



## بهینه سازی آیرودینامیکی شکل دماغه یک جسم پرنده

### با استفاده از روش های بهینه سازی عددی

افشین محمدزاده باویلی<sup>۱</sup>، سجاد قاسملوی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشجو، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران  
Afshin\_m20@yahoo.com

<sup>۲</sup> استادیار، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران  
sghasemlu@aut.ac.ir

#### چکیده

در این مقاله با استفاده از روش های بهینه سازی الحاقی و جستجوی مستقیم، دماغه یک جسم پرنده بهینه شده است. روش های معادلات الحاقی و جستجوی مستقیم برای بهینه سازی آیرودینامیکی اخیراً مورد توجه قرار گرفته است. این روش ها بر مبنای روش های بهینه سازی گرادیانی است و برای یافتن مقادیر بهینه به مقادیر حساسیت متغیرهای طراحی نیازمند است. مزیت اصلی روش الحاقی این است که به جای محاسبه مستقیم حساسیت ها، آنها را با حل یک معادله اضافی معروف به "معادله الحاقی" بدست می آورد. هدف این پژوهش، مدل سازی جریان حول یک پرتابه متقارن محوری، و بهینه سازی آیرودینامیکی دماغه جهت کمینه کردن پسای آیرودینامیکی پرتابه می باشد. مدل آشفتگی جریان حول پرتابه SST k- $\omega$  می باشد. نتایج بدست آمده نشان دهنده کاهش ۱,۵ درصدی پسای آیرودینامیکی پرتابه با استفاده از روش الحاقی و کاهش ۸,۹ درصدی با استفاده از روش جستجوی مستقیم سیمپلیکس و کاهش ۸,۹ درصدی با استفاده از روش جستجوی مستقیم تورکزن و کاهش ۸ درصدی با استفاده از روش جستجوی مستقیم روزنبروک پرتابه است.

**کلمات کلیدی:** بهینه سازی گرادیانی، معادلات الحاقی، جستجوی مستقیم، کمینه کردن پسای آیرودینامیکی.

#### ۱. مقدمه

بطور کلی انسان ها در اجرای هر امری همواره به دنبال رسیدن به روشی بوده اند که با هزینه کمتر به بهترین نتیجه ممکن دست یابند. همین میل ذاتی افراد برای دست یابی به بهترین نتایج باعث شده تا بشر در سیر زمان به پیشرفت های روزافزون در امور خود نایل شود و زندگی بشر در طول تاریخ به رفاه بیشتر و بهتر ارتقا یابد. معنای واژه بهینه سازی فارغ از زمینه استعمال آن، رسیدن به بهترین کارایی ممکن است.

در سال های اخیر با گسترش روش های بهینه سازی و با استفاده از ابزارهای محاسباتی، پیشرفت های زیادی در بهینه سازی مسائل حاصل شده است که از آن جمله می توان به کاهش زمان بهینه سازی و افزایش دقت بهینه سازی اشاره کرد. اکثر کارهای انجام شده در زمینه طراحی ایرفویل و بال و... در قدیم بوسیله سعی و خطا و ساخت قطعات برای آزمایش در تونل باد بوده است. این آزمایشات، علاوه بر اینکه می توانست مخرب باشد، بسیار زمان بر و پر هزینه بود.

با ظهور دینامیک سیالات محاسباتی، انقلابی در طراحی ایرفویل‌ها و بال‌ها و... بوجود آمد. این بار به جای صرف وقت و هزینه‌ی زیاد در ساخت و تست قطعات آزمایشی، از دینامیک سیالات محاسباتی استفاده می‌شود. با توسعه‌ی سریع تکنولوژی‌های کامپیوتری، امروزه دینامیک سیالات محاسباتی نقش مهم‌تری را در بهینه‌سازی آیرودینامیکی ایفا می‌کند.

روش‌های محاسباتی اطلاعاتی را ارائه می‌کنند که قبلاً از طریق آزمایش‌های پرهزینه بدست می‌آمدند. امروزه روش‌های محاسباتی نه تنها بعنوان ابزار تحلیل، بلکه بعنوان یک ابزار بهینه‌سازی در مسائل بهینه‌سازی آیرودینامیکی استفاده می‌شوند. منظور از بهینه‌سازی یک سامانه کمینه یا بیشینه کردن تابعی از عملکرد سامانه می‌باشد. این عمل در نهایت به بهبود کارایی سامانه می‌انجامد. در طراحی آیرودینامیکی این تابع می‌تواند ضریب برآ، ضریب پسا، نسبت ضریب برآ به ضریب پسا و یا تابع دیگری باشد. در گذشته طراحان برای طراحی آیرودینامیکی بهینه نیاز به ساخت مدل‌های بسیاری برای تست در تونل باد داشتند تا بدین وسیله بتوانند عملکرد طراحی نهایی را تایید کنند. توسعه دینامیک سیالات محاسباتی در چند دهه گذشته این امکان را فراهم کرد که طراحان از طریق شبیه‌سازی عددی، طراحی‌ها را با سرعت بیشتری انجام دهند. با این وجود، این روش نیز شامل یک فرآیند سعی و خطا است و در بسیاری از موارد به سامانه بهینه منجر نمی‌شود. به طور کلی می‌توان از سه مرحله مهم برای بهینه‌سازی یک سامانه نام برد:

- مرحله اول درک سامانه و متغیرهای مختلفی است که بر روی آن تاثیر می‌گذارند.
- مرحله دوم انتخاب تابعی به عنوان معیار عملکرد سامانه است. این معیار به متغیرهای سامانه وابسته است و تاثیر زیادی روی کارایی سامانه دارد.
- مرحله سوم انتخاب مقدار متغیرهای سامانه است و این انتخاب به گونه‌ای است که سامانه بهینه می‌شود.

روش الحاقی<sup>۱</sup> یکی از روش‌های مبتنی بر گرادیان<sup>۲</sup> است که در دهه‌های اخیر به طور گسترده در بسیاری از مسائل بهینه‌سازی آیرودینامیکی مورد استفاده قرار گرفته است. این روش برای اولین بار توسط پیرون به منظور بهینه‌سازی سیستم‌هایی بر پایه معادلات بیضوی استفاده شد [۱].

