

ارائه یک مدل ریاضی مساله زمانبندی پروژه با محدودیت منابع چند حالتی با در نظر گرفتن محدودیت بودجه زمانبندی شده و جریمه انقطاع

ندیفا کوثری^{۱*}، بهروز افشار نجفی^۲

۱- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، roya_21january@yahoo.com

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، Afshamb@alum.sharif.edu

چکیده

مسئله زمانبندی پروژه یکی از مهم‌ترین و کاربردی‌ترین مفاهیم مدیریت پروژه است. بسیاری از شرکت‌ها و سازمان‌هایی که پروژه محورند، استراتژی کاهش هزینه‌های متغیر را در اجرای پروژه دنبال می‌کنند. با توجه به محیط کسب و کار کنونی، بسیاری از شرکت‌ها علاوه بر پایین آوردن هزینه‌های خود به دنبال پیشگیری از بروز کمبود منابع و تأخیر در اجرای فعالیت‌ها و انقطاع آنها و همچنین اتمام پروژه در موعد مقرر در شرایط عدم قطعیت هستند. بنابراین در نظر گرفتن عوامل فوق تأثیر بسزایی در کاهش هزینه‌های شرکت‌ها و سازمان‌ها دارد. در این مقاله مسئله زمانبندی فعالیت‌های پروژه با سفارش‌دهی منابع مصرفی با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول و وجود انقطاع فعالیت‌ها ارائه شده است. این مسئله در جهت کاهش هزینه‌های پروژه، به بررسی سیاست‌های سفارش‌دهی، برنامه زمانی و میزان سفارش و مدیریت موجودی در تمام دوره‌های زمانی افق برنامه‌ریزی و میزان انقطاع و دیرکرد فعالیت‌ها می‌پردازد. تابع هدفی که در این مدل در نظر گرفته شده عبارتند از کمینه سازی هزینه‌های نگهداری موجودی و سفارش‌دهی مواد مصرفی، جریمه دیرکرد و انقطاع فعالیت‌ها است. جهت حل مدل ارائه شده از نرم‌افزار گمز استفاده شد و نتایج حاصل از آن نشان می‌دهد که با افزایش هزینه نگه داری، تعداد سفارش‌دهی بیشتر شده و بالعکس. همچنین مشخص شد که با افزایش سائز مسئله زمان حل آن به صورت نمایی افزایش پیدا میکند.

واژه‌های کلیدی: زمانبندی پروژه، انقطاع فعالیت، بودجه، نرم افزار گمز، ارزش زمانی پول

۱- مقدمه

زمان‌بندی، یکی از مسائل مهم در مرحله برنامه‌ریزی پروژه و بخشی از مدیریت پروژه است. زمان‌بندی پروژه عبارت است از تعیین زمان شروع هر یک از فعالیت‌های پروژه با توجه به محدودیت‌ها و به‌منظور رسیدن به یک یا چند هدف مشخص است. مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود (RCPS) در واقع کلی‌ترین مسئله زمان‌بندی است. بروکر (۱۹۹۹) مسائل زمان‌بندی مسائل زمان‌بندی کارگاهی، جریان کارگاهی، زمان‌بندی و سایر مسائل زمان‌بندی همگی زیرمجموعه‌ای از این مسئله به حساب می‌آیند [۱]. در مسائل زمان‌بندی پروژه با منابع محدود کلاسیک فرض بر این بود که در هر زمانی منابع تجدید پذیر و تجدید ناپذیر در دسترس هستند اما در عمل به چند دلیل این‌گونه نیست.

به‌طور کلی می‌توان گفت اگر فعالیتی دو شرط پیش‌نیازی و منابع را داشته باشد گفته می‌شود واجد شرایط انجام شدن است بنابراین می‌تواند انجام شود حال اگر فعالیتی که از قبل واجد شرایط بوده و شروع شده به دلیل کمبود منابع متوقف شود می‌تواند در زمان دیگری که منابع در دسترس باشند ادامه یابد؛ اما اگر فعالیتی که از قبل واجد شرایط بوده و شروع شده به دلیل انجام فعالیت دیگری متوقف شود این نوع توقف باعث بالا رفتن هزینه‌های دیگری از جمله هزینه آماده‌سازی و غیره می‌شود.

