی که فرکانس بارگذاری نزدیک به فرکانس طبیعی مخزن باشد، فشار هیدرودینامیک بسیار بیش‌تر از مقدار رابطه خواهد بود.

بنابراین محدودیت عمده روش‌های تحلیلی و دقیق، هندسه، شرایط مرزی و محیط‌های نسبتاً ساده می‌باشد، با افزایش پیچیدگی یکی از سه عامل فوق، اگر امکان حل دقیق غیرممکن نباشد، بسیار پیچیده خواهد بود. به‌طور کلی، در اندرکنش سازه و سیال^۱ (FSI)، سازه‌های شکل‌پذیر با جریان‌های داخلی و خارجی سیال احاطه شده‌اند، مقادیر فشار ناشی از جریان‌ها غیر قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد. شبیه‌سازی عددی یکی از راه‌های تجزیه و تحلیل مربوط به مسائل چندفازی است. بررسی این موضوع کاربرد فراوانی حتی در مسائل مقیاس کوچک از قبیل خون در شریان‌ها، بیومکانیک، سیستم‌های بهینه سازی و کنترل، دیسک رایانه و غیره دارد. تحقیقات و توسعه روش‌های عددی برای برخورد با مسائل اندرکنشی امری ضروری است که چالش‌های متعددی نظیر مدل‌های ریاضی، گسسته سازی عددی و تکنیک‌های عددی را در پی خواهد داشت.

مسائل اندرکنش سازه و سیال در حوزه‌ی زمان، از موضوعاتی است که در دهه‌های اخیر مورد توجه محققین بوده است. در انتخاب مدل ریاضی در مسائل FSI، رفتار سیال نقش اصلی را در انتخاب پاسخ بهینه بر عهده دارد. به‌عنوان مثال، اگر از مدل سیال آکوستیک استفاده شود فرمول بندی پتانسیلی برای حل این مسائل به کار می‌رود و درجات آزادی سیال به یک درجه کاهش می‌دهد.

¹Fluid Structure Interaction (FSI)





روش اجزای محدود، روشی بسیار کارآمد و موثر در تحلیل سازه‌هایی با پیچیدگی هندسی زیاد، مصالح غیر هم‌سان، غیرهمگن و غیر خطی می‌باشد. این روش، در تحلیل سیستم‌های سازه و سیال، محیط‌های بی‌نهایت و نیمه بی‌نهایت کاربرد وسیعی پیدا نموده است. به دلیل توسعه قابل توجه این روش در تحلیل مسائل جامد در چند دهه گذشته توجه ویژه‌ای به تحلیل سیستم‌های جامد و سیال صورت پذیرفته است که می‌توان به حل سیستم‌های سد و مخزن، مخازن حاوی مایعات، سکوه‌های دریایی و غیره تحت شرایط مرزی و بارگذاری‌های مختلف اشاره نمود [۲]. در روش اجزای محدود ایجاد یک مدل تحلیلی که منطبق بر هندسه دقیق باشد عملی زمان‌بر و مستلزم هزینه محاسباتی بسیار بالایی می‌باشد، در واقع نمی‌توان هندسه دقیق یک مدل فیزیکی را برداشت نمود که سبب بالا رفتن حجم محاسبات خواهد شد. از این‌رو، استفاده از آن در حل مسائل مهندسی عاری از موانع نیست و گسسته سازی کل دامنه، زمانی که محیط دارای ناپیوستگی (حفره، شکاف، ترک و غیره) باشد زمان و دشواری بیشتری را در پی خواهد داشت.

در دهه‌های گذشته توجه بیشتر به روش اجزای مرزی سبب شد بسیاری از مسائل مختلف توسط محققان با این روش بررسی شود. هومار و جابلونسکی [۳]، را می‌توان از پیشگامان استفاده از اجزای مرزی در حل مسائل اندرکنش سازه و سیال دانست، آن‌ها در تحقیقات خود، محیط مخزن سدهای بتنی را با استفاده از روش اجزای مرزی برای سیال تراکم ناپذیر و تراکم پذیر برای دو نوع از المان‌های اجزای مرزی (ثابت و خطی) تحت بار زلزله در حوزه فرکانس مورد بررسی قرار دادند و پاسخ‌های خود را با پاسخ‌های تحلیلی و اجزای محدود چوپرا و هال [۴] و فنوس و چوپرا [۵]، مقایسه نموده و نتایج زیر را برای این روش گزارش نمودند: ۱- دقت روش اجزای مرزی برای فشار هیدرودینامیک تحت اثر حرکت سازه سد یا کف مخزن بسیار مناسب است. ۲- با توجه به کاهش بعد در روش اجزای مرزی، استفاده از آن برای مسائل ۳ بعدی کارگشا خواهد بود. ۳- با توجه به پاسخ‌های بدست آمده تقریباً یکسان برای دو المان خطی و ثابت، المان ثابت که فرمول‌بندی ساده‌تری دارد را پیشنهاد شده است. با توجه به مزیت گسسته سازی در حل مسائل با هندسه پیچیده در حل مسائل دینامیکی، این روش برای مسائل سازه‌ای مناسب ارزیابی شد [۶-۹]. همچنین جی‌بیر [۱۰]، در تحقیقات خود از روش اجزای مرزی برای حل مسائل پلاستیک استفاده کرد. برای روش اجزای مرزی معایبی وجود دارد که مهم‌ترین آنها عبارتند از: ۱- نیازمندی این روش به حل اساسی است که برای تمامی مسائل مشخص نیست، ۲- برای مسائل غیرخطی کارآمد نیست. ۳- ماتریس‌های ایجاد شده در روش اجزای مرزی علی‌رغم ابعاد کوچک‌تر، متقارن نبوده در حالی که در روش اجزای محدود متقارن بوده است.