در سال ۱۹۸۸ استفاده از معادلات الحاقی جهت بهینه‌سازی اجسام آیرودینامیکی نیز برای اولین بار توسط جیمسون صورت پذیرفت [۲، ۳، ۴]. او این روش را برای جریان‌های تراکم پذیر غیرلزج با امواج شاک که بر پایه معادلات پتانسیل و اوپلر کار می‌کنند بسط داد و از نقاط سطح به عنوان متغیرهای طراحی استفاده کرد اما اثر بردار متغیر طراحی را در نظر نگرفت. سپس آن را برای بهینه‌سازی بال‌ها در حالت سه بعدی بر اساس معادلات اوپلر گسترش داد و نهایتاً از آن برای بهینه‌سازی یک هواپیمای کامل با حل معادلات ناویراستوکس استفاده کرد [۵، ۶، ۷]. در ادامه روش الحاقی پیوسته توسط اندرسون، توسعه زیادی در جریان‌های لزج و غیرلزج پیدا کرد [۸].

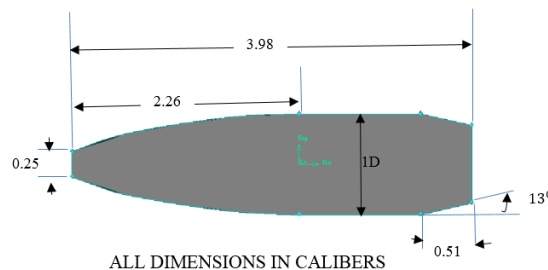
در بهینه‌سازی عملی بعضاً با توابعی مواجه هستیم که فرمول تحلیلی دقیقی ندارند، و تنها مقدرهای تقریبی توابع در برخی نقاط قابل محاسبه هستند. یکی از روش‌های حل این گونه مسائل، بهینه‌سازی بی‌مشتق<sup>۳</sup> است [۹]. پیشرفت چشم‌گیر نرم‌افزاری و قدرت محاسباتی در قرن اخیر و امکان شبیه‌سازی سیستم‌های بزرگ و پیچیده، منجر به طرح مسائل بهینه‌سازی توابعی شده است که فرمول تحلیلی دقیقی ندارند. یک دسته معروف از روش‌های بی‌مشتق، جستجوی مستقیم<sup>۴</sup> نامیده می‌شود.

دو الگوریتم الحاقی و جستجوی مستقیم از محبوب‌ترین الگوریتم‌ها در بین الگوریتم‌های گرادیانی هستند. با این حال بسیاری از بهینه‌سازی‌های صورت گرفته به وسیله این الگوریتم‌ها به وسیله کدهای غیرتجاری و یا کدهای نوشته شده در نرم‌افزارهای مدل‌سازی انجام شده است. به علت بروز مشکلات مختلف در به کارگیری الگوریتم‌های مذکور در مسائل پیچیده، انتخاب این الگوریتم‌ها محدود به مسائل ساده و دوبعدی و با در نظر گرفتن فرضیات بسیار ساده امکان‌پذیر بود. تا چند سال قبل، این

الگوریتم‌های قدرتمند بهینه‌سازی در نرم افزارهای تجاری نیز گسترش داده نشده بود. در این بین به جز نرم‌افزار انسیس فلونت که به طور تخصصی و پیشرفته به ارتقای برخی از این الگوریتم‌ها پرداخته؛ نرم‌افزارهای دیگر از امکانات محدود و ابتدایی برخوردار هستند. روش‌های بهینه‌سازی در نرم‌افزار انسیس فلونت از نسخه ۱۴ به بعد قرار داده شده است که بامرور زمان بهینه‌سازی ارتقا پیدا کرده است در این پروژه از ابزار قدرتمند الحاقی نرم‌افزار انسیس فلونت نسخه ۱۸ برای بررسی بهینه‌سازی آیرودینامیکی پرتابه، استفاده شده است.

## ۲. تعریف مسئله و روابط

در پژوهش حاضر، در مرحله اول مدل‌سازی جریان حول پرتابه صورت می‌گیرد. در مرحله دوم عملیات آنالیز حساسیت الحاقی بر روی مدل اجرا شده و با توجه به نتایج این آنالیز میزان تغییرات هندسی لازم مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس با اعمال این تغییرات و تحلیل دوباره میدان بر روی هندسه تغییر یافته، نتایج به دست آمده بررسی می‌شود. در مرحله سوم بهینه‌سازی مستقیم با سه روش بر روی مدل اجرا شده سپس نتایج به دست آمده مورد بررسی قرار می‌گیرند. شکل ۱ نمایی از مدل مورد مطالعه را نشان می‌دهد.



ALL DIMENSIONS IN CALIBERS

(1 CALIBER=7.82mm)

شکل ۱. پیکره‌بندی مدل [۱۰]

تحلیل در ماخ پروازی ۰٫۵، صورت گرفته و جدول ۱ مقادیر مرجع استفاده شده جهت بی‌بعدسازی ضرایب را نشان می‌دهد.

جدول ۱. مقادیر مرجع

$A[m^2]$	$V[m/s]$	$T[k]$	$P[pa]$	$\mu[pa.s]$
$4/8.28 e-0.5$	$173/59$	$300$	$101325$	$1/7894 e-0.5$

## ۲-۱. الگوریتم بهینه‌سازی الحاقی

به طور کلی الگوریتم‌های الحاقی به دو نوع گسسته<sup>۵</sup> و پیوسته<sup>۶</sup> تقسیم می‌شوند که در ادامه به توضیح آن پرداخته خواهد شد.

## ۲-۱-۱. ایده اصلی روش الحاقی

روش‌های بهینه‌سازی با یک دسته‌بندی کلی به دو دسته‌ی روش‌های گرادایانی و غیرگرادایانی تقسیم می‌شوند که روش الحاقی از دسته روش‌های گرادایانی است و با گذشت زمان از ابداع این روش، جایگاه خوبی بین محققین در زمینه بهینه‌سازی کسب کرد. در این روش حساسیت‌های مورد نیاز در فرآیند بهینه‌سازی به جای محاسبه مستقیم، از حل معادله‌ای به نام معادله‌ی الحاقی بدست می‌آیند. معادله‌ی الحاقی و شرایط مرزی آن با توجه به نوع تابع هزینه و معادلات حاکم بدست می‌آیند و برای توابع هدف یا معادلات حاکم مختلف متفاوت خواهند بود.