با گسترش و توسعه روش مسیر بحرانی، روش‌های فراوانی برای زمان‌بندی پروژه با در نظر گرفتن محدودیت منابع معرفی شدند. این روش‌ها جهت حل مسائل زمان‌بندی پروژه با منابع محدود به کار گرفته شدند. منابع در این مسائل فقط تحت عنوان منابع کاری یا تجدید پذیر به لحاظ اهمیت آن‌ها در پروژه در نظر گرفته می‌شدند و توجه کمتری به منابع مصرفی در پروژه صورت می‌گرفت به طوری که در برخی موارد منابع مصرفی را جهت سهولت در مسئله به عنوان منابع نامحدود پروژه در نظر می‌گرفتند که این موضوع در دنیای واقعی قابل قبول نمی‌باشد. تمامی پروژه‌ها نیازمند منابع مصرفی گوناگونی مانند مواد خام و همچنین منابع مصرفی در تولید می‌باشند که تمامی آن‌ها تحت عنوان منابع مصرفی پروژه مطرح می‌گردند. در بسیاری از موارد مانند یک پروژه ساختمان‌سازی، تحقیقات و توسعه، پروژه‌ها به دلیل زمان انتظار زیاد برای دریافت منابع و همچنین تخصیص نامناسب منابع به فعالیت‌هایی که بحرانی هستند دچار تأخیر می‌شوند. بنابراین این تأخیر در پروژه تا زمانی که مدیریت موجودی برای مصرف منابع در هر دوره زمانی وجود نداشته باشد ادامه می‌یابد [۲].

مسئله زمان‌بندی پروژه با سفارش دهی منابع، حالت خاصی از مسئله زمان‌بندی پروژه می‌باشد که در آن، جهت کاهش هزینه‌های پروژه به بررسی سیاست‌های سفارش دهی، زمان و میزان سفارش و مدیریت موجودی در هر دوره زمانی در طول افق برنامه‌ریزی می‌پردازد. در این نوع زمان‌بندی، به دلیل کنترل سطوح منابع مصرفی که در بیشتر دوره‌های زمانی متغیر و گاهی نیز در بعضی دوره‌ها ثابت می‌باشد، برنامه‌ریزی منابع و زمان‌بندی پروژه هم‌زمان انجام شده و کل هزینه‌های پروژه تحت کنترل قرار می‌گیرد. ادغام مسئله زمان‌بندی پروژه هم‌زمان با سفارش دهی منابع مصرفی، برای نخستین بار توسط آکوئیلانو و اسمیت (۱۹۸۰) معرفی شد. آن‌ها توانستند یک مدل ادغامی شامل برنامه‌ریزی نیازمندی‌های منابع (MRP) مانند لیست منابع، زمان انتظار منابع در راه، زمان‌بندی سطوح موجودی و روش مسیر بحرانی (CPM) بود را توسعه داده و نام این روش را CPM-MRP گذاشتند [۳]. سپس آن‌ها در سال ۱۹۸۴، توانستند مدل پیشنهادی خود را با فرض هر دو محدودیت منابع تجدید پذیر و تجدید ناپذیر توسعه داده و یک روش ابتکاری برای حل و زمان‌بندی مسائل بزرگ پیشنهاد دادند. این رویکرد ابتکاری متغیر بودن زمان فعالیت‌ها و همچنین محدودیت‌های پیش‌نیازی بین فعالیت‌ها را رعایت می‌کرد [۴].

استینبرگ و همکاران (۱۹۸۰)، با استفاده از سیستم برنامه‌ریزی نیازمندی‌های منابع، یک زمان‌بندی برای پروژه‌های بزرگ مانند ساخت سفینه فضایی در صنایع فضایی آمریکا طراحی نمودند. آن‌ها تکنیکی را بر پایه لیست منابع پروژه برای زمان‌بندی پروژه چندین پروژه با توجه به محدودیت منابع مصرفی به کار گرفتند که در این مدل کنترل سطوح موجودی در دوره‌های زمانی مختلف به چشم نمی‌خورد [۵].