با ترکیب دو روش می‌توان هم مزایای مربوط به روش اجزای محدود من جمله فرایند برآورد خطا و تطبیق بهره گرفت و هم می‌توان از مزایای اجزای مرزی و راحتی ساخت شبکه آن سود جست. با توجه به اینکه روش کوپل قابلیت فرمول‌بندی‌ها در حوزه زمان را دارا می‌باشد روش ارائه شده امکان تحلیل مسائل غیر خطی را نیز ممکن می‌سازد.

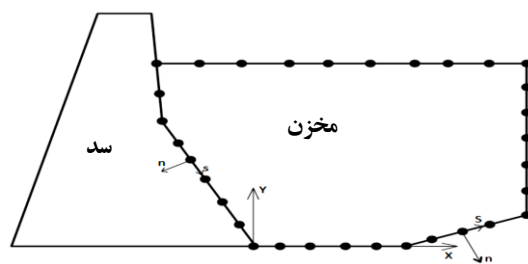
لیو و همکاران [۱۱]، رویه ترکیب دو روش را با استفاده از یک الگوریتم حل مناسب که محدود به ماتریس‌های غیرمتقارن و غیرنواری بوده، بررسی کردند. روش دیگری که برای حل ترکیبی می‌توان نام برد استفاده از حل معادلات به روش تکراری نام برد که هر یک از دو روش به صورت مجزا به حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر آن محیط پرداخته و نهایتاً همگرایی پاسخ‌ها در مرز مشترک بررسی می‌گردد. برخلاف روش اول، که نیازمند کامپیوترهایی با حافظه فعال زیاد است، در این روش معادلات





محیط سازه و سیال بطور جداگانه حل می‌شوند و ماتریس‌های ضرایب، شکل متقارن و بانندی خود را حفظ می‌کنند و به این ترتیب حافظه فعال مورد نیاز کامپیوتر به حداقل ممکن کاهش می‌یابد. نحوه همگرایی در سطح مشترک در الگوریتم تکرار، وابسته به انتخاب مناسب معیار همگرایی بوده است که در برخی از تحقیقات، رابطه‌ای را برای این معیار پیشنهاد نمودند که به افزایش سرعت همگرایی بیانجامد.

با این حال، درستی و کارآمدی روش ترکیبی، نیازمند دقت در گره‌های گوشه‌ای و بارهای وارده نرمال^۱، در روش اجزای مرزی دارد که عدم رعایت آن اغلب منجر به نتایج نادرست می‌شود. برای برطرف کردن این مسئله، یک راه حل مناسب پیشنهادی، استفاده از المان‌های ثابت اجزای مرزی بوده که برای بسیاری از معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم‌ها می‌تواند کارگشا باشد. پترسون و شیخ [۱۲]، در تحقیقات خود استفاده از المان‌های ناپیوسته اجزای مرزی از درجات بالاتر را مورد بررسی قرار دادند تا با رفع مشکل یاد شده دقت روش را افزایش دهند. اگر انتخاب بهینه مکان و ترتیب گره‌ها در روش اجزای مرزی نیازمند تحقیقات بیشتری است. برای تصمیم‌گیری در مورد انتخاب روش حل اجزای مرزی یا اجزای محدود ۳ عامل نوع مسئله (خطی، غیرخطی)، دقت مورد نیاز و زمان لازم برای آماده سازی ورودی اطلاعات و حل مسئله را باید در نظر داشت. در این پژوهش، از برای استفاده از مزایای هر دو روش و افزایش سرعت تحلیل، دو روش اجزای محدود و اجزای مرزی در حوزه زمان برای بررسی اندرکنش سازه وسیال استفاده شده است. مطابق شکل ۱: برای مدل‌سازی سازه الاستیک از اجزای محدود و برای مخزن حاوی سیال از اجزای مرزی استفاده شده است تا علاوه بر دقت برای روش یاد شده بتوان زمان انجام تحلیل و حجم محاسبات را نیز کاهش داد.



شکل ۱: شمای شماتیک گسسته سازی مخزن

از آنجا که در اغلب تحقیقات انجام شده از روش حل توأمان برای هر گام زمانی کوپل اجزای محدود و اجزای مرزی استفاده شده است، در این پژوهش کوپل دو روش، با الگوریتم تکراری و استفاده از المان‌های ثابت اجزای مرزی برای عدم برخورد با نتایج نادرست به کار گرفته شده است.

۲- تئوری روش

۲-۱- حل اجزای مرزی برای مخزن

¹ Traction



با صرف نظر کردن از ویسکوزیته و در نظر گرفتن سیال تراکم پذیر در حالت دو بعدی، معادله توزیع فشار در سیال، از معادله دیفرانسیل موج به شکل معادله (۱) تبعیت خواهد کرد.