تابع هزینه در این پروژه پس‌آی آیرودینامیکی دماغه می‌باشد که محاسبات در نهایت منجر به کاهش پس‌آی آیرودینامیکی پرتابه می‌شود. تابع هزینه با متغیر نشان داده شده است که در حقیقت کمینه کردن آن مد نظر است و برای جریان اطراف دماغه این تابع وابسته به متغیرهای جریان  $\omega$  و سطح هندسه  $S$  خواهد بود، در واقع ما  $S$  را به گونه‌ای اصلاح می‌کنیم تا نیروی پس‌آی کمینه شود و متغیرهای جریان با استفاده از معادلات جریان  $R(\omega, S) = 0$  به کمک دینامیک سیالات محاسباتی بدست می‌آیند. یک تغییر در  $S$  باعث تغییر معادله (۱) یعنی تابع هزینه می‌شود.

$$\delta I = \left[ \frac{\partial I}{\partial \omega} \right]^T \delta \omega + \left[ \frac{\partial I}{\partial S} \right]^T \delta S \quad (1)$$

و  $\delta \omega$  از معادله (۲) قابل محاسبه است.

$$\delta R = \left[ \frac{\partial R}{\partial \omega} \right] \delta \omega + \left[ \frac{\partial R}{\partial S} \right] \delta S = 0 \quad (2)$$

با معرفی ضرب لاگرانژ  $\psi$  و کم کردن تغییرات  $\delta R$  عبارت  $\delta I$  را می‌توان بصورت معادله (۳) بازنویسی کرد.

$$\begin{aligned} \delta I &= \left[ \frac{\partial I}{\partial \omega} \right]^T \delta \omega + \left[ \frac{\partial I}{\partial S} \right]^T \delta S - \psi^T \left( \left[ \frac{\partial R}{\partial \omega} \right] \delta \omega + \left[ \frac{\partial R}{\partial S} \right] \delta S \right) \\ &= \left\{ \left[ \frac{\partial I}{\partial \omega} \right]^T - \psi^T \left[ \frac{\partial R}{\partial \omega} \right] \right\} \delta \omega + \left\{ \left[ \frac{\partial I}{\partial S} \right]^T - \psi^T \left[ \frac{\partial R}{\partial S} \right] \right\} \delta S \end{aligned} \quad (3)$$

برای رسیدن به معادله‌ی الحاقی ضریب  $\psi$  را به نحوی تعیین می‌کنیم که در معادله (۴) صدق نماید.

$$\left[ \frac{\partial I}{\partial \omega} \right]^T \psi = \left[ \frac{\partial I}{\partial \omega} \right] \quad (4)$$

در حقیقت با این کار اولین ترم از معادله‌ی (۳) حذف می‌شود، به عبارتی معادله‌ی مستقل از متغیرها طراحی می‌شود. بنابراین در اینجا دلیل مزیت اصلی معادله‌ی الحاقی که مستقل بودن آن از تعداد متغیرهای طراحی می‌باشد، مشخص می‌شود. با حذف این ترم از معادله‌ی اصلی، معادله‌ی (۵) حاصل می‌شود.

$$\delta I = G^T \delta S \quad (5)$$

که در آن:

$$G^T = \left[ \frac{\partial I}{\partial S} \right]^T - \psi^T \left[ \frac{\partial R}{\partial S} \right] \quad (6)$$

از دیدگاه ریاضی، مزیت این کار این است که معادله‌ی (۵) مستقل از  $\delta \omega$  است، و این نتیجه را می‌دهد که گرادیان  $I$  می‌تواند بر حسب یک تعداد از متغیرهای طراحی، بدون نیاز به محاسبات بیشتر میدان جریان بدست بیاید. ذکر این نکته نیز حائز اهمیت است که هزینه محاسباتی حل معادله الحاقی از معادلات جریان کمتر می‌باشد. نهایتاً پس از محاسبه تابع تغییرات می‌توان از آن به منظور تغییر در متغیرهای طراحی استفاده کرد.

## ۲-۱-۲. روش الحاقی پیوسته

در این روش الحاقی، از فرم دیفرانسیلی معادلات میدان جریان و تابع هزینه استفاده می‌شود. تغییرات تابع هزینه و معادلات میدان جریان نسبت به متغیرهای جریان و متغیرهای طراحی از طریق ضریب لاگرانژی باهم ترکیب می‌شوند. با دسته‌بندی جملات مربوط به تغییر متغیرهای میدان جریان، معادله الحاقی پیوسته و شرایط مرزی استخراج می‌شوند و جملات مربوط به تغییر متغیرهای طراحی، بردار گرادیان را تولید می‌کنند. معادلات میدان و معادله الحاقی با شرایط مرزی آن باید سرانجام گسسته شوند. در این روش اهمیت فیزیکی متغیرهای الحاقی و نقش شرایط مرزی بسیار واضح‌تر است، زیرا در این حالت با یک معادله دیفرانسیل پیوسته روبرو هستیم که در مواردی خاص حتی حل تحلیلی برای آن وجود دارد [۱۱].

## ۲-۱-۳. روش الحاقی گسسته

در این روش الحاقی، معادلات الحاقی به صورت مستقیم از معادلات جریان و تابع هزینه گسسته شده، که از تقریب عددی معادلات نتیجه شده است، استخراج می‌شوند. معادلات الحاقی گسسته به وسیله گردآوری همه جملات ضرب شده در تغییر متغیرهای جریان گسسته بدست می‌آیند. به عبارت دیگر تمام مراحل استخراج معادلات الحاقی پیوسته برای استخراج معادلات

الحاقی گسسته نیز عینا تکرار می‌شوند، با این تفاوت که در روش گسسته از شکل گسسته شده‌ی معادلات جریان و تابع هزینه استفاده می‌شود و معادلات الحاقی حاصل نیز گسسته‌اند [۱۱].

#### ۲-۱-۴. معایب و مزایای روش‌های پیوسته و گسسته الحاقی

عیب مهم روش الحاقی گسسته پیچیدگی استخراج معادلات الحاقی از معادلات میدان گسسته است. به طوری که استخراج کامل همه جملات گسسته معادلات الحاقی و بردار گرادیان از همه جملات موجود در معادلات جریان، نیازمند محاسبات جبری زیادی است. همچنین در صورت لزج بودن جریان، شارهای لزج نیز بر پیچیدگی بدست آوردن معادلات الحاقی گسسته می‌افزایند. از طرفی معادلات الحاقی گسسته، هنگامی که معادلات جریان با روش‌های مرتبه بالا و با استفاده از محدود کننده‌های شار گسسته می‌شوند بسیار پیچیده‌تر می‌شوند. لذا هزینه استخراج معادلات الحاقی گسسته بیشتر بوده در حالی که پیاده‌سازی روش الحاقی پیوسته بسیار ساده‌تر است. به طور کلی روش الحاقی گسسته به حجم حافظه بیشتری نیاز دارد و هزینه محاسباتی آن نیز بیشتر از روش پیوسته است.

