



## مقایسه ی مدل پریساج و جایلز-آرتون در مدلسازی رفتار هیستریزیسی

شیما کرباسی<sup>۱</sup>، بهروز رضایی علم<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق قدرت-الکترونیک قدرت و ماشین های الکتریکی، گروه برق قدرت،

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه لرستان، خرم آباد، ایران.

[Sh\\_karbasi@yahoo.com](mailto:Sh_karbasi@yahoo.com)

۲- دانشیار، دکتری تخصصی برق قدرت، گروه برق قدرت، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه لرستان، خرم آباد، ایران.

[rezaeealam@gmail.com](mailto:rezaeealam@gmail.com)

### چکیده

موتور هیستریزیسی، ماشین سنکرون خودراه اندازی است که دارای استاتوری مشابه موتورهای القایی است ولی مواد نیمه سخت در روتور موتور هیستریزیسی، حلقه های B-H پهن تری نسبت به مواد مغناطیس نرم استفاده شده در موتورهای القایی دارند و بنابراین منجر به ایجاد مدل پیچیده تری می شود. موتورهای هیستریزیسی از خاصیت هیستریزیسی مواد مغناطیسی برای ایجاد گشتاور استفاده می کنند. بنابراین مدل سازی حلقه ی پسماند مواد مغناطیسی برای این موتور از اهمیت بالایی برخوردار است.

در این مقاله دو روش رایج مدل سازی پسماند مغناطیسی بررسی شده اند. هدف از انجام این تحقیق، بررسی تحلیلی موتور هیستریزیسی و مدل سازی هیستریزیسی به دو روش جایلز-آرتون و پریساج می باشد. روش تحقیق، توصیفی-تحلیلی و از نوع کاربردی می باشد. لذا در گام اول با استفاده از مطالعات کتابخانه ای به بررسی مطالب کلی و پایه در خصوص موتور هیستریزیسی پرداخته شد. در گام دوم با مطالعه ی تعدادی از پایان نامه ها و مقالات، انواع روش های مختلف مدل سازی هیستریزیسی مورد بررسی قرار گرفت و به تشریح مدل سازی هیستریزیسی به روش جایلز-آرتون و روش پریساج همراه با معادلات مرتبط با آن ها پرداخته شد و نهایتاً با توجه به مقایسه ی این دو روش، نتیجه گیری نهایی صورت گرفت. در نتیجه ی این تحقیق، مدل جایلز-آرتون یکی از محبوب ترین مدل های پسماند مغناطیسی است که به طور گسترده برای مدل سازی ویژگی های غیرخطی پسماند مغناطیسی استفاده می شود. در حالی که مدل پریساج از دقت بسیار بالایی برخوردار است ولی دارای پیچیدگی های زیادی در شبیه سازی کامپیوتری می باشد.

**کلیدواژه ها:** بررسی تحلیلی، مدل سازی، مقایسه، موتور هیستریزیسی، روش جایلز-آرتون، روش پریساج



## 1- مقدمه

موتور هیستریزیس، یک موتور سنکرون است که گشتاور را توسط پسماند مغناطیسی مواد روتور تولید می کند و در کاربردهایی که نیازمند سرعت ثابت و دقیق هستند استفاده می شود. این موتورها به دلیل مزیت های متمایزشان مثل گشتاور نرم، گشتاور خودراه انداز، ساخت ساده با ساختار سیم پیچ های استاتور چند فازه معمولی به طور گسترده ای در کاربردهای موتورهای کوچک استفاده می شوند. این موتور هیچ گونه شیار بر روی روتور ندارد در نتیجه در عمل از سر و صدا و نویز کمی برخوردار می باشد. این مزایا، موتور هیستریزیس را برای برخی کاربردها مناسب می سازد مانند ژيروسکوپ، ساتریفیوژ، پمپ ها، تجهیزات ضبط و تنظیم زمان که نیازمند گشتاور ثابت و سرعت ثابت هستند [1 و 2]. این موتور شبیه موتور القایی است ولی به علت وجود پسماند مغناطیسی توانایی چرخش در سرعت سنکرون را دارد و نیازی به لغزش غیر صفر برای امکان ایجاد گشتاور در آن نیست و در واقع شبیه به موتور سنکرون مغناطیس دائم می باشد ولی ماده ی مغناطیسی در آن خام بوده و دو قطب آن در جهتی خاص هم راستا نشده اند [3]. در موتور هیستریزیس شار تولیدی در روتور نسبت به نیروی محرکه ی مغناطیسی دوار، تاخیر فاز دارد و زاویه ی بین محورهای نیروی محرکه ی مغناطیسی استاتور و روتور باعث تولید گشتاور می گردد. چون زاویه ی پس فاز شار روتور با نیروی محرکه ی مغناطیسی بستگی به شکل چرخه ی پسماند داشته و مستقل از فرکانس دور زدن آن است، این موتور از حالت راه اندازی تا سرعت سنکرون گشتاور اساسا ثابتی دارد. وقتی موتور به سرعت سنکرون می رسد جریان استاتور افت می کند و موتور به صورت ماشین با آهنربای دائمی کار خواهد کرد [4].

## 1-1- بیان مسئله

موتورهای هیستریزیس از خاصیت پسماندی مواد مغناطیسی برای تولید گشتاور استفاده می کنند بنابراین مدل سازی پسماند مغناطیسی در این موتورها از اهمیت ویژه ای برخوردار است. روش های مختلفی برای مدل سازی پسماند مغناطیسی معرفی شده است. از میان مدل هایی که برای بیان رفتار هیستریزیس ابداع شده اند دو مدل پریساج و جایلز-آرتون عمومیت بیشتری یافته اند. بنابراین در این مقاله، این دو مدل بررسی و مقایسه شده اند.



## 1-2- اهمیت و ضرورت تحقیق

موتور هیستریزیس، موتوری خاص و از خانواده ماشین های سنکرون است. تولید گشتاور بر اساس اصول پدیده هیستریزیس است [5]. از نظر طراحی ساده و از نظر عملکرد قابل اطمینان است. روتور آن نیازی به جریان القا کننده ندارد و ماده مغناطیسی به کار رفته در روتور، وظیفه تولید میدان مغناطیسی را به عهده دارد. این مواد از تکنولوژی ساخت خاصی برخوردار است به همین دلیل موتورهای هیستریزیس اولیه فقط به عنوان یک دستاورد مهندسی مطرح بودند ولی با گسترش مواد مغناطیسی جدید و برداشته شدن محدودیت های تکنیکی، در سطوح توان های مختلف عملیاتی شدند [6]. امروزه طراحی بهینه سیستم های الکترومغناطیسی با توجه به قیمت رو به افزایش انرژی از اهمیت ویژه ای برخوردار است. همچنین ارائه مدل هایی که بتوانند در مرحله طراحی، رفتار سیستم های الکترومغناطیسی را بطور دقیق پیش بینی کنند بسیار مورد توجه قرار گرفته است. از مواردی که در مدل کردن دقیق رفتار سیستم های الکترومغناطیسی اهمیت دارد نحوه ی مدل کردن رفتار مواد مغناطیسی به کار رفته در آن ها می باشد. در این مقاله، ابتدا به بررسی ساختار موتور هیستریزیس پرداخته شده است و در نهایت مدل سازی هیستریزیس به روش جایز آرتون و روش پریساج و معادلات مرتبط با آن ها بیان شده است.