اسمیت دنیل و اسمیت دنیل (۱۹۸۷)، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط را برای مسئله زمان‌بندی پروژه هم‌زمان با سفارش دهی منابع ارائه دادند که با حل این مدل، زمان‌بندی بهینه‌ای برای فعالیت‌های پروژه و همچنین سفارش دهی منابع به صورت هم‌زمان به دست آید. آن‌ها با استفاده از الگوریتم واگنر-ویتین موفق شدند تا برنامه سفارش بهینه را برای یک زمان‌بندی پروژه مشخص محاسبه

کنند. همچنین آن‌ها نشان دادند که دیرترین زمان شروع، یک زمان‌بندی بهینه را فراهم می‌آورد. این موضوع نشان داد که اگر این مسئله به مشتقات زمان‌بندی پروژه و برنامه سفارش دهی منابع تجزیه شود می‌تواند جواب بهینه را به دست آورد [۶].

ارپسی و سپیل (۱۹۹۹)، یک رویکرد ابتکاری را برای موازنه بین سفارش دهی منابع مورد نیاز و تأخیر در پروژه ارائه دادند که در آن فاکتورهایی همچون زمان متغیر برای فعالیت‌ها، پاداش و جریمه برای زمان اتمام پروژه و مقدار تخفیف منابع را در نظر نگرفتند. روش ابتکاری ایشان منجر به کاهش چشم‌گیر هزینه‌های پروژه و افزایش انعطاف‌پذیری در زمان‌بندی پروژه شد [۷].

از موثرترین تحقیقات در این حوزه می‌توان از مدل ریاضی دودین و الیمام (۲۰۰۱) نام برد که رویکرد ارپسی و سپیل را گسترش داده و یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط که شامل فرضیات زمان متغیر برای فعالیت‌ها، ارزش متغیر برای پروژه، تشویق برای به پایان رساندن پروژه قبل از موعد و همچنین مقدار تخفیف برای خریداری منابع بود را معرفی کردند. باید به این نکته توجه داشت که تا قبل از ایشان هیچ محققى به بررسی اثرات عوامل فوق بر روی مسئله زمان‌بندی پروژه هم‌زمان با سفارش دهی منابع نپرداخته بود [۸].

زورقی و همکاران (۲۰۱۲)، مدل زمان‌بندی پروژه هم‌زمان با سفارش دهی مواد که توسط دودین و الیمام (۲۰۰۱) معرفی شده بود را با در نظر گرفتن فرضیات محدودیت منابع تجدید پذیر و محدودیت اتمام به موقع پروژه مدلی توسعه‌یافته را معرفی کردند. به همین منظور دو الگوریتم فرا ابتکاری ترکیبی ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید شده را جهت حل مدل ارائه شده استفاده کردند. نتایج به دست آمده نشان می‌داد که در اکثر موارد، الگوریتم ترکیبی ژنتیک با عملکرد بالاتری نسبت به الگوریتم ترکیبی شبیه‌سازی تبرید به یافتن جواب مناسب می‌پردازد [۹].

صباغ و صالحی یک مدل ریاضی ارائه نمودند که در آن مسئولان برنامه ریزی پروژه می‌توانستند منابع تجدید ناپذیر مورد نیاز خود را در داخل تولید کنند و یا از بیرون تهیه کنند و با توجه به این مورد، یک زمان‌بندی بهینه برای فعالیت‌های پروژه و یک برنامه ریزی برای منابع تجدید ناپذیر به دست آوردند [۱۰].

زوراقی و همکاران (۲۰۱۷) یک مدل چندهدفه برای مسائل زمان‌بندی پروژه و سفارش دهی منابع تجدید ناپذیر ارائه کردند. توابع هدف آن‌ها شامل کمیینه‌سازی زمان اتمام پروژه، بیشینه‌سازی روبات و کمیینه‌سازی هزینه‌های نگهداری و سفارش دهی منابع تجدید ناپذیر است. آن‌ها از الگوریتم‌های فرا ابتکاری ژنتیک چندهدفه و بهینه‌سازی ازدحام ذرات جهت حل مسئله استفاده کردند [۱۱].