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{1}{c_w^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (1)$$

که در آن، C_w ، سرعت موج برشی سیال، $P(x, y)$ تابع توزیع فشار سیال و (x, y) محورهای مختصات می باشد. برای بیان فشار هیدرودینامیکی سیال تراکم پذیر رابطه (۱) به کار گرفته می شود و با فرض اعمال بار هارمونیک می توان این عبارت را بصورت زیر فرمول بندی نمود:

$$P = \bar{P}(x, y, t)e^{i\bar{\omega}t} \quad (2)$$

که در آن، $\bar{\omega}$ و C_w ، فرکانس بار هارمونیک اعمالی و سرعت موج می باشد و با جایگذاری در رابطه (۲) معادله جدید بصورت (۳)، معادله هلمهولتز ارائه می شود:

$$\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial y^2} + k^2 \bar{P} = 0 \quad (3)$$

$$k = \frac{\bar{\omega}}{C_w} \quad (4)$$

که k ، بصورت به عنوان عدد موج^۱ بیان می شود، در ادامه معادله (۴) به فرم باقیمانده وزن دار در خواهد آمد و با انتگرال گیری روابط روابط (۵) و (۵) نتیجه خواهد داد که در آن انتگرال بر روی مرز خواهد بود.

$$\iint \left(\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial y^2} + k^2 \bar{P} \right) \omega dx dy = 0 \quad (5)$$

$$\iint \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) P dA = - \iint k^2 \bar{P} \omega dA + \int P \cdot q^* ds - \int \omega \cdot q ds \quad (6)$$

که در آن، $q^* = \frac{\partial \omega}{\partial n}$ و $q = \frac{\partial P}{\partial n}$ مرز سیال است. بنابراین می توان نوشت:

$$c_i p_i = \int P \cdot q_i^* ds - \int \omega_i \cdot q ds \quad (7)$$

در روش اجزای مرزی تابع وزن به کار رفته جواب اساسی^۲ است که این جواب برای سیال تراکم پذیر به صورت زیر ارائه می شود [۱۶]:

$$\omega = \frac{1}{4} Y_0(kr) \quad (8)$$

که در آن Y_0 تابع بسل مرتبه صفر نوع دوم و r فاصله مابین نقاط نشان داده شده در شکل ۲: می باشد. برای بدست آوردن ماتریس H طبق تعریف خواهیم داشت:

$$H_{ij} = \int_{s_i} \frac{d\omega}{dn} ds_i = \frac{k}{4} \int Y_0'(kr) \cos\theta ds_i \quad i \neq j \quad (9)$$

$$H_{ii} = -\frac{1}{2} + \int_{s_i} \frac{d\omega}{dn} ds_i = -\frac{1}{2} + \frac{k}{4} \int Y_0'(kr) \cos\theta ds_i \quad (10)$$

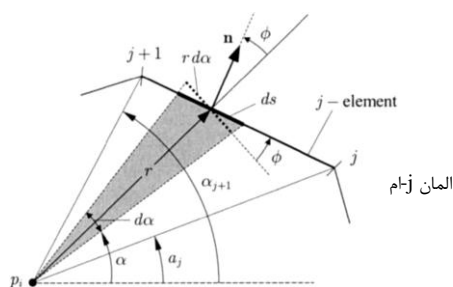
¹ Wave Number

² Fundamental Solution





برای ساده‌سازی روابط با توجه به شکل ۲: می‌توان نوشت:



شکل ۲: بررسی روابط اجزای مرزی در حالت تراکم پذیر

$$ds \cos \theta = r d\alpha \quad (11)$$

با جایگذاری در عبارت H_{ij} خواهیم داشت:

$$H_{ij} = \frac{k}{4} \int Y'_0(kr) \cdot r d\alpha \quad (12)$$

$$= \frac{k}{4} \cdot Y'_0(kr) \cdot r \int d\alpha \quad (13)$$

$$= \frac{k}{4} \cdot Y'_0(kr) \cdot r \cdot (\alpha_{j+1} - \alpha_j) \quad (14)$$

از طرفی می‌توان با استفاده از روابط تابع بسل استفاده نمود و عبارت را بصورت زیر ساده نمود:

$$Y'_v(x) = \frac{v}{x} Y_v(x) - Y_{v+1}(x) \quad (15)$$

$$Y'_0(x) = -Y_1(x) \quad (16)$$

و نهایتاً ماتریس H بصورت رابطه (۱۷) گزارش خواهد شد.

$$H_{ij} = -\frac{k}{4} Y_1(kr) \cdot r \cdot (\alpha_{j+1} - \alpha_j) \quad (17)$$

در ادامه برای ماتریس G، خواهیم داشت:

$$G_{ij} = \int_{s_i} \omega ds_i = \frac{1}{4} \int_{s_i} Y_0(kr) ds_i \quad (18)$$

برای حالتی که $i=j$ می‌توان رابطه فوق را به صورت زیر ساده نمود:

$$Y_0(kr) \cong \frac{2}{\pi} \ln(kr) \quad r \rightarrow 0 \quad (19)$$

$$G_{ii} = \frac{1}{2\pi} \int_{s_i} \ln(kr) ds_i \quad (20)$$

که برای انتگرال‌گیری، با استفاده از انتگرال‌گیری گوس می‌توان نوشت:

$$G_{ii} = \frac{l_i}{2\pi} \int_0^{+1} \ln\left(k\varepsilon \frac{l_i}{2}\right) d\varepsilon \quad (21)$$

$$= \frac{l_i}{2\pi} \left\{ \ln\left(k \frac{l_i}{2}\right) - 1 \right\} \quad (22)$$





رابطه (۷)، برای محاسبه فشار هیدرودینامیک در هر نقطه از دامنه دو بعدی به کار می‌رود. برای این منظور مرز مخزن به قسمتهایی متشکل از P و q مشخص تقسیم می‌گردد، که آن وابسته به نحوه انتخاب المان اجزای مرزی می‌باشد. در این تحقیق، از المان ثابت استفاده شده است. این المان به صورت خطی مستقیم بوده و مقدار P و q در تمامی قسمت‌های یک المان ثابت است.