## 1-3- پیشینه ی پژوهش

مقاله [7] نحوه تعیین ضخامت حلقه هیستریزیس موتور هیستریزیس با استفاده از روش المان محدود در ترکیب با یک مدل هیستریزیس برداری را ارائه می کند. با کمک دامنه و جهت شدت میدان مغناطیسی، مغناطیسی شدن هر عنصر حلقوی توسط مدل هیستریزیس برداری محاسبه شده و گشتاور را می توان از مجموع برداری هر گشتاور مربوط به هر عنصر و یا از مساحت حلقه هیستریزیس بدست آورد. با توجه به این محاسبات مشخص شد که گشتاور موتور با ضخامت حلقه متناسب نیست. در نتیجه، ضخامت بهینه حلقه هیستریزیس وجود دارد و آن را می توان با روش ارائه شده تعیین کرد. در مطالعه [8]، این روش می تواند گشتاور موتور را با دقت قابل قبولی محاسبه کند. بنابراین نتایج شبیه سازی نشان می دهند که یک ضخامت بهینه ای برای حلقه هیستریزیس وجود دارد و آن را می توان به صورت تحلیلی محاسبه کرد.



الگوریتم‌های بهینه‌سازی مرسوم به طور معمول برای حل مسائل خطی به کار گرفته می‌شوند و برای بهینه‌سازی طراحی یک ماشین هیستریزیس با یک مدل پیچیده، غیرخطی و چندمقداره به راحتی به کار نمی‌روند. این مشکلات عمدتاً به دلیل این حقیقت است که گشتاور خروجی یک موتور هیستریزیس همواره به طور تناسبی با مساحت حلقه‌های هیستریزیس بر روی حجم صفحات روتور مرتبط است. مقاله [9] یک الگوریتم طراحی اولیه را ارائه کرده و سپس کاربرد یک رویکرد مبتنی بر الگوریتم ژنتیک با همه جزئیات مربوط به حل موفقیت‌آمیز مسأله بهینه‌سازی با حداکثر راندمان یک CDDHM را توصیف می‌کند. توان خروجی و راندمان به دست آمده از تئوری با مقادیر اندازه‌گیری انطباق خوبی دارند.

در پژوهش [10] قصد بر این است تا برای برطرف کردن معایب موتور سنکرون PM نوع تخت از ترکیب آن با موتور پسماند استفاده شود. موتور حاصل، موتور سنکرون پسماند آهنربای دائم (PMHS) نامیده می‌شود. ساختار جدید ارائه شده در این پایان‌نامه برای این موتور ترکیبی، معایب ساختارهای پیشین را نداشته و دارای ویژگی‌های برتری نسبت به آنها می‌باشد. مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های موتور سنکرون PM با موتور PMHS صحت روش پیشنهادی و ساختار ارائه شده را تأیید می‌کند.

در مقاله [11] تاثیر استفاده از ماده ی جدید برای حلقه‌ی هیستریزیس روی مشخصه ی عملکرد یک موتور هیستریزیس شار شعاعی مورد بررسی قرار گرفته است. در نهایت اینکه، شبیه سازی موتور انجام شده است و مقادیر خروجی موتور اعمال شده توسط مدل المان محدود دو بعدی استخراج شد.

مقاله [12] به تشریح مدل هیستریزیس برداری معکوس جایلز-آرتون با روش اجزای محدود دو بعدی برای آنالیز یک رفتار الکترومکانیکی موتور هیستریزیس پرداخته است. نتایج شبیه سازی توسط داده ی آزمایشی برگرفته از یک ماشین طراحی شده اعتبارسنجی شد. برای محاسبات گشتاور یک پدیده ی هیستریزیس مورد نیاز بود و مدل برداری جایلز-آرتون عملکرد بسیار خوبی از خود نشان داد. نتایج آزمایشی و شبیه سازی شده با هم مقایسه شدند که نشان دهنده ی تاثیرگذاری روش شبیه سازی شده ی پیشنهادی بود.



## 2- روش تحقیق

هدف از انجام این تحقیق، شبیه‌سازی ماشین هیستریزیس به دو روش جایلز آترتون و پرساچ می‌باشد. روش تحقیق توصیفی - تحلیلی و از نوع کاربردی می‌باشد. لذا ابتدا با استفاده از مطالعات کتابخانه‌ای به بررسی مطالب کلی و پایه در خصوص ماشین هیستریزیس پرداخته شد. سپس با مطالعه ی تعدادی از پایان‌نامه‌ها و مقالات داخلی و خارجی، انواع روش‌های مختلف مدلسازی هیستریزیس مورد بررسی قرار گرفت و هم چنین به تشریح مدل هیستریزیس به روش جایلز آترتون و پرساچ و معادلات مرتبط با آن‌ها پرداخته شد و نهایتاً با استفاده از تجزیه و تحلیل نتیجه‌گیری نهایی صورت گرفت.

## 3- یافته‌ها

در این بخش ابتدا مطالب کلی در خصوص موضوع مورد مطالعه ذکر شده است. برای این منظور، ابتدا تئوری موتور هیستریزیس بیان شده است. سپس به تشریح روش‌های مدل‌سازی موتور هیستریزیس پرداخته شده است. هم چنین مدل هیستریزیس جایلز-آترتون و پرساچ و معادلات مرتبط با آن‌ها به طور مفصل تشریح گردیده و در آخر نتیجه‌گیری نهایی از پژوهش بیان شده است.