در این مقاله هدف اصلی توسعه و نزدیک شدن موضوع زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع به دنیای واقعی می‌باشد. با بررسی تحقیقات انجام شده، می‌توان دریافت که در این حوزه مدل‌های ریاضی بر مبنای تأخیر فعالیت‌های پروژه، تأمین و تزریق بودجه و همچنین فازی شهودی گرفتن عدم قطعیت‌ها، لحاظ نشده است. لذا در این تحقیق در رابطه با مسائل زمان‌بندی پروژه با سفارش دهی، یک مدل ریاضی با هدف کمیینه‌سازی هزینه‌های تأخیر و انقطاع فعالیت‌های پروژه و نیز کمیینه‌سازی هزینه‌های سفارش دهی و نگهداری منابع مصرفی و با تأمین و تزریق بودجه در پروژه ارائه خواهد شد تا یک گام رو به جلو در توسعه و نزدیک‌تر کردن این زمینه تحقیقاتی به دنیای واقعی داشته باشد. همچنین به ارزش زمانی پول و نرخ بهره در این تحقیق در نظر گرفته خواهد شد.

۲- تشریح مسئله

در این پژوهش، فعالیت‌های پروژه در غالب یک شبکه گره‌ای و به صورت یک گراف نمایش داده می‌شوند. در این گراف گره‌ها نشان دهنده فعالیت‌ها و کمان‌ها نمایانگر روابط پیش‌نیازی هستند. همچنین باید توجه داشت که این شبکه‌ها دچار حلقه و دور نمی‌شوند. منابع پروژه از نوع تجدید پذیر و تجدید ناپذیر هستند. از مفروضات این تحقیق می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

- امکان توقف در انجام فعالیت‌ها مجاز می‌باشد.
- روابط پیش‌نیازی از نوع روابط پایان به شروع با فاصله زمانی صفر است.
- مدت زمان تحویل هر سفارش ثابت است.
- طول افق زمانی برنامه‌ریزی محدود و قطعی است.

• پروژه در چندین دوره زمانی در نظر گرفته شده است که زمان دوره ممکن است یک روز، یک هفته، یک ماه و غیره باشد.

۱-۲- اندیس ها، پارامترها و متغیرهای مدل ریاضی

قبل از شرح مدل، اندیسها، پارامترها و متغیرهای تصمیم به کار رفته برای مدل سازی را در ادامه زیر ارائه شده است.

مجموعه ها:

J	مجموعه فعالیتها
T	مجموعه دورهها و افق زمانی پروژه
i, j	مجموعه فعالیتها ($i, j = 1 \dots J$)
L	مجموع دورههای تزریق بودجه
IT_1	مجموعه نشان دهنده دورههای زمان بندی شدهی تزریق بودجه
K	مجموعه منابع تجدید پذیر ($k = 1 \dots K$)
F	مجموعه منابع تجدید ناپذیر
M	مجموعه مدهای اجرایی ($m = 1 \dots M$)

توجه شود که IT_1 نشان می دهد که مثلا در صورتی که $l=1$ باشد، یعنی اینکه اولین مرحلهی تزریق بودجه را در پیش داریم و نتیجتاً IT_1 برابر با $t=1$ خواهد بود. و در صورتی که $l=2$ باشد، یعنی در مرحلهی دوم تزریق بودجه هستیم، در نتیجه IT_1 برابر با زمان مورد نظر برای دومین تزریق بودجه است. به عنوان مثال این عدد می توان برابر با ۱۰ یا هر عدد دیگری باشد.

پارامترها:

$pr_{j,m}$	زمان انجام فعالیت j در مد m
$r_{j,k,m}$	مقدار منبع تجدید پذیر مورد نیاز k برای فعالیت j برای مد m
$U_{k,t}$	حد بالای منبع تجدید پذیر k در دوره زمانی t
rad_j	زمان آماده سازی فعالیت j
due_j	زمان تحویل فعالیت j
$(i, j) \in P_{i,j}$	تنگنا (گنجان) دهنده پیش نیازی فعالیت ها
cs_j	هزینه دیرکرد فعالیت j
pa_j	جریمه هر واحد زمانی انقطاع فعالیت j
$cc_{m,j,k}$	هزینه هر واحد منبع نوع k مورد نیاز برای فعالیت j برای مد m
B_{IT_1}	مقدار تزریق بودجه در دوره زمانی tb ام
$daily_t$	هزینه ثابت پروژه در واحد زمانی t
M	عدد خیلی بزرگ
μ_{jfm}	تعداد واحدهای مورد نیاز از منبع تجدید ناپذیر f برای انجام فعالیت i ام در مد m .
r_e	فاکتور افزایش هزینه های پروژه (نرخ مربوط ارزش زمانی پول).
A_f	هزینه سفارش دهی برای سفارش منبع تجدید ناپذیر f ام.
H_f	هزینه نگهداری موجودی برای منبع تجدید ناپذیر f ام.