شکل ۳: المان ثابت اجزای مرزی

با تقسیم‌بندی مخزن به N خط مستقیم معادله (۷)، به صورت معادله زیر در خواهد آمد:

$$-\frac{1}{2}P_i + \sum_{j=1}^N P_j \int q^*_i ds_j = \sum_{j=1}^N q_j \int \omega_i ds_j \quad (23)$$

که در آن، P_j و q_j مقادیر این متغیرها در المان j است و ds_j مرز آن المان است. از طرفی:

$$H_{ii} = -\frac{1}{2} + \int q^*_i ds_i \quad (24)$$

$$H_{ij} = \int q^*_i ds_j \quad i \neq j \quad (25)$$

$$G_{ij} = \int \omega_i ds_j \quad (26)$$

با بازسازی معادله (۲۳)، بدست خواهد آمد:

$$\sum_{j=1}^N P_j H_{ij} = \sum_{j=1}^N q_j G_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (27)$$

خواهد بود. پس از حل معادله (۲۳) و یافتن مقدار فشار در سطح مشترک و نیروی وارده به سازه از طریق معادله زیر بدست می‌آید:

$$f_{int} = \int \bar{N} n P d\Gamma \quad (28)$$

که f_{int} مقدار نیروی وارده به سازه از طرف سیال است \bar{N} تابع شکل در گره‌های نظیر و Γ مرز مشترک سازه و سیال است.

۲-۲- مدل‌سازی سازه با روش اجزای محدود

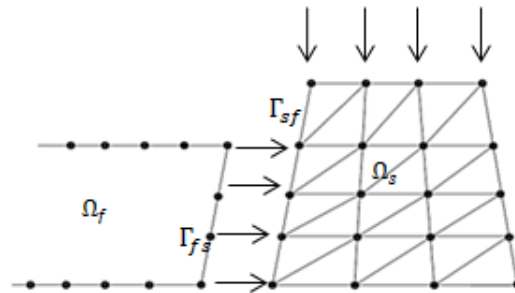
برای سازه‌های دو بعدی با رفتار الاستیک خطی معادله دینامیکی حرکت حاکم می‌باشد []:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F + F_{int} \quad (29)$$

که K و C و M به ترتیب ماتریس‌های سختی، میرایی و جرم سازه و F نیز بردار نیروهای وارده بر سازه است. F_{int}



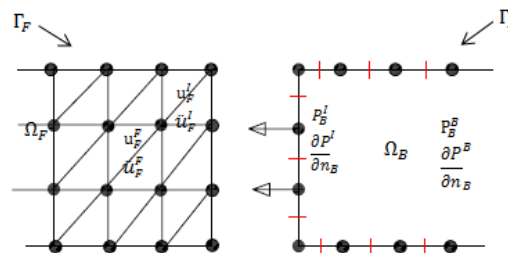
نیروهای وارده از اندرکنش سیال بوده که شمای کلی آن در شکل ۴، نمایش داده شده است.



شکل ۴: اندرکنش سازه و سیال به روش اجزای محدود و اجزای مرزی

۲-۳- بررسی روش ترکیبی

در این روش، مطابق شکل ۵، دامنه به زیر مجموعه‌هایی تقسیم می‌شود که هر کدام از آنها توسط یکی از دو روش فوق به صورت مستقل حل می‌گردد و در نهایت در مرز مشترک همگرایی دو روش مورد بررسی قرار می‌گیرد.



شکل ۵: بررسی پارامترها در گسسته سازی دامنه

مقدار P_B و u_F به ترتیب مقدار فشار هیدرودینامیک و جابجایی گره‌ها در مرز مشترک اجزای مرزی و اجزای محدود می‌باشد. در مرز مشترک شرایط زیر به عنوان شرایط مرزی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$\frac{\partial p^I}{\partial n_B} = -\rho \cdot \dot{u}_F \quad (30)$$

$$F_{int} = P_B \cdot A \quad (31)$$

که در روابط فوق، ρ ، F_{int} ، \dot{u}_F ، P_B و A به ترتیب چگالی سیال، شتاب نقاط گرهی مرز مشترک و نیروی اندرکنش حاصل از اجزای محدود، فشار هیدرودینامیک اجزای مرزی و مساحت هر المان می‌باشد.

برای الگوریتم تکرار می‌توان موارد زیر را در نظر داشت:

- ۱- گسسته سازی دو دامنه مجموعه اجزای محدود و اجزای مرزی
- ۲- اعمال تحریک خارجی ناشی به سازه و حل اجزای محدود و محاسبه شتاب گرهی نقاط مرز مشترک اجزای محدود
- ۳- با توجه به رابطه (۳۱)، اعمال شرایط مرزی فوق برای اجزای مرزی
- ۴- حل زیر دامنه اجزای محدود و بدست آوردن مقدار P_B^I
- ۵- بررسی همگرایی در سطح مشترک



$$\frac{(P_{B,n+1}^I - P_{B,n}^I)}{P_{B,n+1}^I} < \varepsilon \quad (32)$$

که در آن ε ، نرم همگرایی است، بدیهی است در صورت ارضای رابطه (۲۲) همگرایی در گام زمانی رخ داده است و در غیر اینصورت برای ادامه مقدار زیر برای مقدار فشار هیدرودینامیک هر گام زمانی روی مرز در نظر گرفته می شود:

$$P_{B,n+1}^I = (1 - \alpha)P_{B,n+1}^I + \alpha P_{B,n}^I \quad (33)$$

که α ، پارامتر همگرایی است و پایداری روش و سرعت رسیدن به همگرایی به آن بستگی دارد. با توجه به رابطه (۳۱) مقدار نیروی هیدرودینامیک وارد به سازه اعمال گردیده است.