### 3-1- تئوری موتور هیستریزیس

وقتی یک جریان سه فاز یا تک فاز با سیم پیچی کمکی به استاتور موتور اعمال می‌شود، یک میدان مغناطیسی دوار در داخل ماشین ایجاد می‌شود. این میدان دوار فلز روتور را مغناطیسی کرده و قطب-هایی در آن ایجاد می‌کند. وقتی موتور با سرعتی کمتر از سرعت سنکرون کار می‌کند، درون آن دو منبع گشتاور وجود دارد. بیشتر گشتاور در اثر هیستریزیس تولید می‌شود. زمانی که میدان مغناطیسی استاتور سطح روتور را جارو می‌کند، شار روتور نمی‌تواند آن را تعقیب کند چون فلز روتور تلفات هیستریزیس زیادی دارد. هر چه قدر تلفات هیستریزیس ذاتی ماده روتور بیشتر باشد، زاویه تاخیر میدان مغناطیسی روتور نسبت به میدان مغناطیسی استاتور بیشتر می‌شود زیرا میدان مغناطیسی روتور و استاتور در زوایای متفاوتی قرار دارند در نتیجه در موتور یک گشتاور غیر صفر تولید می‌شود. همچنین میدان مغناطیسی استاتور در روتور جریان گردابی تولید می‌کند و این جریان گردابی نیز میدان مغناطیسی خودشان را ایجاد می‌کنند و گشتاور روتور بیشتر می‌شود. هر چه حرکت نسبی بین



روتور و میدان مغناطیسی استاتور بیشتر باشد، جریان های گردابی و گشتاور ناشی از آن بزرگتر است. وقتی موتور به سرعت سنکرون می رسد، شار استاتور و روتور نسبت به هم حرکت نمی کنند و روتور مثل یک مغناطیس دائم عمل می کند. در این هنگام گشتاور تولید شده در موتور با زاویه ی بین میدان های روتور و استاتور متناسب است، به شرطی که این زاویه از یک زاویه ماکزیمم تعیین شده توسط پسماند روتور کوچکتر باشد؛ به دلیل اینکه مقدار پسماند در یک روتور خاص، تنها تابعی از چگالی شار استاتور و ماده تشکیل دهنده روتور است. گشتاور پسماند موتور در تمام سرعت ها، از صفر تا سرعت سنکرون ثابت است ولی گشتاور جریان گردابی با لغزش موتور متناسب است. از آنجایی که گشتاور موتور هیستریزیس در تمام سرعت های کمتر از سنکرون، از ماکزیمم گشتاور سنکرون اش بیشتر است در نتیجه این موتور می تواند هربار که در کار عادی قادر به گرداندن آن است راه اندازی کند. موتورهای هیستریزیس، بهره و ضریب قدرت پایین دارند ولی به دلیل داشتن ویژگی های برجسته و جذاب، کاربرد وسیعی در ناوربری و دستگاه های نظامی دارند [5].

### 3-2- روش های مختلف مدل سازی هیستریزیس

از مواردی که در مدل کردن دقیق رفتار سیستم های الکترومغناطیسی اهمیت دارد نحوه ی مدل کردن رفتار مواد مغناطیسی به کار رفته در آن ها می باشد. در کارهای اولیه ی انجام شده معمولاً مدل ساده ای برای ماده مغناطیسی در نظر گرفته شده بود. در بسیاری از این کارها ماده مغناطیسی با در نظر گرفتن ضریب گذردهی مغناطیسی ثابت مدل می شد یا حداکثر با در نظر گرفتن یک منحنی اشباع تک مقداره مورد مدل سازی قرار می گرفت. از اواخر دهه هشتاد میلادی با پیشرفت فناوری کامپیوتر امکان اینکه مدل مواد مغناطیسی کامل تر در نظر گرفته شود ایجاد شد. شاخص ترین رفتاری که مواد مغناطیسی از خود نشان می دهند رفتار هیستریزیس می باشد. از میان مدل هایی که برای بیان رفتار هیستریزیس ابداع شده اند، دو مدل جایلز آرتون و پریساج عمومیت بیشتری یافته اند که در ادامه به طور مفصل شرح داده می شوند [13]. هم چنین مدل های تحلیلی دیگری وجود دارند که سعی بر توصیف پسماند مغناطیسی دارند و معادله ی پایه آنها به صورت چند جمله ای می باشد. بسیاری از مدل های کلاسیک مانند مدل والفارد استانر و گلابوس نیز وجود دارند [14].



## 3-3- ارزیابی مدل هیستریزیس جایلز-آرتون

این مدل یکی از محبوبترین مدل‌های پسماند مغناطیسی است. مزیت اصلی این مدل این است که قادر به ارتباط با پارامترهای فیزیکی مواد مغناطیسی می‌باشد. زمینه نظری مدل، با توجه به تئوری ویس و لانگوین ارائه شده است. مدل اصلی جایلز-آرتون فقط برای مواد ایزوتروپیک مناسب است ولی بسطی از این مدل ارائه شده که قادر به مدلسازی مواد مغناطیسی ناهمسانگرد نیز می‌باشد.

در مواد مغناطیس، ممان‌های مجاور با یکدیگر در تعامل هستند. تعامل بین ممان‌های مغناطیسی، یک میدان تبدالی  $H_{ex}$  را ارائه می‌دهد که توسط ویس بیان شده است. اگر در این حوزه هر ممان مغناطیسی  $m_i$  به خاطر تعاملش با ممان دیگر  $m_j$  دارای میدان تبدالی  $H_{ex,j} = \alpha_{i,j} m_j$  باشد، این تعامل با همه ممان‌ها در حوزه در رابطه (1) بیان شده است.

$$H_{ex,j} = \sum_j \alpha_{i,j} m_j \quad (1)$$

اگر تعاملات بین تمامی ممان‌ها بنا بر فرض برابر باشد و از این رو مستقل از جایجایی بین ممان‌ها باشد، سپس (برای هر  $i, j$ )  $\alpha_{i,j} = \alpha$  می‌تواند به کار برده شود:

$$H_{ex,j} = \alpha \sum_j m_j = \alpha M \quad (2)$$

میدان موثر نیز می‌تواند این گونه تعریف شود:

$$H_e = H + \alpha M \quad (3)$$

با جایگزین کردن این رابطه درون معادله  $M = Nm \left( \coth y - \frac{1}{y} \right)$  و معرفی خاصیت مغناطیسی اشباع  $M_s = N m$  و استفاده از پارامتر شکلی  $a = \frac{KT}{\mu_0 m}$ ، خاصیت مغناطیسی می‌تواند تعیین شود که در رابطه (4) بیان شده است.

$$M = M_s \left( \coth h \frac{H + \alpha M}{a} + \frac{a}{H + \alpha M} \right) \quad (4)$$

## 3-3-1- مدل هیستریزیس جایلز-آرتون مقدار مستقل:

وقتی که شدت میدان مغناطیسی و بردارهای خاصیت مغناطیسی در جهت یکسان هدایت شوند، مدل هیستریزیس اسکالر می‌تواند ارتباط بین آنها را شرح دهد. در غیر این صورت یک مدل هیستریزیس برداری لازم می‌شود. اگر اثر جریان گردابی و دیگر اثرات وابسته به فرکانس، یک نقش جزئی را ایفا کنند، مدل هیستریزیس مقدار مستقل می‌تواند برای توصیف پدیده به کار برده شود، در غیر این