متغیرهای مسئله:

$y_{j,m}$ اگر فعالیت j در زمان t با مد m انجام شود ۱ و در غیر این صورت صفر

- $x_{j,t,m}$ اگر فعالیت j در زمان t با مد m در حال انجام باشد ۱ و در غیر این صورت صفر
- Q_{ft} بیانگر مقدار سفارش مواد مصرفی f در دوره زمانی t در حالت تولید است.
- I_{ft} بیانگر سطح موجودی مواد مصرفی f در دوره زمانی t ام می‌باشد.
- s_j زمان شروع فعالیت j
- c_j زمان پایان فعالیت j
- $tardij$ تعداد واحدهای زمانی تأخیر
- w_j مجموع زمان انقطاع فعالیت j
- λ_{ft} متغیر صفر و یک؛ اگر مواد مصرفی f در دوره زمانی t سفارش داده شود برابر یک و در غیر این صورت صفر.
- RB_{IT_1} مقدار بودجه باقیمانده

۳- مدل ریاضی

$$\text{Min } Z_1 = \sum_{j=1}^J (cs_j * tardij) + (pa_j * w_j) + \sum_{f=1}^F \sum_{t=1}^T (H_f * I_{ft} + A_f * \lambda_{ft,t}) * (1 + r_e)^{T-t+1} \quad (1)$$

$$\sum_{m=1}^M y_{j,m} = 1 \quad \forall j \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{j,t,m} = p\Gamma_{j,m} * y_{j,m} \quad \forall j, \forall m \quad (3)$$

$$c_j \leq s_j - 1 \quad \forall j, i \quad (4)$$

$$s_j \leq x_{j,t,m} * t + M * (1 - x_{j,t,m}) \quad \forall t, \forall j, \forall m \quad (5)$$

$$c_j \geq x_{j,t,m} * t \quad \forall t, \forall j, \forall m \quad (6)$$

$$s_j \geq rad_j \quad \forall j \quad (7)$$

$$tardij \geq c_j - due_j \quad \forall j \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M \Gamma_{j,k,m} * x_{j,t,m} \leq U_{k,t} \quad \forall k, \forall t \quad (9)$$

$$Q_{ft} \leq \lambda_{ft} * M \quad \forall f, \forall t \quad (10)$$

$$I_{ft} = I_{f,(t-1)} + Q_{ft} - \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M \mu_{j,f,m} * x_{j,t,m} \quad \forall f, t \quad (11)$$

$$+1 = W_j c_j - s_j - \sum_{m=1}^M p\Gamma_{j,m} * y_{j,m} \quad \forall j \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M \sum_{t=IT_1}^{IT_1+1} \sum_{k=1}^K CC_{m,j,k} * \Gamma_{j,k,m} * X_{j,t,m} + \sum_{f=1}^F \sum_{t=IT_1}^{IT_1+1} (H_f * I_{f,t} + A_f * \lambda_{f,t}) + \sum_{t=IT_1}^{IT_1+1} \text{daily}_t \leq B_{IT_1} \quad \forall IT_1 \quad (13)$$

$$RB_{IT_1} = \quad \forall IT_1 \quad (14)$$

$$RB_{IT_1} - \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M \sum_{t=IT_1}^{IT_1+1} \sum_{k=1}^K CC_{m,j,k} * \Gamma_{j,k,m} * X_{j,t,m} - \sum_{f=1}^F \sum_{t=IT_1}^{IT_1+1} (H_f * I_{f,t} + A_f * \lambda_{f,t}) - \sum_{t=IT_1}^{IT_1+1} \text{daily}_t \quad \forall m, \forall j, \forall t \quad (15)$$

$$\lambda_{f,t}, Y_{j,m}, X_{j,t,m} \in \{0, 1\} \quad \forall m, \forall j, \forall t \quad (15)$$

$$Q_{f,t}, I_{f,t}, S_j, C_j, \text{tard}_{ij}, W_j, RB_{IT_1} \geq 0 \quad \forall f, \forall j \quad (16)$$

۳-۱- تشریح روابط مدل ریاضی

رابطه ۱ تابع هدف مسئله بوده و مجموع جریمه‌های انقطاع و دیرکرد فعالیت‌ها؛ و مجموع هزینه‌های سفارش دهی و نگهداری منابع تجدیدنپذیر با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول را کمینه می‌کند.