نکته دیگر دقت نسبی گرادیان‌های محاسبه شده با استفاده از این دو روش می‌باشد. روش الحاقی پیوسته، گرادیان‌های غیر دقیقی را از یک تابع هزینه دقیق بدست می‌آورد. از طرف دیگر روش الحاقی گسسته، گرادیان‌های دقیقی را از یک تابع هزینه غیر دقیق پیش‌بینی می‌کند. تابع هزینه دقیق به صورت فرم پیوسته تابع هزینه تعریف می‌شود در حالی که تابع هزینه غیر دقیق، به صورت فرم گسسته تابع هزینه است که مقدار آن از معادلات جریان گسسته شده و شرایط مرزی آن بدست می‌آید و لزوماً در هر گسسته‌سازی مقداری خطا هر چند اندک، وارد مسئله می‌شود. به عبارت دیگر، گرادیان‌های پیوسته از معادلات الحاقی گسسته شده‌ای محاسبه می‌شوند که از معادلات جریان و تابع هزینه پیوسته بدست آمده‌اند. بنابراین گرادیان پیوسته ضرورتاً به صورت دقیق سازگار با تابع هزینه‌ای که به صورت عددی ارزیابی می‌شود، نیست [۱۱].

مزیت روش الحاقی گسسته در این است که گرادیان گسسته بدست آمده، به صورت دقیق سازگار با تابع هزینه گسسته شده می‌باشد. اگر گرادیان گسسته به سمت صفر میل کند، یک بهینه محلی برای تابع هزینه گسسته شده قابل دستیابی است. اما در مورد روش الحاقی پیوسته حتی اگر گرادیان آن به سمت صفر میل کند، تابع هزینه گسسته ممکن است به مقدار کمینه گسسته دقیق همگرا نشود. در صورتی که از روش‌های جستجوی خطی در الگوریتم بهینه‌سازی استفاده شود، ممکن است این مشکل به وجود آید که مقدار کمینه تابع هزینه گسسته در راستای جستجو، سازگار با گرادیان پیوسته که خود گسسته شده است، نباشد. در حالی که روش الحاقی گسسته، این مشکل ناسازگاری را ندارد. گرادیان‌های حاصل از روش گسسته تطابق بهتری با گرادیان‌های حاصل از روش تفاضل محدود دارند. البته این تفاوت روش پیوسته و گسسته در این مورد غالباً ناچیز است. در شرایط حدی، هنگامی که اندازه سلول‌ها به سمت صفر میل کند، جملات جابجایی معادلات الحاقی در روش گسسته به جملات جابجایی معادلات الحاقی در روش پیوسته تبدیل می‌شوند. با ریزتر شدن شبکه، اختلاف بین گرادیان‌های حاصل از دو روش کمتر شده و این گرادیان‌ها به گرادیان‌های حاصل از روش تفاضل محدود نزدیک می‌شوند. با توجه به نکات فوق، روش معادلات الحاقی گسسته مزیت‌های کمتری نسبت به روش معادلات الحاقی پیوسته دارد و همانطور که گفته شد مشکل روش الحاقی پیوسته را می‌توان با ریزتر کردن شبکه از بین برد. به همین دلیل است که در کارهای انجام شده، روش معادلات الحاقی غالباً به صورت پیوسته به کار رفته است [۱۱].

#### ۲-۱-۵. پارامتری‌سازی شکل

پارامتری‌سازی هندسی در مسائل بهینه‌سازی به واسطه تنوع هندسی اشکال مورد استفاده، دشواری‌های بسیاری در پی دارد. به طور کلی، نمی‌توان روشی واحد یافت که توسط آن بتوان انواع اشکال دلخواه را به طور کامل پارامتری کرد [۱۲]. در ابزار الحاقی نرم‌افزار انسیس فلونت از چندجمله‌ای‌های بیزیر<sup>۷</sup> برای پارامتری‌سازی هندسه استفاده شده است. روش بیزیر از چندجمله‌ای‌هایی به نام برنستین<sup>۸</sup> استفاده می‌کند. این روش محبوب‌ترین روش پارامتری‌سازی برای پژوهشگران بوده است. با استفاده از

این چند جمله‌ای‌ها می‌توان گره‌های شبکه محاسباتی در مرزها و نواحی هدف را به نقاط کنترل متناظر، مرتبط کرد و با این کار، با اعمال تغییرات لازم روی نقاط کنترل در فرآیند بهینه‌سازی، گره‌های متناظر بر روی شبکه به صورت یکنواخت تغییر می‌کنند.

## ۲-۲. بهینه‌سازی جستجوی مستقیم

پیشرفت چشم‌گیر نرم‌افزاری و قدرت محاسباتی در قرن اخیر و امکان شبیه‌سازی سیستم‌های بزرگ و پیچیده، منجر به طرح مسائل بهینه‌سازی توابعی شده است که فرمول تحلیلی دقیقی ندارند.

روش‌های جستجوی مستقیم یک دسته از روش‌های بی‌مشتق هستند که در هر تکرار تابع هزینه را در تعدادی متناهی نقطه نمونه‌گیری می‌کنند و تصمیم درباره تکرار بعدی بدون هیچ‌گونه مدل‌بندی یا تقریب صریح یا ضمنی از مشتق، منحصراً بر اساس مقادیر تابع گرفته می‌شود. این گونه از روش‌ها به دو دسته تقسیم می‌شوند: دسته اول روش‌های جستجوی مستقیم سادگی<sup>۹</sup> نامیده می‌شوند و بر اساس سیمپلکس‌ها و تبدیلات روی سیمپلکس‌ها، عمل می‌کنند. دسته دوم روش‌های جستجوی مستقیم جهتی<sup>۱۰</sup> نامیده می‌شوند. در این روش‌ها، نمونه‌گیری تابع هزینه با استفاده از مجموعه‌ای از مسیرها صورت می‌گیرد که خواص مناسبی دارند [۹].