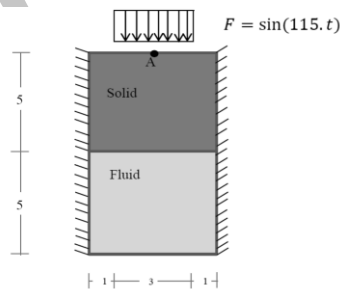
۶- بررسی عملیات فوق موجود تا پایان زمان تحریک بار خارجی

۳- نتایج عددی

در این بخش برای بررسی دقت و کارایی این روش در حل مسائل سازه و سیال، دو مثال نمونه مورد بررسی قرار گرفته است که در نحوه همگرایی فشار، دقت روش ها، وابستگی به نرم همگرایی مورد مقایسه قرار گرفته است.

۳-۱- مدل سازه ای مربعی در تماس با سیال

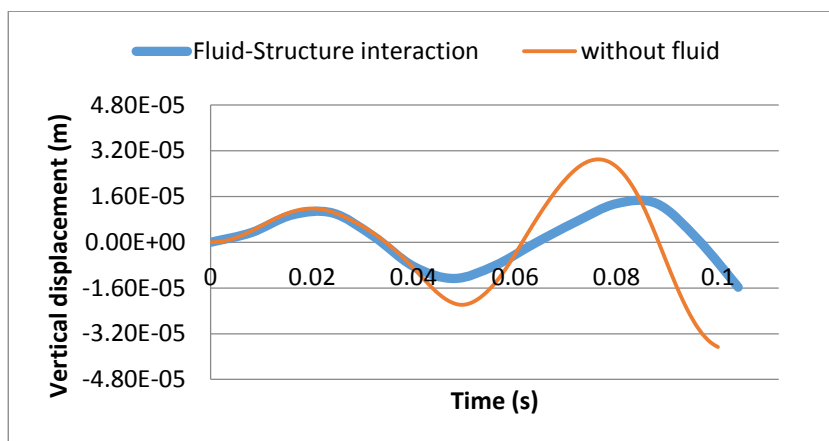
در بررسی این روش، نخست نمونه ای از یک جسم مربع شکل با ابعادی به طول ۵ متر در تماس با سیال با ابعاد مشابه مورد استفاده قرار گرفته است. قسمت فوقانی سازه در تماس با نیروی قائم گسترده سینوسی به مقدار $F = \sin(15t)$ قرار گرفته است. نتایج در شکل های ۱ و ۲، برای جابجایی قائم نقطه A، زیر بار قائم در دو حالت بدون سیال و بررسی اندرکنش سازه و سیال و نقطه B در تماس با سیال نمایش داده شده است. در تحلیل زیر از ۱۲۵۰ المان مثلثی با ابعاد برابر استفاده شده است. در مدل سازی سیال به روش اجزای مرزی، المان ثابت اجزای مرزی به طول ۰.۲ متر به کار گرفته شده است. جدول ۱، خصوصیات مصالح سازه و سیال را نمایش می دهد. گام زمانی مورد استفاده در این تحلیل، ۰.۰۱۲۵ ثانیه بوده است [۱۳].



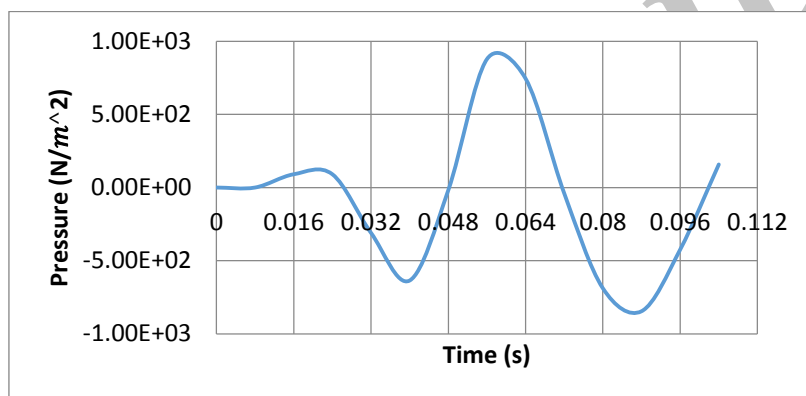
شکل ۶: اندرکنش سازه و سیال [۱۳]

جدول ۱: خصوصیات مصالح سازه و سیال

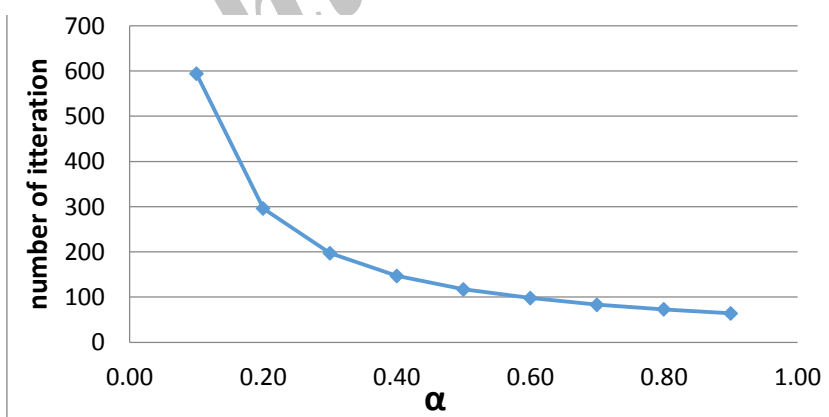
جرم حجمی سیال	سرعت موج برشی سیال	جرم حجمی مصالح سازه	ضریب پواسون مصالح سازه	مدول الاستیسیته مصالح سازه
$\rho_w = 1 \frac{t}{m^3}$	$C_w = 1436 \frac{m}{s^2}$	$\rho = 2 \frac{t}{m^3}$	$\nu = 0.33$	$E = 2.66 \times 10^5 \frac{KN}{m^2}$