صورت مدل وابسته به مقدار لازم می شود. مدل ریاضیاتی که برای هیستریزیس فرومغناطیسی در سال 1983 معرفی شده، براساس اصول فیزیکی می باشد. در تحقیقات بعدی مبنای مدل را به یک روش مفصل تر شرح دادند و مدل را اصلاح کردند. مدل جایلز آرتون، منحنی B-H را با استفاده از پنج پارامتر شرح می دهد. تحقیقات متعدد به شناسایی این پارامترها براساس مفهوم فیزیکی آنها می پردازد. در مدل جایلز آرتون، دو مکانیزم مرتبط مغناطیس کنندگی ارائه می شوند: 1. حرکت دیواره حوزه. که تحت تاثیر میدان اعمال شده قرار می گیرد به روشی که حوزه ها به صورت مطلوب با توجه به میدان اعمال شده ردیف شده اند. 2. چرخش ممان های ردیف شده در حوزه ها در جهت میدان اعمال شده. مغناطیس کنندگی نیز در مدل هیستریزیس جایلز آرتون از دو قسمت معکوس پذیر و معکوس ناپذیر تشکیل می شود که در رابطه (5) بیان شده است. جزء معکوس ناپذیر، نشان دهنده حرکت دیواره ی حوزه ی معکوس ناپذیر می باشد. جزء معکوس پذیر، با خمش دیواره ی حوزه ی معکوس پذیر، مرتبط است.

$$M = M_{irr} + M_{rev} \quad (5)$$

ویژگی هیستریزیس می تواند بر مبنای توازن چگالی انرژی در یک ماده شرح داده شود. تغییر چگالی انرژی تامین شده در ماده با تغییر چگالی انرژی مغناطیسی استاتیکی و چگالی تلفات هیستریزیس برابر است که در رابطه (6) بیان شده است.

$$\omega = \omega_{mag} + \omega_{hys} \quad (6)$$

چگالی تلفات انرژی که با حرکت دیواره ی حوزه ی معکوس پذیر ایجاد شده، در رابطه (7) بیان شده است. که در آن  $k$  ضریب اتصال می باشد.

$$d\omega_{wall} = \mu_0 kd M_{irr} \quad (7)$$

در مواد فرومغناطیس، حوزه های مجاور با یکدیگر در تعامل هستند. واکنش بین حوزه ها می تواند با معرفی یک میدان موثر عمل کننده روی حوزه ها در واحد حجم در نظر گرفته شود که در رابطه (3) بیان شده است. مغناطیس کنندگی تابعی از شدت میدان مغناطیسی موثر در معادله می باشد که در آن چگالی تلفات انرژی تولید شده توسط حرکت دیواره حوزه معکوس ناپذیر در رابطه (8) بیان شده است. که در آن  $\&=Sign(dH_e/dt)$  است.





$$d\omega_{wall} = \mu_0 k\delta \frac{dM_{irr}}{dH_e} dH_e \quad (8)$$

تغییرات مغناطیس‌کنندگی معکوس‌ناپذیر از معادله انرژی به دست می‌آید که در رابطه (9) بیان شده است و در آن انرژی تامین شده با تغییرات انرژی مغناطیسی و تلفات هیستریزیس برابر است. فرمول نهایی در رابطه (10) بیان شده است.

$$\mu_0 \int M_{an}(H) dH = \mu_0 \int M(H) dH + \mu_0 \int k\delta \frac{dM}{dH} dH \quad (9)$$

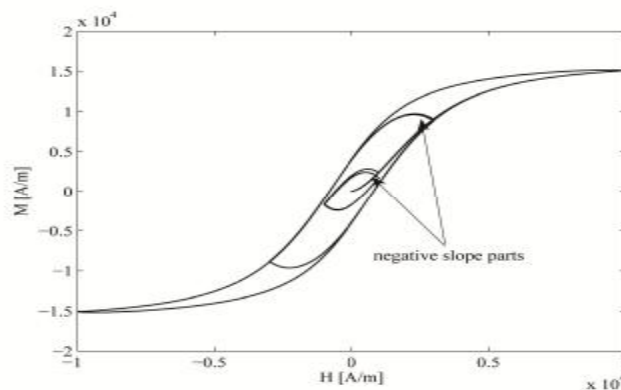
در نتیجه:

$$M_{an}(H) = M(H) + k\delta \frac{dM}{dH} \quad (10)$$

اگر در خلال فرآیند مغناطیس‌کنندگی، مغناطیس‌کنندگی آنهیسترزیس میزان پایین‌تری را نسبت به مغناطیس‌کنندگی معکوس‌ناپذیر نشان دهد، این کار منجر به ارائه یک راه حل غیرفیزیکی می‌شود که با یک مشتق منفی از مغناطیس‌کنندگی معکوس‌ناپذیر  $dM_{irr} / dH_e < 0$  ارائه شده است. در این صورت دیواره‌های حوزه به اندازه خطای قبلی باقی می‌ماند و  $dM_{irr} / dH_e = 0$  می‌شود. در شکل 1 راه حل غیرفیزیکی در نوک حلقه نشان داده شده است. راه حل معادله دیفرانسیلی در رابطه (11) بیان

شده است و با علامت  $x^+ = \begin{cases} x, & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x < 0 \end{cases}$  مشخص می‌شود.

$$dM_{irr} = \frac{1}{k\delta} [(M_{an} - M_{irr})dH_e]^+ \quad (11)$$



شکل 1- راه حل غیرفیزیکی در نوک حلقه



مغناطیس کنندگی معکوس پذیر می تواند با معرفی یک ضریب معکوس پذیر بدون بعد  $C$  در نظر گرفته شود که در رابطه (12) بیان شده است.

$$M_{rev} = c (M_{an} - M_{irr}) \quad (12)$$

با استفاده از رابطه (5)، مغناطیس کنندگی کل می تواند به دست آید که در رابطه (13) بیان شده است.

$$M = (1 - c)M_{irr} + cM_{an} \quad (13)$$

جایگزینی عبارت دیفرانسیلی (11) در رابطه (13) باعث ایجاد معادله جدیدی می شود که در رابطه (14) بیان شده است. رابطه (15) مرحله  $(j+1)$  ام برای مشخصه  $i$  هیستریزیس است که می تواند از مقدار  $j$ ام مغناطیس کنندگی ارزیابی شود و برای شبیه سازی عددی مدل هیستریزیس جایلز-آرتون به کار رود.