محدودیت ۲ تضمین‌کننده‌ی آن است که هر فعالیت فقط و فقط با یک مد مشخص انجام می‌پذیرد.

طبق محدودیت ۳ مجموع زمان قطعات هر فعالیت باید دقیقاً برابر با زمان اجرا آن فعالیت در مد انتخاب‌شده‌اش هست.

محدودیت ۴ تضمین می‌کند که زمان شروع یک فعالیت باید بعد از زمان اتمام فعالیت‌های پیش‌نیازی‌اش باشد.

محدودیت ۵ و ۶ تضمین‌کننده‌ی آن است که اجازه‌ی اجرای زیر فعالیتی داده شود، برای آن زمان شروع و پایانی در نظر گرفته می‌شود. به عبارتی تا وقتی که متغیر x مربوط به یک فعالیت عدد نگرفته است، زمان شروع و اتمام آن نیز برابر با صفر خواهد بود. (در واقع زمان شروع فعالیت زکوچکتر از تمام زمان‌های شروع قطعه‌ها یا انقطاع‌های فعالیت زاست).

محدودیت ۷ تضمین‌کننده‌ی آن است که زمان شروع هر فعالیت پس از زمان آماده‌سازی آن فعالیت می‌باشد.

محدودیت ۸ نشان‌دهنده‌ی میزان تأخیر هر فعالیت که برابر با اختلاف‌زمان موعده اتمام مورد انتظار مدیریت از زمان پایان واقعی‌اش است.

محدودیت ۹ نشان می‌دهد که میزان منابع تجدید پذیر تخصیص داده شده به فعالیت‌ها می‌بایست در هر زمان از سطح دسترسی تعیین شده برای منابع مذکور بیشتر نباشد.

محدودیت ۱۰ ارتباط بین λ و Q را نشان می‌دهد که اگر سفارشی داده شود λ مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

محدودیت ۱۱ این رابطه موازنه سطح موجودی مواد مصرفی را نشان می‌دهد.

محدودیت ۱۲ نشان‌دهنده‌ی مجموع زمان‌های انقطاع هر فعالیت که برابر اختلاف‌زمان پایان از زمان شروع و مدت‌زمان اجرای هر فعالیت می‌باشد، است.

محدودیت ۱۳ تضمین‌کننده‌ی آن است که هزینه‌های ثابت و متغیری که برای فعالیت‌ها موردنیاز است باید از مقدار هزینه تزریق شده و بودجه‌ی باقی‌مانده در هر دوره کمتر باشد.

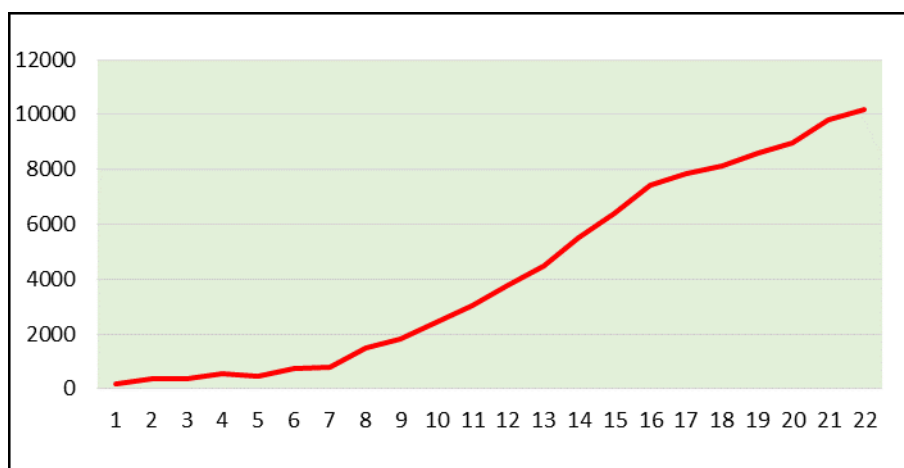
محدودیت ۱۴ نشان‌دهنده‌ی مقدار بودجه باقیمانده در دوره‌ی بعدی است که برابر با اختلاف مقدار تزریق بودجه در دوره‌ی قبلی از هزینه‌های ثابت و متغیری که برای هر واحد فعالیت در دوره‌ی قبلی می‌شود.