شکل ۷: جابجایی نقطه قائم A تحت یار گسترده



شکل ۸: فشار هیدرودینامیک نقطه B



شکل ۹: وابستگی سرعت تحلیل به انتخاب ضریب α در جواب روش کوپل

۳-۲- بررسی مثال سد و مخزن

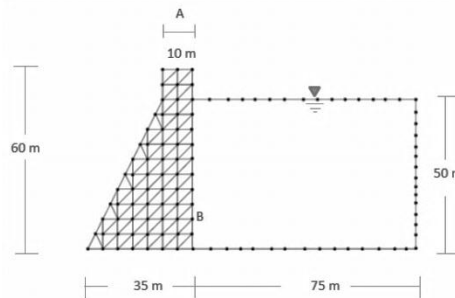
برای بررسی دقت و کیفیت روش اشاره شده، مثالی از سدی که تحت بارهای گسترده دینامیکی افقی و عمودی برای $F = 200\sin(18t)$ در تاج خود، تحت مطالعه قرار گرفته است [۱۳]. خصوصیات مصالح سد و مخزن مطابق جدول زیر و



بصورت برابر با اطلاعات مرجع [۱۳] در نظر گرفته شده است. بدنه سد توسط ۴۰۲ المان مثلثی ۳ گرهی با ابعاد ۵ متر گسسته شده است، این در حالی است که در تحلیل مخزن از المان‌های مرزی ثابت به طول ۲.۵ متر (مطابق شکل زیر) برای تحلیل استفاده شده است. گام زمانی در این تحقیق ۰.۰۱۴ ثانیه در نظر گرفته شده است.

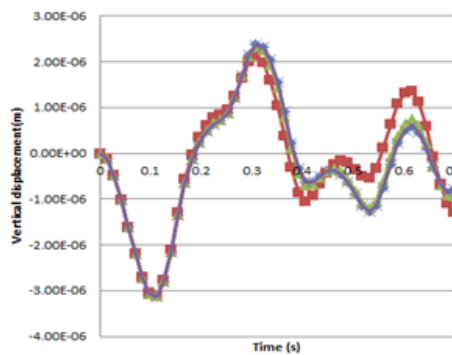
جدول ۲: خصوصیات مصالح سد و مخزن

مدول الاستیسیته مصالح سد	ضریب پواسون مصالح سد	جرم حجمی مصالح سد	سرعت موج برشی سیال	جرم حجمی آب مخزن
$E = 3.437 \times 10^6 \frac{KN}{m^2}$	$\nu = 0.25$	$\rho = 2 \frac{t}{m^3}$	$C_w = 1436 \frac{m}{s^2}$	$\rho_w = 1 \frac{t}{m^3}$

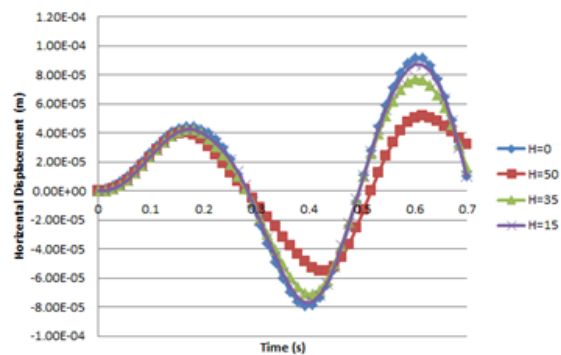


شکل ۱۰: مدل سد و مخزن مرجع [۶]

ابتدا طبق شرایط داده شده در مسئله، سازه سد و مخزن با نتایج فوق در برنامه مدل سازی شده است. پاسخ سازه برای دو بار افقی و قائم و فشار هیدرودینامیک مخزن با ارتفاع‌های مختلف مدل سازی شده است.



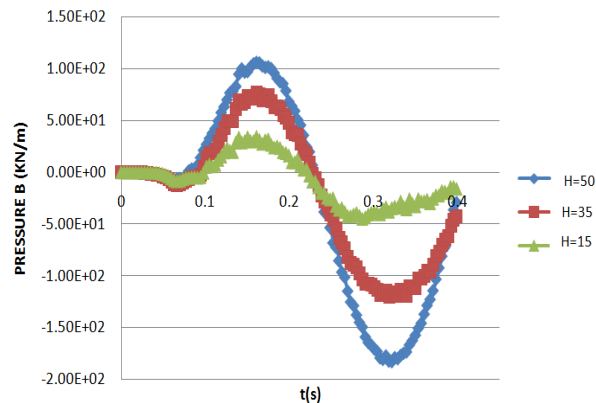
(ب)



(الف)

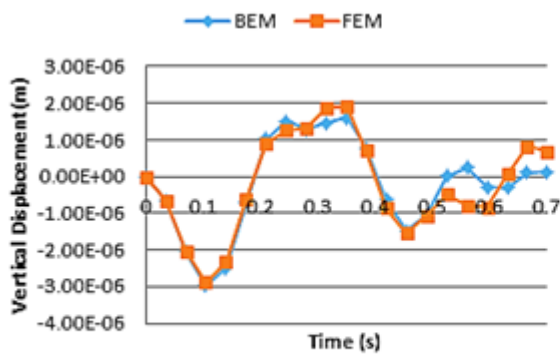
شکل ۱۱: (الف) جابجایی نقطه میانی تاج سد با ارتفاع مخزن مختلف (الف افقی، ب قائم)