$$dM = \frac{1 - c}{k\delta} [(M_{an} - M_{irr})dH_e]^+ + cdM_{an} \quad (14)$$

$$dM_{j+1} = \frac{1}{k\delta} [(M_{an} - M_j)dH_e]^+ + cdM_{an} \quad (15)$$

3-3-2- تعیین پارامترهای مدل جایلز آرتون از داده های اندازه گیری شده:

روش شناسایی پارامتر مدل JA طبق پیشنهاد جایلز براساس آگاهی از برخی از نکات منحنی هیستریزیس آزمایشی می باشد. این نکات عبارتند از:

الف. تعیین خاصیت مغناطیس کنندگی اشباع  $M_s$ : ساده ترین پارامتر، خاصیت مغناطیسی اشباع  $M_s$  است. این خاصیت اغلب با توجه به یک ماده ی خاص شناخته می شود و می تواند از مراجع استخراج شود. این خاصیت می تواند با دقت مطلوب اندازه گیری شود، با قرار دادن ماده در معرض میدان تا حد کافی بالا و یا با اندازه گیری چگالی شار  $B$  با یک سیم پیچ یا خاصیت مغناطیس کنندگی  $M$  با یک آهنرباسنج نمونه ارتعاشی و سپس محاسبه  $M_s$  با این اندازه گیری ها انجام می گیرد.

ب. تعیین پارامتر  $C$ : تعیین پارامتر  $C$  نشان دهنده حرکت دیواره معکوس پذیر است. جزء معکوس پذیر خاصیت مغناطیسی به دلیل خمش دیواره ی معکوس پذیر و انتقال معکوس پذیر دیواره در مدل



به وسیله ضریب  $C$  تعیین می شود. این مقدار می تواند از نسبت مغناطیس پذیری نرمال اولیه  $X_{in}$  به مغناطیس پذیری آنهیستریزیس اولیه  $X_m$  محاسبه شود. با استفاده از رابطه (6)، پارامتر  $C$  مشخص می شود که در رابطه (16) بیان شده است.

$$\frac{dM}{dH} = (1 - c) \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha (M_{an} - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}}{dH} \quad (16)$$

مغناطیس پذیری دیفرانسیلی اولیه در رابطه (17) ذکر شده است.

$$X_{in} = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=0, M=0} = \frac{(1 - c)M_{an}}{k\delta - \alpha M_{an}} + c \frac{dM_{an}}{dH} \quad (17)$$

سپس رابطه (17) در معادله جایگزین می شود، وقتی  $M=0$  است و رابطه (18) حاصل می شود.

$$X_{in} = \frac{(1 - c)M_s \left[ \coth\left(\frac{H}{a}\right) - \frac{a}{H} \right]}{k\delta - \alpha M_s \left[ \coth\left(\frac{H}{a}\right) - \frac{a}{H} \right]} + M_s \frac{c}{a} \left[ 1 - \cot^2 h^2\left(\frac{H}{a}\right) + \frac{a^2 2}{H} \right] \quad (18)$$

سپس حد به صورت  $H \rightarrow 0$  از  $\coth(H/a) - (a/H)$  گرفته شد. که در رابطه (19) بیان شده است.

$$\lim_{H \rightarrow 0} \left[ \cot h\left(\frac{H}{a}\right) - \left(\frac{a}{H}\right) \right] = \lim_{H \rightarrow 0} \left\{ \frac{H}{3a} - \frac{H^3}{45a^3} + \frac{H^5}{945a^5} - \dots \right\} = 0 \quad (19)$$

به طوری که عبارت نهایی در رابطه (20) آمده است.

$$X_{in} = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{dM}{dH} = 0 + c \frac{dM_n}{dH} \quad (20)$$

چون  $M=0$  در مبدا منحنی مغناطیس شوندگی است، در نتیجه عبارت جدید در (21) بیان شده است و سپس عبارت نهایی در (22) آورده شده است که ارتباط بین  $C$  و مغناطیس پذیری اولیه است.

$$X_{in} = \frac{cM_s}{3a} \quad (21)$$

$$c = \frac{3aX_{in}}{M_s} \quad (22)$$

ج. تعیین پارامتر  $K$ : پارامتر  $K$ ، تلفات هیستریزیس را تعیین می کند. وادارندگی توسط مقدار پنینگ (میزان اتصال) و سپس توسط پارامتر  $k$  تعیین می شود. برای مواد مغناطیسی خیلی نرم مشخص شده است که  $K \approx H_c$  است. اگر مغناطیس پذیری دیفرانسیلی در نقطه وادارندگی  $X_c$  معلوم باشد، رابطه



کلی بین  $k$  و  $H_c$  می تواند به طور ساده ای بیان شود. مجدد به رابطه (16) بر می گردیم، و هم اکنون موقعیت نقطه ی وادارندگی را در نظر می گیریم:  $X_c = X_{max}$  مغناطیس پذیری دیفرانسیلی در نقطه ی وادارندگی، نشان می دهد که در مدل همیشه حداکثر مقدار مغناطیس پذیری دیفرانسیلی اطراف حلقه هیستریزس مشاهده شده است که در رابطه (23) بیان شده است.

$$X_{max} = \frac{1}{k\delta - \alpha[M_{an}(H_c) - M_{irr}]} [M_{an}(H_c) - M_{irr}] + c \left( \frac{dM_{an}(H_c)}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \quad (23)$$

در نقطه ی وادارندگی،  $M=0$ ،  $H=H_c$ ،  $\alpha=1$  است، در نتیجه معادله مجدد مرتب سازی می شود که در رابطه (24) بیان شده است.

$$k = \frac{1}{c \left( \frac{dM_{an}(H_c)}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right)} [M_{an}(H_c) - M_{irr}] + \alpha [M_{an}(H_c) - M_{irr}] \quad (24)$$

عبارت  $dM_{irr}/dH$ ،  $M_{irr}$  در نقطه ی وادارندگی می تواند بر حسب قسمت های  $dM_{an}(H_c)/dH$  و  $M_{an}$   $(H_c)$  و  $X_{max}$  به دست آید زیرا قبلاً به صورت قطعی فرض شده است که  $M = M_{rev} + M_{irr}$  می باشد و چون  $M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr})$  است در نتیجه معادله مورد نظر به صورت ذیل می باشد که در رابطه (25) بیان شده است.

$$M = c M_{an} + (1 - c)M_{irr} \quad (25)$$

بعد از مرتب سازی مجدد عبارت جدیدی حاصل می شود که در رابطه (26) ذکر شده است.