محدودیت ۱۵ و محدودیت ۱۶ نمایانگر محدودیت‌های متغیرهای مسئله می‌باشند.

۴- نتایج محاسباتی

در این قسمت به منظور آگاهی از نحوه عملکرد مدل ارائه شده، تعدادی مسائل نمونه به صورت تصادفی و با استفاده از نرم افزار رنجن ۱ که توسط دتمولمیستر (۲۰۰۳) ارائه گردیده، تولید شدند.

با استفاده از این نرم‌افزار تعداد ۲۵ مسئله نمونه ساخته شد که بر اساس تعداد فعالیت‌ها و تعداد منابع تجدید پذیر و منابع تجدید ناپذیر است به طوری که برای تعداد فعالیت‌ها ۵ حالت، تعداد منابع تجدید پذیر و تعداد منابع تجدید ناپذیر نیز ۳ حالت در نظر گرفته شده است. حالات در نظر گرفته شده برای تعداد فعالیت‌ها عبارت است از: زیر ۱۰ فعالیت، ۱۰ فعالیت، ۲۰ فعالیت، ۳۰ فعالیت و ۴۰ فعالیت؛ و تعداد حالات در نظر گرفته شده برای منابع تجدید پذیر و تجدید ناپذیر عبارت است از ۱ منبع و ۲ منبع می‌باشند. بدین ترتیب برای هر ترکیب تعداد فعالیت‌ها و تعداد منابع تجدید پذیر و تجدید ناپذیر، ۳ مسئله نمونه ساخته شده است. برای یافتن جواب بهینه از نسخه ۲۳،۶ نرم افزار گمز و با در نظر گرفتن حداکثر مدت زمان ۱۰۸۰۰ ثانیه استفاده شد. نتایج حل مساله‌ها نشان می‌دهد که با افزایش سایز مسئله، زمان لازم برای پیدا کردن جواب بهینه در نرم‌افزار گمز به صورت نمایی افزایش پیدا کرده به طوری که برای مسائل نمونه با اندازه ۴۰ فعالیت با دو و سه منبع تجدید ناپذیر به هیچ جواب شدنی دست پیدا نکرد. شکل زیر به خوبی تأثیر افزایش تعداد فعالیت‌ها بر زمان محاسباتی گمز نشان داده شده است.



شکل ۱: مدت زمان انجام محاسباتی

در این مسائل با بزرگ کردن هزینه نگه داری، مشاهده می‌شد که تعداد سفارشات زیاد و مقدار سفارشات کمتر می‌گردید و بالعکس. نتایج نشان می‌دهد که در نظر گرفتن ترکیب هزینه‌های نگه داری، خرید و سفارش دهی منابع تجدید ناپذیر در زمانبندی فعالیت‌ها؛ به طور قابل توجهی در هزینه‌های کل پروژه تأثیرگذار است که اگر بدون توجه به سفارش دهی، زمانبندی شود و بر حسب آن سفارش داده می‌شد هزینه کل بیشتری می‌بایست پرداخته شود.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله فعالیت‌های مدل ریاضی ارائه شده در صورت کمبود منابع می‌توانند متوقف شوند. به این دلیل که انقطاع فعالیت در صورت عدم منابع در این مسئله مجاز است و بالا رفتن تعداد انقطاع‌های فعالیت‌ها به هر تعداد می‌تواند انجام پروژه را کمتر و از طرفی مدت زمان اجرای پروژه را نیز بیشتر کند با در نظر گرفتن جریمه دیرکرد و جریمه هر بار انقطاع سعی در کمتر کردن تعداد انقطاع می‌کنیم. هر پروژه‌ای با محدودیت منابع تجدید پذیر و تجدید ناپذیر روبه‌رو است. همچنین تزریق بودجه از سوی حامیان پروژه معمولاً به صورت دوره‌های زمان‌بندی شده انجام می‌پذیرد که درواقع یکی از مهم‌ترین منابع محدود جهت انجام پروژه‌ها است که زمان‌بندی و استفاده بهینه از آن به اجرا به موقع فعالیت‌های پروژه کمک شایانی می‌کند.