با توجه به نمودارها می‌توان دید که آب موجود در مخزن باعث کاهش تغییر مکان‌های افقی تاج سد شده است که این مسئله برای عمق آب کمتر از ۳۵ متر چندان چشمگیر نیست در حالی که به ازای عمق ۵۰ متر حداکثر تغییر مکان افقی تاج سد (در محدوده زمان تحلیل) حدود ۵۰ درصد نسبت به مخزن خالی کاهش یافته است.

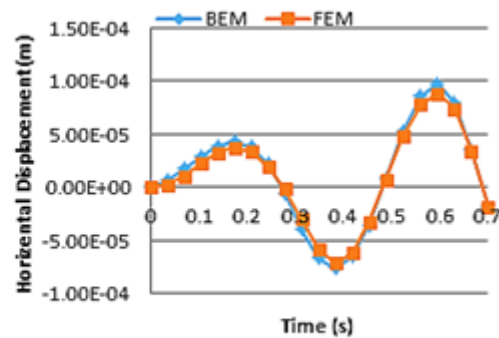


شکل ۱۲: فشار هیدرودینامیک در ارتفاع ۱۰ متری با مخزن های مختلف

در ادامه تغییرات فشار هیدرودینامیک نسبت به زمان در فاصله ۱۰ متری از کف مخزن نقطه B در شکل ۱۰: به ازای اعماق مختلف آب مخزن رسم گردیده است. همان طور که انتظار می رود با افزایش عمق آب مخزن فشار هیدرودینامیک حاصله افزایش داشته است. برای مقایسه دو روش مخزن با ارتفاع ۵۰ متر و طول ۱۰۰ متر بوسیله ۴۰۰ المان مثلثی به ابعاد ۵ متر در متر با روش اجزای محدود و به روش اویلری مدل سازی شد که نتیجه حاصل برای بار قائم و افقی در شکل های ۱۰ نشان داده شده است.



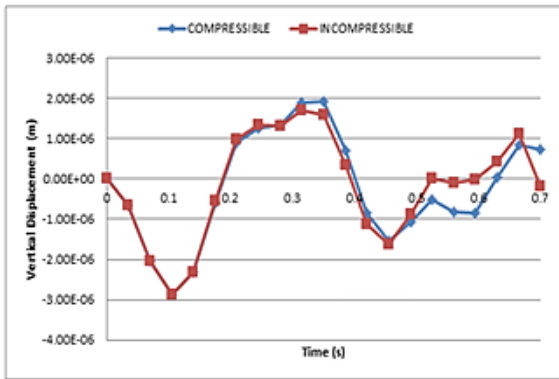
(ب)



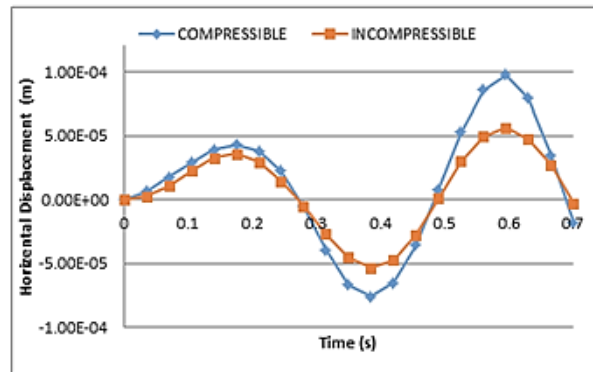
(الف)

شکل ۱۳: مقایسه اجزای مرزی و اجزای محدود در جابجایی تاج سد، (الف) افقی، (ب) قائم

با مقایسه دو پاسخ فوق دیده می شود در شرایط مسئله برای دست یابی به پاسخ در روش اجزای محدود از ۲۳۱ گره و ۴۰۰ المان مثلثی استفاده شده در حالی که پاسخ اجزای مرزی از ۵۱ گره و ۵۰ المان خطی استفاده شده است و سبب کاهش زمان انجام تحلیل به میزان کمتر از $\frac{1}{3}$ زمان تحلیل اجزای محدود گردیده است. در ادامه، تراکم پذیری سیال مورد بررسی قرار می گیرد از این رو سازه سد با مخزن ۵۰ متر تحت بارهای افقی و قائم مورد تحلیل می گیرد. با توجه به این که در دو حالت تراکم ناپذیر و تراکم پذیر جواب اساسی در روش اجزای مرزی متفاوت است، این تغییرات در برنامه اجزای مرزی مخزن انجام شده است و نتایج به صورت شکل ۱۴، نشان داده شده است.



(ب)



(الف)

شکل ۱۴: بررسی اثر تراکم پذیری سیال در جابجایی تاج سد، (الف) افقی، (ب) قائم

دیده می‌شود که اثر تراکم پذیری سیال در جابجایی افقی تاثیر بیشتری از خود به جای گذاشته و سبب شده است تا ماکزیمم جابجایی تاج سد حدوداً دو برابر شود. این نسبت در جابجایی قائم مقدار کمتری است، از این رو می‌توان نتیجه گرفت اثر تراکم پذیری سیال غیر قابل نظر خواهد است.

