



کنترل پیش بین تعمیم یافته برای سیستم راکتور تانک همزن پیوسته

فریبا نوبخت<sup>۱</sup>، حسین الیاسی<sup>۲</sup>

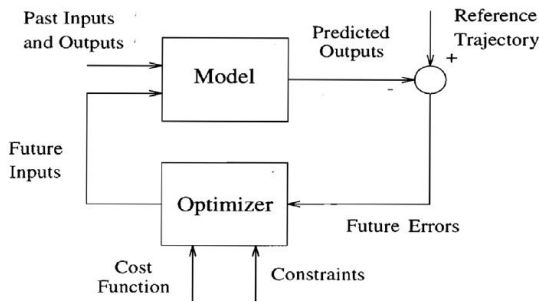
<sup>۱</sup>موسسه آموزش عالی اسرار-دانشگاه بیرجند ، F-Nobakht@asrar.ac.ir

<sup>۲</sup>دانشگاه بیرجند ، H\_eliasi@birjand.ac.ir

چکیده - در صنعت، فرآیندهای غیر خطی بسیاری وجود دارند که توسط روش های کلاسیک قابل کنترل نیستند. سیستم راکتور تانک همزن پیوسته<sup>۱</sup> (CSTR) یک سیستم پیچیده غیر خطی می باشد. با توجه به رفتار شدیداً غیر خطی، مسئله شناسایی و کنترل راکتور تانک همزن پیوسته همیشه یک کار چالش برانگیز مهندسی سیستم های کنترل بوده است. کنترل پیش بین مبتنی بر مدل یک روش کنترلی بسیار مفید و سودمند در مورد فرایندهای غیر خطی است که علاوه بر دارا بودن کارایی بسیار بالا، تعمیم آن به حالت چند متغیره همراه با تداخل، یا محدودیت بر روی متغیرهای کنترل کننده و کنترل شونده و دیگر خصوصیات مسئله دار دینامیکی نظیر دینامیک های کند و پاسخ معکوس نیز بسیار آسان است. این مقاله به طراحی یک کنترل پیش بین تعمیم یافته برای یک راکتور تانک همزن پیوسته می پردازد. غلظت و دمای موادی که در CSTR واکنش می دهند به حدی مهم است که لازم است همواره مقادیر این پارامترها در مقدار مطلوبی نگه داشته شوند. عملکرد CSTR بسیار غیر خطی است، به همین دلیل باید مکانیزمی طراحی شود که اثرات نامطلوب غیر خطی بودن را در خروجی سیستم حذف نماید. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که روش پیشنهادی کنترل پیش بین تعمیم یافته عملکرد خوبی در حضور نویز دارد.

کلید واژه- افق پیش بین، کنترل پیش بین تعمیم یافته، راکتور تانک همزن پیوسته،

<sup>۱</sup> Continuous stirred tank reactor



۱- مقدمه

استفاده از کنترل پیش بین در سال های اخیر هم در زمینه تحقیقات گروه های کنترلی و هم در صنعت گسترش روزافزونی پیدا کرده است. اصطلاح کنترل پیش بین به معنای کاربرد یک روش کنترلی واحد نیست، بلکه این روند متشکل از دامنه وسیعی از روش های کنترلی است که به منظور دست یابی به سیگنال کنترل و با به حداقل رساندن تابع هدف، به شکلی صریح از مدل فرایند استفاده می کند. کاربرد این روش های طراحی منجر به دستیابی به کنترل کننده های خطی می شود که از لحاظ عملی ساختاری مشابه داشته و میزان آزادی ارائه شده توسط آنها در حد مطلوب است. تمام روش های مختلف متعلق به خانواده کنترل پیش بین دارای سه اصل زیر می باشند:

۱- استفاده صریح<sup>۲</sup> از مدل سیستم برای پیش بینی

خروجی های آینده در افق پیش بینی.

۲- محاسبه مجموعه سیگنال های کنترلی آینده با کمینه

کردن یک تابع هزینه براساس اختلاف بین خروجی های آینده سیستم و مقادیر مطلوب (مرجع) تعیین شده.

۳- اعمال اولین سیگنال کنترلی بهینه از دنباله کنترلی

محاسبه شده در هر گام نمونه برداری و تکرار کل چرخه پیش بینی و بهینه سازی در یک گام جلوتر.

یک ساختار مفهومی از MPC در شکل زیر نشان داده شده

است [5].

ایده به کار رفته در MPC، استفاده از یک مدل صریح سیستم، جهت پیش بینی رفتار آینده خروجی ها می باشد. این قابلیت پیش بینی به MPC اجازه می دهد تا مسائل کنترل بهینه را به صورت وصل-خطحل نماید.