$$M_{irr} = \frac{1}{1 - c} (M - cM_{an}) \quad (26)$$

چون در نقطه ی وادارندگی  $M=0$  است، در نتیجه عبارت جدیدی به دست می آید که در رابطه (27) آورده شده است.

$$M_{irr} = - \frac{c}{1 - c} M_{an}(H_c) \quad (27)$$

در حالیکه با مشتق گیری رابطه (26) بر حسب  $H$  و با در نظر گرفتن مقادیر در نقطه ی وادارندگی معادله ای داریم که در رابطه (28) بیان شده است.



$$\frac{dM_{irr}(H_c)}{dH} = \frac{1}{1-c} X \max - \frac{c}{1-c} \frac{dM_{an}(H_c)}{dH} \quad (28)$$

با جایگزینی این معادلات در رابطه (24)، معادله جدید برای  $k$  به دست می آید که در رابطه (29) بیان شده است. برای این منظور باید تمامی پارامترهای دیگر معلوم باشند.

$$k = \frac{M_{an}(H_c)}{X \max - c \frac{dM_{an}(H_c)}{dH}} \frac{1 + \alpha}{1 - c} \quad (29)$$

د. تعیین  $a, \alpha$ : نقطه پسماند  $M_r$  به  $\alpha$  و پارامترهای دیگر وابسته است. اگر دیگر پارامترهای  $a, k, c$  معلوم باشند، پسماند می تواند برای محاسبه  $\alpha$  به کار رود. به هر حال، در این صورت امکان به دست آوردن یک عبارت واضح برای  $\alpha$  وجود ندارد. با کمک پسماند  $M_r$  و مغناطیس پذیری دیفرانسیلی در پسماند  $X_r$ ، اگر پارامترهای دیگر معلوم باشند پارامتر  $a$  می تواند تعیین شود. که در رابطه (30) بیان شده است. که با شروع از معادله (16) و با  $H=0, M=M_r, \alpha=-1$  انجام می شود.

$$X_r = \frac{M_{an}(M_r) - M_{irr}}{-k - \alpha (M_{an}(M_r) - M_{irr})} + c \left( \frac{dM_{an}(M_r)}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \quad (30)$$

از آنجایی که  $M_r = M_{rev} + M_{irr}$ ،  $M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr})$  است در نتیجه عبارتی که در پسماند داریم در رابطه های (31) و (32) بیان شده است.

$$M_{irr} = \frac{M_r - c M_{an}(M_r)}{1 - c} \quad (31)$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{1}{1-c} \frac{dM_r}{dH} - \frac{c}{1-c} \frac{dM_{an}(M_r)}{dH} \quad (32)$$

با جایگزین کردن این نتایج در رابطه (30)، معادله جدیدی به دست می آید که در رابطه (33) بیان شده است.

$$X_r = \frac{M_{an}(M_r) - M_r}{-(1-c)k - \alpha (M_{an}(M_r) - M_r)} + \frac{c}{1-c} \left( \frac{dM_{an}(M_r)}{dH} - \frac{dM_r}{dH} \right) \quad (33)$$



همچنین معادله دیگری وجود دارد که می تواند برای ارائه یک عبارت واضح برای  $M_r$  استفاده شود که در رابطه (34) بیان شده است.

$$M_r = M_{an}(M_r) + \frac{k}{\frac{\alpha}{1-c} + \frac{1}{X_r - c} \frac{dM_{an}(M_r)}{dH}} \quad (34)$$

### 3-3-3- بررسی اثر پارامترهای مدل جایگز آرتون بر روی حلقه ی هیستریزیس:

در اینجا مدل جایگز آرتون براساس مفاهیم فیزیکی مدنظر قرار داده شده و اثر پارامترهای مختلف برای مدل نمونه ای روی شکل حلقه پسماند مورد بررسی قرار گرفته است. مدل جایگز آرتون توسط پنج پارامتر مشخص شده است که حلقه هیستریزیس را تعیین میکنند. تغییر هر کدام از پارامترهای مدل جایگز آرتون، شکل حلقه هیستریزیس را تغییر می دهد. در جدول 1، اثر هر پارامتر مدل جایگز آرتون روی حلقه هیستریزیس بیان شده است.

جدول 1: اثر پارامترهای مدل جایگز آرتون بر روی حلقه هیستریزیس

پارامترها	تغییر	اثر روی حلقه ی هیستریزیس
A	افزایش	کاهش Hc و Br و Bs
A	افزایش	افزایش Br و Hc و Bs
C	افزایش	افزایش Bs کاهش Hc و Br
K	افزایش	افزایش Hc و Br کاهش Bs
Ms	کاهش	کاهش Hc و Br

### 3-4- ارزیابی مدل هیستریزیس پریساج

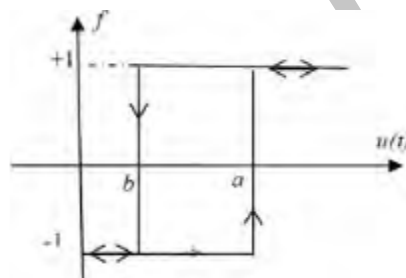
مدل پریساج مخلوطی از روابط ریاضی و توصیف هندسی می باشد به همین علت کامپیوتری کردن و استفاده از آن در شبیه سازی یک سیستم واقعی بسیار مشکل است و نیاز به تدابیری خاص دارد. پیچیدگی و محاسبات طولانی و زمانبر بودن همراه با دقت بسیار زیاد خصیصه مدل پریساج است.



## 3-4-1- تعریف مدل هیستریزیس پریساج

در سال های اخیر مدلسازی پریساج به دو صورت عددی و برداری برای تعریف حالت گذرا و پایدار پدیده هیستریزیس گسترش پیدا کرده است. مغناطیدگی یک ماده فرو مغناطیس در حالت پایدار در یک میدان مغناطیسی سینوسی یا غیرسینوسی می تواند به کمک حلقه های هیستریزیس ساده محاسبه شود. این حلقه هیستریزیس یک جزء تاخیری ساده است که در شکل 2 نشان داده شده است. رابطه بین متغیر ورودی  $u(t)$  و متغیر خروجی  $f(t)$  در زمان  $t$  در رابطه (35) بیان شده است.

$$\begin{aligned} f(t) &= 1 & \text{if} & \quad u(t) \geq a \\ f(t) &= -1 & \text{if} & \quad u(t) \leq b \\ f(t) &= \text{unchanged} & \text{if} & \quad b < u(t) < a \end{aligned} \quad (35)$$



شکل 2: دیاگرام جز تاخیری

عملگر  $\gamma_{\alpha\beta}^{\wedge}$  را که بر روی ورودی  $H$  عمل می کند و خروجی  $M$  را نتیجه می دهد و در واقع همان  $f(t)$  به ازای  $u(t)=H$  می باشد را در نظر می گیریم. اگر برای یک نقطه ی تصادفی ماده مغناطیسی، فرض کنیم که بی نهایت از این توابع تاخیری با عملگرهای مشابه وجود دارد، خروجی این مجموعه در رابطه (36) بیان شده است.