در این مقاله یک مدل ریاضی برای حل مسئله پیشنهادی ارائه شد و اجزای مدل و نقش هر یک از محدودیت‌ها و روابط در رسیدن به اهداف مورد نظر بررسی گردید و جهت حل مدل از نرم افزار جهانی گمز استفاده گردید. نتایج محاسباتی نشان حکایت از آن دارد که با افزایش ابعاد مسائل، زمان محاسباتی به صورت نمایی افزایش پیدا میکند. همچنین مشخص گردید که با تغییر مقادیر پارامترهای ورودی نظیر کم بودن هزینه نگه داری، مدل سعی در کم کردن سفارش و انباشته کردن آن دارد و بالعکس. به عنوان مطالعات آتی،

می توان تسطیح منابع تجدید پذیر را علاوه بر محدودیت های مسئله در نظر گرفت. به طوری که هنگام بهینه یابی، تسطیح منابع تجدید پذیر نیز هم زمان انجام پذیرد و نیز از الگوریتم های فراابتکاری برای حل مسئله استفاده نمود.

مراجع

- [۱]. Brucker, P., Drexler, A., Möhring, R., Neumann, K. and Pesch, E., Resource-constrained project scheduling: Notation, classification, models, and methods. *European journal of operational research*, ۱۱۲(۱), pp.۳-۴۱, ۱۹۹۹.
- [۲]. Zoraghi, N., Shahsavar, A., Abbasi, B. and Van Peteghem, V. Multi-mode resource-constrained project scheduling problem with material ordering under bonus-penalty policies. *Top*, ۲۴(۱), pp.۴۹-۷۹, ۲۰۱۷.
- [۳]. Aquilano, N. & Smith, D. A formal set of algorithms for project scheduling with critical path scheduling/material requirements planning. *Journal of Operations Management*, ۱ (۲), pp. ۵۷-۶۷. ۱۹۸۰.
- [۴]. Smith-Daniels, D. & Aquilano, N., Constrained resource project scheduling subject to material constraints". *Journal of Operations Management*, ۴(۴), pp. ۳۶۹-۳۸۸. ۱۹۸۴.
- [۵]. Steinberg, E., Lee, W. & Khumawala, B. A requirements planning system for the space shuttle operations schedule. *Journal of Operations Management*, ۱(۲), pp. ۶۹-۷۶. ۱۹۸۷.
- [۶]. Smith-Daniels, D. & Smith-Daniels, V. Optimal project scheduling with materials ordering. *IIE transactions*, ۱۹ (۴), pp. ۱۲۲-۱۲۹. ۱۹۸۷a.
- [۷]. Erabsi, A. & Sepil, C. A modified heuristic procedure for material management in project networks. *International Journal of Industrial Engineering- Theory*, ۶(۲), pp. ۱۳۲-۱۴۰. ۱۹۹۹.
- [۸]. Dodin, B. & Elimam, A. Integrated project scheduling and material planning with variable activity duration and rewards. *IIE Transactions*, ۳۳(۱۱), pp. ۱۰۰۵-۱۰۱۸. ۲۰۰۱.
- [۹]. Zoraghi, N., Najafi, A.A. & Niaki, S.T.A., An Integrated Model of Project Scheduling and Material Ordering: A Hybrid Simulated Annealing and Genetic Algorithm. *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, ۵(۱۰), pp. ۱۹-۲۷. ۲۰۱۲.
- [۱۰]. صباغ، وحید و صالحی، مجتبی، مدل‌سازی مدلسازی و حل مسئله زمانبندی پروژه با محدودیت منابع در دو حالت سفارش‌دهی برای خرید و تولید مواد مصرفی؛ نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، (۲) ۲۸، ۳۱۷-۳۲۹. ۱۳۹۶.
- [۱۱]. Zoraghi, N., Shahsavar, A., Abbasi, B., & Van Peteghem, V. Multi-mode resource-constrained project scheduling problem with material ordering under bonus-penalty policies. *Top*, ۲۴(۱), ۴۹-۷۹. ۲۰۱۷.