**قضیه ۱.** مجموعه  $D$  مولد مثبت  $R^n$  است اگر و تنها اگر برای هر بردار ناصفر  $\omega \in R^n$ ، بردار  $d_i$ ،  $i \in \{1, \dots, r\}$  وجود داشته باشد که  $\omega^T d_i > 0$ .

ماهیت روش‌های جستجوی مستقیم از نوع جهتی در قضیه ۱ نهفته است. این قضیه نشان می‌دهد که با یک تابع به طور پیوسته مشتق‌پذیر در نقطه مفروض  $x$  که  $\nabla f(x) \neq 0$ ، همواره بردار  $d$  در مجموعه مولد مثبت وجود دارد که  $-\nabla f(x)^T d > 0$ .

روش‌های جستجوی مستقیم که در این مقاله از آن‌ها استفاده شده است:

### ۲-۲-۱. روش سیمپلکس<sup>۱۱</sup>

الگوریتم سیمپلکس مسائل را به این ترتیب حل می‌کند که یک جواب قابل قبول در یکی از رئوس چندضلعی فراهم می‌کند و سپس در راستای اضلاع چندضلعی به طرف رئوسی با مقدار بالاتری از تابع هدف حرکت می‌کند تا این که به نقطه بهینه برسد. با انجام تبدیلات سیمپلکس مانند بازتاب، انقباض، کوچک‌سازی، حرکت در مسیر دور شدن از نقطه‌ای که بدترین مقدار تابع را دارد، کاهش را تضمین می‌کند.

### ۲-۲-۲. روش تورکزن<sup>۱۲</sup>

این روش شبیه به روش سیمپلکس می‌باشد. این روش با داشتن مقدار در یک راس، به یافتن مقدار بهینه در رئوس دیگر می‌رود. در این روش سه مرحله جستجوی چرخشی، انبساط و انقباض وجود دارد که به ترتیب استفاده می‌شود [۱۳].

### ۲-۲-۳. روش روزنبروک<sup>۱۳</sup>

در این روش، پس از یافتن راستایی اولیه، مراحل چندگانه‌ای در آن راستا برای یافتن مقدار مینیمم تابع هزینه انجام می‌شود. فرآیند جستجو با یک مقدار اولیه دلخواه آغاز می‌شود. اگر این مرحله موفقیت‌آمیز باشد و مقدار جدید تابع هزینه کمتر یا برابر مقدار قبلی باشد؛ مقدار اولیه دلخواه در ضریبی مثل  $a$  که مقداری بزرگتر از ۱ دارد؛ ضرب می‌شود. اگر این مرحله به موفقیت

آمیز نباشد؛ این مقدار با ضریبی مثل  $\beta$  که مقداری بین ۱- تا ۰ دارد؛ ضرب می‌گردد. این مکانیزم در جهت‌های مختلف انجام شده و بهترین مقدار تابع هزینه از میان آنها انتخاب می‌شود. در صورت قابل قبول بودن مقدار به دست آمده این فرآیند تا کاهش فاصله مقدار اولیه دلخواه در یک محدوده معین ادامه می‌یابد [۱۳].

### ۳. مدل آشفستگی

روش انتخاب شده برای شبیه‌سازی آشفستگی، مدل توربولانسی SST  $k-\omega$  می‌باشد. انتخاب این مدل با توجه به این نکات انجام شد، که این مدل برای جریان‌هایی که بررسی پدیده‌های نزدیک به دیواره اهمیت دارد؛ مناسب است. مدل انتقال تنش برشی  $k-\omega$  SST توسط منتر<sup>۱۴</sup> به منظور آمیختن روش  $k-\omega$  (که در نواحی نزدیک دیواره خوب عمل می‌کند) با روش  $k-\epsilon$  (که در نواحی دور از دیواره خوب عمل می‌کند) ارائه شده است. یعنی این مدل به طور همزمان می‌تواند از توانایی مدل  $k-\omega$  برای احتساب نواحی رینولدز پایین و توانایی مدل  $k-\epsilon$  برای احتساب نواحی رینولدز بالا بهره‌گیرد. برای ترکیب این دو مدل نیازمند آن هستیم که فرمول‌بندی مدل  $k-\epsilon$  را به شکل مدل  $k-\omega$  در بیاوریم. مدل SST  $k-\omega$  بسیار شبیه به مدل  $k-\epsilon$  استاندارد می‌باشد ولیکن دارای مزایای زیر است. مدل  $k-\omega$  استاندارد و شکل تبدیل یافته‌ی مدل  $k-\omega$  هر دو در یک تابع آمیختگی ضرب شده و آنگاه دو مدل با یکدیگر جمع و ترکیب می‌شوند. تابع آمیختگی طوری طراحی شده است که در نواحی نزدیک از دیواره دارای مقدار صفر (که موجب فعال شدن مدل  $k-\omega$  در آن نواحی می‌شود) و در نواحی دور از دیواره دارای مقدار صفر (که باعث فعال شدن شکل تبدیل یافته‌ی مدل  $k-\epsilon$  می‌شود) می‌باشد.

با توجه به اینکه پروژه حاضر به بهینه‌سازی شکل هندسی دماغه می‌پردازد؛ پس این انتخاب، بهترین گزینه است. انتخاب دیگر مربوط به مرتبه گسسته‌سازی ترم‌های فشار، مومنتوم و انرژی است. که برای این حالت گسسته‌سازی مرتبه دو در نظر گرفته شده است.

### ۴. نتایج

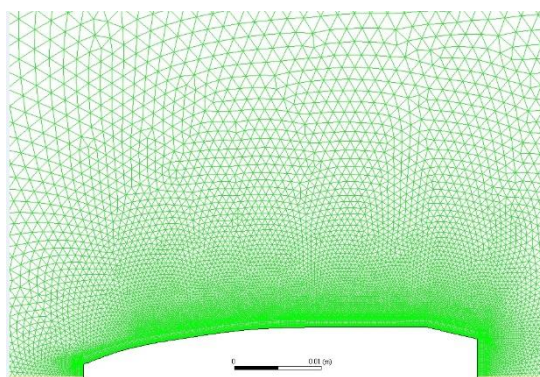
قبل از پرداختن به مطالعه رفتار جریان لازم است بهترین شبکه مناسب انتخاب شود. با مطالعه شبکه و بررسی استقلال نتایج از اندازه شبکه می‌توان به انتخابی بهینه دست یافت.