۴- نتیجه گیری

در این تحقیق، روش‌های اجزای محدود و اجزای مرزی به طور توأمان برای تحلیل مسئله اندرکنش سازه و سیال بکار گرفته شدند. روش ارائه شده به منظور تحلیل سازه از روش اجزای محدود و برای حل سیال تراکم‌ناپذیر و تراکم‌پذیر موجود در مخزن از روش اجزای مرزی استفاده می‌نماید. با ترکیب دو روش می‌توان هم مزایای مربوط به روش اجزای محدود من جمله فرایند برآورد خطا و تظریف تطبیقی بهره گرفت و هم می‌توان از مزایای اجزای مرزی و راحتی ساخت شبکه آن سود جست. با توجه به اینکه فرمول‌بندی‌ها در دامنه زمان می‌باشد روش ارائه شده امکان تحلیل مسائل غیر خطی را نیز داراست. با توجه به فرضیات و تحلیل‌های صورت گرفته در این تحقیق، مزایا و معایب روش‌های اجزای مرزی و اجزای محدود از چند دیدگاه قابل بررسی می‌باشند:

- ۱- در روش اجزای مرزی تنها نیازمند به مش بندی مرز سیال بوده در حالی که در مدل‌سازی عددی مخزن به روش اجزای محدود کل دامنه مورد بررسی قرار گرفت که افزایش اندازه دستگاه معادلات و افزایش زمان تحلیل را در پی داشت.
- ۲- با توجه به کاهش یک بعد مسئله در روش اجزای مرزی، این قابلیت را می‌توان در تحلیل مسائل اندرکنش سازه و سیال به صورت ۳ بعدی به کار برد که سبب تسهیل در روابط خواهد شد.
- ۳- از آنجا که برای حل در روش اجزای مرزی نیازمند به استفاده از جواب اساسی خواهیم بود، یافتن این جواب برای تمامی مسائل در دسترس نخواهد بود.
- ۴- نحوه دست‌یابی به پاسخ در روش اجزای مرزی به گونه‌ای است که در این فرایند با ماتریس‌های غیر متقارن روبرو خواهیم بود که این امر می‌تواند باعث کاهش سرعت تحلیل گردد.



- ۵- از مقایسه نتایج حاصل از برنامه تهیه شده، با پاسخ های تحلیلی و نتایج ارائه شده توسط محققین دیگر، می توان نتیجه گرفت که روش های مورد بررسی در مدل نمودن شرایط مرزی، از دقت بسیار مطلوبی برخوردار است.
- ۶- عمق مخزن تاثیر بسیار زیادی در پاسخ سیستم سد- مخزن دارا بوده و اندرکنش سد و مخزن در مسائل طراحی قابل صرف نظر کردن نمی باشد.
- ۷- با مقایسه پاسخ روش اجزای مرزی و اجزای محدود در مدل سازی مخزن سد دیده می شود که می توان پاسخ مورد نظر را با صرف زمان بسیار کمتر بدست آورد.
- ۸- تراکم پذیری سیال مورد بررسی قرار گرفت و تاثیر این خصوصیت سیال با افزایش ۲ برابری جابجایی افقی تاج سد مشاهده شد.

مراجع

- [1] Westergaard H.M., "Water pressure on dams during earthquakes". Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol. 98, 418-472, 1933.
- [2] Davidsson P., "Structure-acoustic analysis: finite element modeling and reduction methods", PhD dissertation, Lund University, 2004.
- [3] Humar, J.L. and A.M. Jablonski, "Boundary element reservoir model for seismic analysis of gravity dams", Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 16(8): p.1129-1156, 1988.
- [4] Hall, J.F. and A.K. Chopra, "Two-dimensional dynamic analysis of concrete gravity and embankment dams including hydrodynamic effects", Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 10(2): p. 305-332, 1982.
- [5] Fenves, G. and A.K. Chopra, "Effects of reservoir bottom absorption and dam-water-foundation rock interaction on frequency response functions for concrete gravity dams". Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 13(1): p. 13-31, 1985.
- [6] Boumaiza, D. and B. Aour, "On the efficiency of the iterative coupling FEM-BEM for solving the elastoplastic problem"s. Engineering Structures, 72: p. 12-25, 2014.
- [7] Elleithy, W.M., H.J. Al-Gahtani, and M. El-Gebeily, "Iterative coupling of BE and FE methods in elastostatics". Engineering Analysis with Boundary Elements, 25(8): p. 685-695, 2001.
- [8] Elleithy, W.M. and M. Tanaka, "Interface relaxation algorithms for BEM-BEM coupling and FEM-BEM coupling". Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 192(26-27): p. 2977-2992, 2003.
- [9] François, S. and G. Degrande, "An iterative coupled boundary-finite element method for the dynamic response of structures", in III European Conference on Computational Mechanics, C.A. Motasoaes, et al., Editors. 2006, Springer Netherlands. p. 743-743.
- [10] Beer, G., "Finite element, boundary element and coupled analysis of unbounded problems in elastostatics". International Journal for Numerical Methods in Engineering, 19(4): p. 567-580, 1983.
- [11] Liu G.R., Dai K.Y., Nguyen T.T., "A smoothed finite element method for mechanics problems", Computational Mechanics, 39, 859-877, 2007.
- [12] Patterson, C. and M. A. Sheikh. "Discontinuous boundary elements for heat conduction." In Numerical Methods in Thermal Problems, Plneridge Press, 1981.
- [13] Estorff, O.V. and H. Antes, "On FEM-BEM coupling for fluid-structure interaction analyses in the time domain", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 31(6): p. 1151-1168, 1991.