(36)

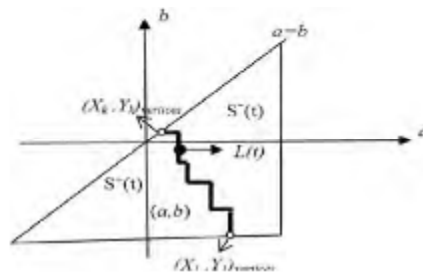
$$M(t) = \iint_{a \geq b} p(a,b) \cdot \hat{\gamma}_{ab} \cdot H(t) \, da \, db$$

در رابطه ی (36)،  $p(a,b)$  تابع چگالی نامیده می شود. عملگر پریساج یک حافظه محلی با ماکزیمم و مینیمم مشخص دارد. برای یک ماده مغناطیسی همگن، به مقدار شدت میدانی که در آن اشباع رخ



می دهد،  $H_s$  گفته می شود. اگر  $a > H_s$  یا  $b < -H_s$  باشد آنگاه  $p(a,b) = 0$  و در نتیجه مثلث پریساج نشان داده شده در شکل 3 به صورت زیر تعریف می شود:

$$S^\Delta(t) = \{(a,b) | a \geq b, b \geq -H_s, a \leq H_s\} \quad (37)$$



شکل 3: دیاگرام پریساج

برای هر نقطه  $(a,b) \in S$  یک عملگر مشابه  $\gamma_{\alpha\beta}$  وجود دارد و به ازای هر  $t$  نمودار  $S$  به دو بخش تقسیم می شود. که در رابطه (38) بیان شده است.

$$S^+(t) = \{(a,b) \in S \mid \text{output of } \gamma_{ab} \text{ at } t \text{ is } +1\} \quad (38)$$

$$S^-(t) = \{(a,b) \in S \mid \text{output of } \gamma_{ab} \text{ at } t \text{ is } -1\}$$

در هر لحظه از زمان  $t$ ،  $S(t) = S^+(t) \cup S^-(t)$  و معادله (36) می تواند بازنویسی شود که در رابطه (39) بیان شده است.

$$M(t) = \int \int_{S^+(t)} p(a,b) da db - \int \int_{S^-(t)} p(a,b) da db \quad (39)$$

برای هر لحظه از زمان  $t$  نمودار پریساج به ناحیه ای با سوئیچینگ بالای میدان  $S^+$  و ناحیه ای با سوئیچینگ پایین میدان  $S^-$  تقسیم می شود. هنگامی که ورودی  $H$  افزایش می یابد یک خط عمودی نمودار پریساج را از چپ به راست جاروب می کند و هنگامی که  $H$  کاهش می یابد یک خط افقی نمودار را از بالا به پایین جاروب می کند. اگر  $H$  بین  $-H_s$  و  $H_s$  با تعداد محدودی اکستریم محلی تغییر کند، بطور واضح  $M$  هم بین دو مقدار  $-M_s$  و  $M_s$  تغییر خواهد کرد. بنابراین می توان به آسانی ثابت کرد که تابع چگالی باید معادله ی زیر را ارضاء کند. بنابراین معادله (39)، می تواند به صورت معادله (41) بیان شود.





$$\int \int_{S(t)} p(a, b) da db = 2M_S \quad (40)$$

$$M(t) = -M_S + 2 \int \int_{S+(t)} p(a, b) da db \quad (41)$$

با محاسبه ی  $M$  از رابطه ی (41)، می توان چگالی شار مغناطیسی  $B$  آن نقطه را به دست آورد. در رابطه (42) چگالی شار مغناطیسی  $B$  بیان شده است.

$$B(t) = \mu_0 \{H(t) + M(t)\} \quad (42)$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

### 3-4-2- شبیه سازی کامپیوتری مدل پریساج:

هنگامیکه یک ماده فرو مغناطیسی در معرض میدان متقارن سینوسی و غیرسینوسی با پیکهای مثبت و منفی مشخص قرار گیرد با استفاده از مدل پریساج یک بعدی، مغناطیدگی یا چگالی شار حالت پایدار هر نقطه از ماده می تواند محاسبه شود. در حقیقت تعداد خطوط شکسته نمایش داده شده در شکل 3 در مرز  $S+$  و  $S-$  تعداد اکسترمم های محلی از آخرین اکسترمم مطلق تا لحظه فعلی را نشان می دهند. در شبیه سازی کامپیوتری، با مشخص بودن رئوس خطوط شکسته تا لحظه  $t$ ، مقدار  $M$  و سپس  $B$  برای لحظه ی  $t + \Delta t$  با توجه به اینکه مقدار  $H(t + \Delta t)$  بزرگتر یا کوچکتر از  $H(t)$  است با استفاده از معادلات (41) و (42) به ترتیب محاسبه می شوند. بعد از این محاسبات، رئوس جدید خطوط شکسته مرز دو ناحیه  $S+$  و  $S-$  برای زمان  $t + \Delta t$  نیز مشخص می شوند [16].

### 4- نتیجه گیری

هر ماده ی فرومغناطیس در معرض میدان مغناطیسی دارای خاصیت مغناطیسی شده و حتی با از میان رفتن این میدان همچنان اثر آن باقی می ماند، حال اگر این میدان پرپودیک باشد ایجاد یک رفتار مغناطیسی هیستریزیسی در ماده می نماید. به لحاظ اینکه این رفتار میتواند توجیه پدیده های زیادی از جمله جریان هجومی، فرورزونانس و... در سیستم های قدرت باشد، مدل سازی رفتار هیستریزیسی اهمیت زیادی داشته و از دیرباز دغدغه فیزیکدانان و مهندسان برق بوده است.