تعداد سلول‌های شبکه‌های تولید شده برای مطالعه شبکه در جدول ۲ قابل مشاهده است. چون تغییرات بسیار جزئی با دو برابر شدن تعداد کل سلول‌ها در ضریب درگ مشاهده می‌شود پس تعداد ۳۰۳۵۵ سلول، گزینه‌ای درست برای بررسی رفتار جریان و بهینه‌سازی است.

جدول ۲. شبکه‌های تولید شده برای مطالعه شبکه

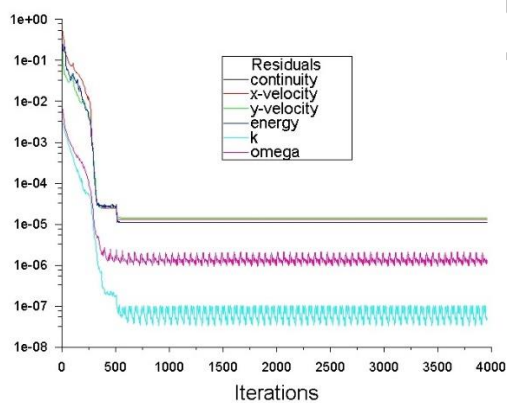
شماره	تعداد کل سلول‌ها	ضریب درگ
۱	۳۰۳۵۵	۰/۱۳۴
۲	۷۴۶۷۰	۰/۱۳۳
۳	۱۴۵۹۳۲	۰/۱۳۳

شکل ۲ بخشی از شبکه‌بندی را در اطراف سطح پرتابه نشان می‌دهد.

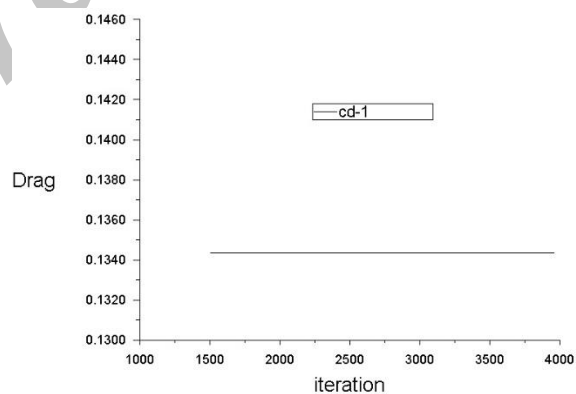


شکل ۲. شبکه بندی اطراف پرتابه

قبل از پرداختن به نتایج مدل سازی لازم است که از همگرایی جوابها اطمینان حاصل آورد. شکل ۳ نمودارهای مقادیر باقیمانده و شکل ۴ نمودار تاریخچه همگرایی برای مقادیر ضریب درگ را نشان می دهد. طبق این دو نمودار، پاسخ تحلیل عددی جریان به همگرایی رسیده و مقادیر باقیمانده و تابع هزینه در دامنه بسیار کوچک نوسان می کنند.



شکل ۳. نمودارهای مقادیر باقیمانده

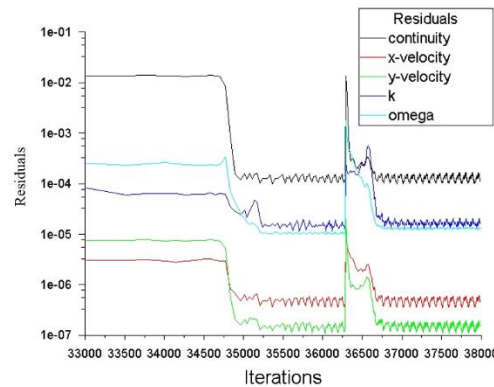


شکل ۴. نمودار تاریخچه همگرایی درگ

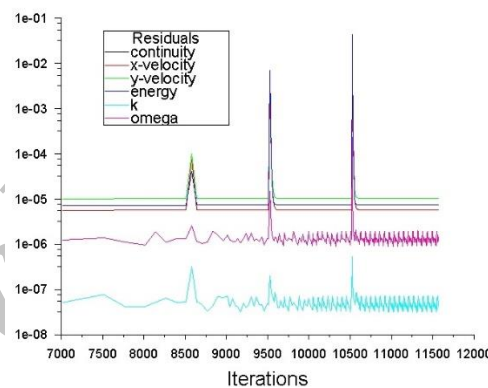
#### ۴-۱. نتایج آنالیز الحاقی و جستجوی مستقیم



شکل ۵ نمودار مقادیر باقیمانده در مدل سازی با هندسه تغییر یافته الحاقی را نشان می دهد که تعداد نقاط کنترلی در جهت X و Y به ترتیب ۱۰، ۴۰ عدد انتخاب گردید و بنابراین تعداد کل نقاط کنترلی برای پارامتری سازی دیواره دماغه ۴۰۰ شد. و همچنین شکل ۶ نمودار مقادیر باقیمانده در مدل سازی با هندسه تغییر یافته جستجوی مستقیم را نشان می دهد که تعداد نقاط کنترلی در جهت X و Y به ترتیب ۱۰، ۱۰ عدد انتخاب گردید و بنابراین تعداد کل نقاط کنترلی برای پارامتری سازی دیواره دماغه ۱۰۰ شد. طبق این نمودارها مقادیر باقیمانده ها برای معادلات سرعت و پیوستگی چندان تغییر خاصی مشاهده نمی شود. با اطمینان از همگرایی پاسخها در هندسه جدید، به بررسی نتایج پرداخته می شود.



شکل ۵. نمودار تاریخچه همگرایی درگ الحاقی



شکل ۶. نمودار تاریخچه همگرایی درگ جستجوی مستقیم

در جدول ۲ ضرائب بدست آمده از حل جریان بر روی هندسه پایه و نمونه بهینه شده آورده شده اند.

جدول ۲. ضرائب آیرودینامیکی هندسه پایه و نمونه بهینه شده

درصد اختلاف	$C_D$	نمونه
	۰/۱۳۴	هندسه پایه
۱/۵	۰/۱۳۲	بهینه شده با روش الحاقی
۸/۹	۰/۱۲۳	بهینه شده با روش سمپلکس
۸/۹	۰/۱۲۳	بهینه شده با روش تورکن

۸	۰/۱۲۴	بهینه شده با روش روزنبروک
---	-------	---------------------------

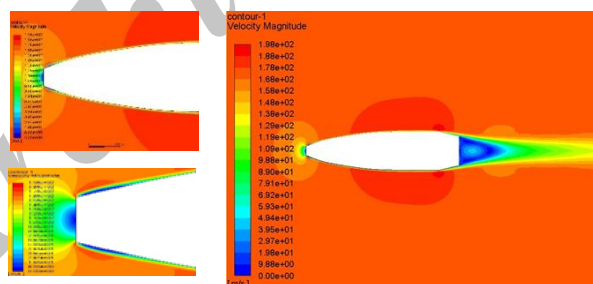
با توجه با نتایج همانطور که از تعریف دو روش سیمپلکس و تورکزن مشخص بود نتایج بدست آمده هم حاکی از درست بودن تعاریف می باشد.

به منظور بررسی متغیرهای جریان اطراف پرتابه، توزیع سرعت و توزیع فشار در هندسه پایه در شکل ۷ (الف) و (ب) و در هندسه بهینه شده الحاقی در شکل ۸ (الف) و (ب) و در هندسه بهینه شده سیمپلکس و تورکزن در شکل ۹ (الف) و (ب) و در هندسه بهینه شده روزنبروک در شکل ۱۰ (الف) و (ب) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود در هندسه پایه ناحیه ای از سطح دماغه که مقادیر فشار مینیمم است؛ پس از بهینه سازی، بالخصوص در روش های سیمپلکس و تورکزن افزایش مقدار فشار بیشتری را نسبت به روش های الحاقی و روزنبروک مشاهده می کنید. با توجه به اینکه در ناحیه دارای مینیمم فشار، جدایش جریان اتفاق می افتد بنابراین با افزایش فشار روی دیواره دماغه در نقطه جدایش می توان این طور نتیجه گرفت که اختلاف فشار روی دیواره و میدان جریان در نقطه جدایش کاهش یافته است به عبارت دیگر، شدت جریان ایجاد شده روی سطح دماغه پس از بهینه سازی کاهش داشته و جریان از دیواره دماغه بترتیب در روش های سیمپلکس و تورکزن کمتر از روش های الحاقی و روزنبروک فاصله گرفته است.

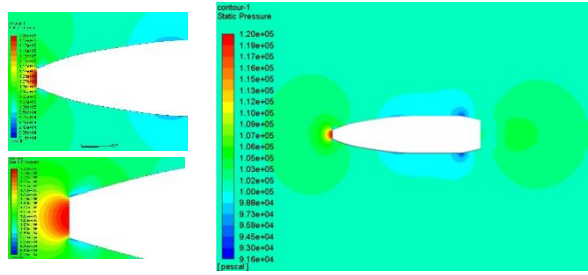
با بهینه سازی دماغه و انحنا دادن بیشتر به نوک آن ضربه برخوردی به نوک دماغه با شدت کمتری بوده و جریان به راحتی از روی سطح دماغه عبور می کند و این یعنی کاهش سرعت کمتری اتفاق می افتد و جریان با سرعت یکنواخت تری از روی سطح دماغه عبور می کند که با مقایسه کانتورهای مذکور به وضوح قابل مشاهده می باشد (و این یعنی کاهش پسا).

بدلیل عبور جریان یکنواخت تر در حالت بهینه شده مشاهده می کنیم که گردابه های مزاحم که باعث افزایش پسا می شوند کمتر در ناحیه پشت قسمت انتهایی ایجاد می شوند که این امر به کاهش پسا کمک می نماید.

که این کاهش پسا در روش های سیمپلکس و تورکزن بیشتر از روش های روزنبروک و الحاقی می باشد.