مدل جایلز-آرتون و پریساج، دو مدل رایج برای مدلسازی پسماند مغناطیسی می باشند. مدل پریساج مخلوطی از روابط ریاضی و توصیف هندسی است به همین علت کامپیوتری کردن و استفاده از آن



در شبیه سازی یک سیستم واقعی بسیار مشکل است و نیاز به تدابیری خاص دارد. تعیین پارامترهای تنظیم تابع چگالی این مدل نیز نیازمند اطلاعات جامعی می باشد [17]. مدل پریساج به علت چند ورودی بودن، غیر خطی و چند مقداره بودن مدل، عملیات محاسباتی مختلط از جمله عملیات ریاضیاتی و عملیات هندسی و زمانبر بودن محاسبات مربوط به آن دارای پیچیدگی های زیادی می باشد. مدل پریساج، دقت بسیار بالایی داشته ولی دارای پیچیدگی های بسیار زیادی در شبیه سازی کامپیوتری می باشد. می توان نتیجه گرفت مدل پریساج کارآمد، جامع و قابل اجرا در میدان های هارمونی می باشد. در این مدل با ناحیه بندی کردن مثلث پریساج و تخصیص پارامترهای تنظیم ویژه به هر ناحیه، به نتایج منطبق با آزمایش دست یافتیم. هم چنین قضاوت درباره ی برتری این مدل به کاربرد آن بستگی دارد. پیچیدگی، محاسبات طولانی، زمانبر بودن و دقت بسیار زیاد خصیصه ی مدل پریساج است. کاربرد موتور هیستریزس در سیستم های دقیق نظیر ناوبری اینرسی و ثبت کننده های ویدئویی مستلزم داشتن دینامیک سریع و کنترل دقیق این موتور است.

در نتیجه ی این تحقیق، مدل جایلز آرتون یکی از محبوب ترین مدل های پسماند مغناطیسی است. مزیت اصلی این مدل این است که قادر به ارتباط با پارامترهای فیزیکی مواد مغناطیسی می باشد. زمینه نظری مدل، با توجه به تئوری ویس و لانگوین ارائه شده است. مدل اصلی جایلز آرتون فقط برای مواد ایزوتروپیک مناسب است ولی بسطی از این مدل ارائه شده که قادر به مدلسازی مواد مغناطیسی ناهمسانگرد نیز می باشد. مدل جایلز آرتون، به طور گسترده برای مدل سازی ویژگی های غیرخطی پسماند مغناطیسی به کار برده می شود.

این مدل با رفتار ماده ارتباط دارد و می تواند به صورت مستقیم در شبیه سازی های اجزای محدود گنجانده شود. هم چنین مدل جایلز-آرتون در بخش های محاسبه ی زمان و تجهیزات حافظه ای کارایی بیشتری دارد و از رایج ترین مدل های تلفات آهن بر مبنای اصول فیزیکی می باشد که پدیده هیستریزس را به کمک حرکت دیواره ی حوزه توصیف می کند.

## مراجع:

- [1]. Kataoka, T., T. Ishikawa, and T. Takahashi(1982), "Analysis of a hysteresis motor with overexcitation. Magnetics", IEEE Transactions on, 18(6): p. 1731-1733.
- [2]. Rahman, M.A., M. Copeland, and G.R. Slemon(1969), "An Analysis of the Hysteresis Motor Part III: Parasitic Losses. Power Apparatus and Systems", IEEE Transactions on, (6): p. 954-961.
- [3]. Thoeke, J. and Devine, M. (2011), "Numerical Determination of Hysteresis Parameters for the Modeling of Magnetic Properties Using the Theory of Ferromagnetic Hysteresis," International Journal for Electrical Engineering, 50 (28), pp. 27-35.



- [4]. سلمون، ج. ر.، استراون، ا. (1387)؛ "ماشین های الکتریکی"، لسانی حمید. تهران: موسسه ی انتشارات امیرکبیر.
- [5]. Ferjani, M. and Jaafari, K. (2013), "Magnetic Hysteresis Modeling and Numerical Simulation for Ferromagnetic Materials," International Journal for Electrical Engineering, 62 (44), pp 230-240.
- [6]. Jokido, D. and Atherdon, D. (2015), "Ferromagnetic Hysteresis," International Journal for Applied Research in Electrical Engineering, 19 (10), pp 183-185.
- [7]. E. Cardelli, A. Faba, A. Laudani, G.M. Lozito, F. Riganti Fulginei, A. Salvini (2016), "A Neural-FEM tool for the 2-D magnetic hysteresis modeling " Physica B: Condensed Matter, Volume 486, , Pages 111-115
- [8]. David Inácio, João Murta Pina, João Martins, Mário Ventim Neves, Alfredo Álvarez (2013), "Lumped Parameters Equivalent Circuit of a Superconducting Hysteresis Motor" Physics Procedia, Volume 36, Pages 975-979
- [9]. M. H. Sadeghi, A. Darabi (2010), "Optimization of a new type of hysteresis motor using genetic algorithm" Environment and Electrical Engineering (EEEIC), 9th International Conference on, Date of Conference: 16-19 May 2010 Page(s): 479 - 482 Print ISBN: 978-1-4244-5370-2 INSPEC Accession Number: 11375075
- [10]. محمدهادی ابراهیمی (1393)، "طراحی، مدل سازی و بررسی عملکرد موتور چند فاز شار محوری ترکیبی مغناطیس دائم و پسماند" پایان نامه . دولتی - وزارت علوم، تحقیقات، و فناوری - دانشگاه صنعتی شاهرود - دانشکده مهندسی برق و الکترونیک. کارشناسی ارشد
- [11]. Mohammad Mohammadi Firozjaee, Abolfazl Vahedi, Mostafa Sanikhani (2016), "Comparing the Effect of Using New Hysteresis Material on the Performance of a Hysteresis Motor" Power Electronics, Drive Systems & Technologies Conference (PEDSTC)
- [12]. Juliano Bitencourt Padilha, Patrick Ku-Peng, Nelson Sadoswski, and Nelson Jhoe Batistela (2017) "Vector Hysteresis Model Associated to FEM in a Hysteresis Motor Modeling", IEEE Transactions on Magnetics
- [13]. M.A. Copeland and G.R. Slemon (1963), "An Analysis of the Hysteresis Motor: part-I-Analysis of the Idealized Machine", IEEE Trans. on Power Apparatus and System, vol. 82, no. 65, pp. 34-42.
- [14]. I. D. Mayergoyz (2003), "Mathematical Models of Hysteresis and Their Applications," New York, NY, USA: Academic.
- [15]. Péter Kis (2006), "Jiles-Atherton Model Implementation to Edge Finite Element Method", A thesis submitted to the Budapest University of Technology and Economics for the degree of Doctor of Philosophy in Electrical Engineering.
- [16]. احمد دارابی، محسن خسروی، وحید اسماعیلی (2009)، "مقایسه مدل پریساج و مدل همدگدون در مدل سازی رفتار هیستریزیسی"، بیست و چهارمین کنفرانس بین المللی برق.
- [17]. Hodgdon M.L. (1998), "Application of a theory of ferromagnetic hysteresis," IEEE Trans. Magn, vol. 24, No. 1, pp. 218-221.