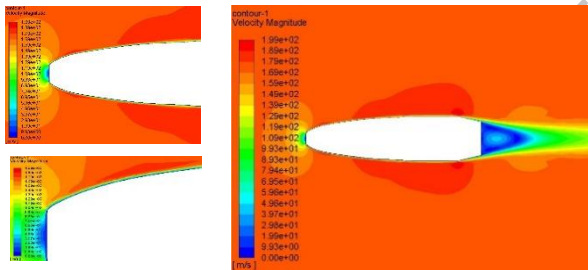


(الف) توزیع سرعت

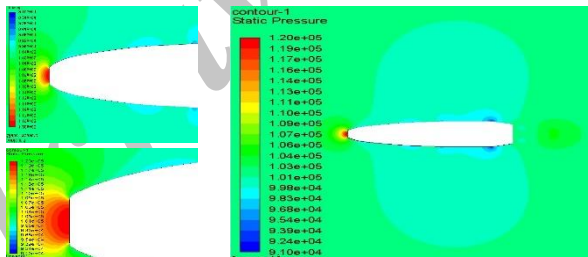


(ب) توزیع فشار

شکل ۷. توزیع سرعت و فشار اطراف هندسه پایه

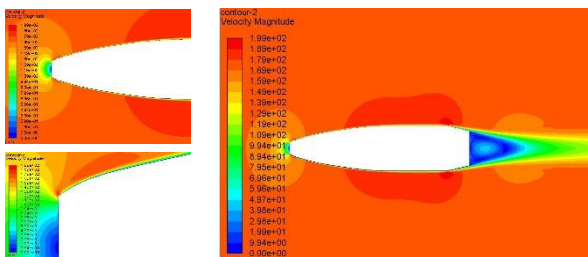


(الف) توزیع سرعت

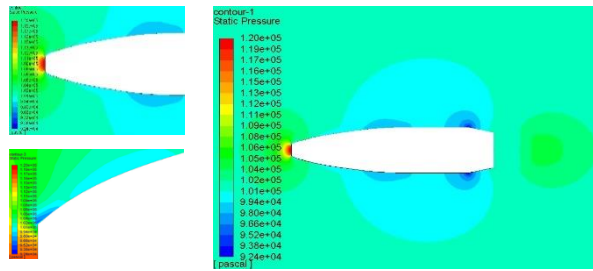


(ب) توزیع فشار

شکل ۸. توزیع سرعت و فشار بهینه شده با استفاده از روش الحاقی

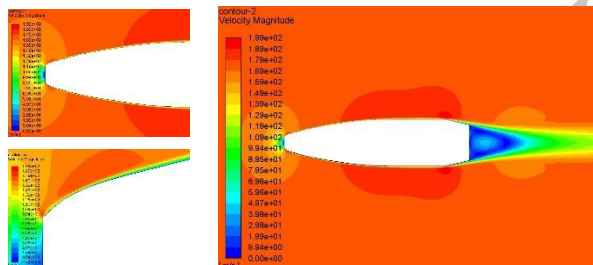


(الف) توزیع سرعت

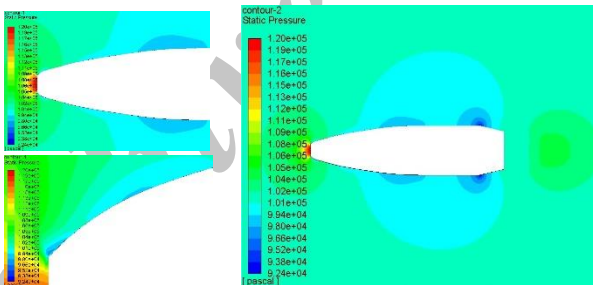


(ب) توزیع فشار

شکل ۹. توزیع سرعت و فشار بهینه شده با استفاده از روش سیمپلکس و تورکزن



(الف) توزیع سرعت



(ب) توزیع فشار

شکل ۱۰. توزیع سرعت و فشار بهینه شده با استفاده از روش روزنبروک

## ۵. نتیجه گیری

در این پژوهش از ابزار الگوریتم الحاقی و روش‌های جستجوی مستقیم موجود در نرم افزار انسیس فلوئنت برای کمینه کردن پس‌آی آیرودینامیکی یک پرتابه استفاده شد با توجه به نتایج ارائه شده می‌توان بیان کرد که الگوریتم الحاقی و روش‌های جستجوی مستقیم توانایی بالایی در بهینه کردن اجسام مختلف دارد به گونه‌ای که با این روش پس‌آی آیرودینامیکی وارد بر پرتابه بترتیب تا ۱/۵ درصد و ۸/۹ درصد کاهش یافته است. مزیت این روش‌ها نسبت به روش‌های بهینه‌سازی تجربی و نیز روش‌های بهینه‌سازی عددی با کدها و الگوریتم‌های دیگر این است که بهینه‌سازی سیستم مورد مطالعه با صرف هزینه و زمان کمتر امکان‌پذیر بوده و درصد مواجهه با مشکلات پیچیده در آن به مراتب کمتر است.

- [1] Pironneau, Olivier. *Optimal shape design for elliptic systems*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [2] Jameson, Antony. "Aerodynamic design via control theory." *Recent advances in computational fluid dynamics*. Springer, Berlin, Heidelberg, 1989. 377-401.
- [3] Jameson, A. and Alonso T J., "Automatic Aerodynamic Optimization on Distributed Memory Architectures", AIAA Paper 96-0409, The 34<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, 1996.
- [4] Jameson, A., "Re-engineering the Design Process through Computation", AIAA Paper 97-0641, the 35<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, 1997.
- [5] A. Jameson, J.J. Reuther, L. Martinelli, J.C. Vassberg, Aerodynamic Shape Optimization Techniques Based on Control Theory, AIAA Paper, 1998.
- [6] A. Jameson, Aerodynamic Shape Optimization Using the Adjoint Method Stanford University, Lectures at the Von Karman Institute, 2003.
- [7] Jameson, Antony, L. Martinelli, and N. A. Pierce. "Optimum aerodynamic design using the Navier–Stokes equations." *Theoretical and computational fluid dynamics* 10.1 (1998): 213-237.
- [8] Anderson, W.K., Venkatakrishnan, V. Aerodynamic Design Optimization on Unstructured Grids with a Continuous Adjoint Formulation. *Computers and Fluids* 28, 443-480 (1999).
- [9] A. R. Conn, K. Scheinberg, and L. N. Vicente, Introduction to Derivative-Free Optimization, MOS-SIAM Ser. Optim. 8, SIAM, Philadelphia, 2009.
- [10] McCoy, Robert. *Modern exterior ballistics: The launch and flight dynamics of symmetric projectiles*. Schiffer Pub., 1999.
- [11] Ansys Fluent, Release 18.0, Help System, Adjoint solver module manual, Ansys, Inc.
- [12] A. Jemcove and J.P. Maruszewski, 2009, Shape optimization based on downhill Simplex optimizer and free-form deformation in general purpose CFD code, 17<sup>th</sup> Annual Conference of CFD Society of Canada, Ottawa, 3-5 440-451.
- [13] Ansys Fluent, Release 18.0, Help System, Fluent theory guide, ANSYS, Inc.

پی نوشت

1. Adjoint Method
2. Gradient Based
3. Derivative-Free Optimization
4. Direct Search
5. Discreate
6. Continuous
7. Bezier
8. Bernstein
9. Simplicial Direct Search
10. Directional Direct Search
11. Simplex Method
12. Torczon Method
13. Rosenbrock Method
14. Menter

# Optimization of Nose of a Flying Vehicle using Numerical Methods

A. Mohammadzade bavili<sup>1</sup>, S. Gasemloo<sup>2</sup>

<sup>1</sup> MS, Scholl of Engineering, Aerospace Center, Malek Ashtar Universitt, Tehran,  
afshin\_m20@yahoo.com

<sup>2</sup> Associate Professor, Areospace Center, Malek Ashtar University, Tehran,  
sghasemlu@aut.ac.ir

**Abstract.** In this paper, a nose of a flying vehicle was optimized by using Adjoint optimization techniques and direct search. Adjoint equation and direct search techniques, have been recently considered for aerodynamic optimization. These techniques are based on gradient optimization techniques. For Finding optimal values there is need to sensitivity values of design variables. The main advantage of Adjoint technique is that, sensitivity is obtained by solving an additional equation known as the “Adjoint equation” instead of directly calculating them. The purpose of this study was modeling the flow around a axisymmetric projectile, and aerodynamic optimization of nose minimizing aerodynamic drag of projectile. The turbulence of the flow around the projectile was simulated using the SST k- $\omega$  technique. The results showed a 1.5 %, 8.9%, 8.9% and 8% reduction in the aerodynamic drag of projectile using an Adjoint, the Simplex direct search, direct Torczon and direct search of the projectile Rosenbrock techniques respectively.

**Keywords:** Gradient optimization, Adjoint equation, direct search, minimizing aerodynamic drag.