به طور کلی مسئله کنترل پیش بین به صورت زیر تعریف می گردد:

در لحظه  $k$ ، ورودی آینده سیستم

$u(k), \dots, u(k + N_u - 1)$  را طوری بیابید تا  $N_p$  خروجی آینده سیستم  $y(k + 1), \dots, y(k + N_p)$  به اندازه کافی به  $N_p$  مقدار مطلوب آینده  $y^d(k), \dots, y^d(k + N_p)$  نزدیک باشد.

با طرح مسئله فوق می توان استراتژی کنترل کننده پیش بین را در سه گام اصلی به شرح زیر بیان کرد:

۱. به کمک یک مدل پیش بین،  $N_p$  خروجی آینده

سیستم در لحظه  $k$  پیش بینی می گردد. این خروجی-

های پیش بینی شده تابعی از ورودی ها و خروجی های

گذشته و  $N_u$  ورودی آینده هستند که باید در گام

بعدی محاسبه شده و به سیستم اعمال شوند.

۲.  $N_u$  ورودی آینده  $u(k), \dots, u(k + N_u - 1)$

با کمینه کردن یک تابع هدف مشخص که سعی در

کاهش خطای خروجی پروسه نسبت به مسیر مرجع

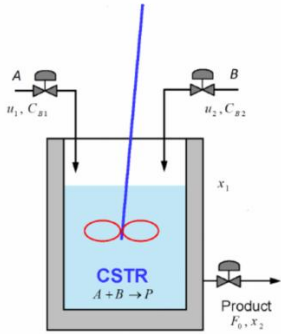
دارد، بدست می آید.

<sup>۲</sup>explicit



۲- تبیین مسئله و مدل ریاضی

در شکل زیر یک راکتور تانک همزن پیوسته نشان داده شده است.



جریان سیال به طور مداوم وارد راکتور شده و جریان سیال دیگری به طور مدارم از راکتور خارج می شود. از آنجا که راکتور کاملا مختلط است، جریان خروجی همان غلظت و درجه حرارت را که در راکتور جاری است، دارا می باشد. یک کویل خنک کننده (ژاکت) برای حذف گرمای آزاد شده در واکنش گرمازا مورد استفاده قرار می گیرد. این کویل خنک کننده نیز دارای ورودی و جریان خروجی می باشد. انرژی ای که از طریق دیواره راکتور به کویل اعمال می گردد، حرارت تولید شده توسط واکنش را حذف می کند. [2]

ثابت سرعت واکنش  $k_0$  و حرارت واکنش  $\Delta H$  پارامترهای نامعین در نظر گرفته می شوند. فرض می شوند که در رنج متنوعی به طور دلخواه با زمان تغییر می کنند. مدل خطی سازی شده بر اساس تعادل جزء و تعادل انرژی به صورت زیر داده شده است.

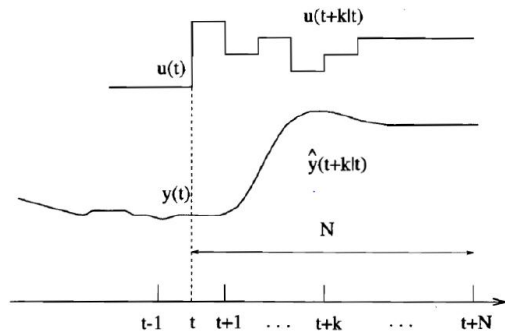
$$\begin{bmatrix} \dot{C}_A \\ \dot{T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{F}{V} - k_0 e^{-\frac{E}{RT_s}} & -\frac{E}{RT_s^2} k_0 e^{-\frac{E}{RT_s}} C_{AS} \\ -\frac{\Delta H k_0 e^{-\frac{E}{RT_s}}}{\rho C_p} & -\frac{F}{V} - \frac{UA}{V\rho C_p} - \frac{\Delta H}{\rho C_p RT_s^2} k_0 e^{-\frac{E}{RT_s}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_A \\ T_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{UA}{V\rho C_p} \end{bmatrix} u(t)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x(k)$$

۳. فقط سیگنال کنترل  $u(k|k)$  به سیستم اصلی اعمال می گردد، در حالی که  $N_u - 1$  سیگنال کنترلی محاسبه شده دیگر، پذیرفته نخواهند شد؛ زیرا در بازه نمونه برداری بعدی، مقدار  $y(k+1)$  مشخص است. سپس، گام ۱ با این مقدار جدید تکرار می شود تا پاسخ دقیق تری ارائه گردد و در نتیجه  $u(k+1|k+1)$  محاسبه می شود که البته مقدار آن به دلیل اطلاعات جدید، متفاوت از  $u(k+1|k)$  می باشد.

استراتژی کنترل پیش بین در شکل زیر نشان داده شده

است. [6]



در کنترل پیش بین در هر بازه نمونه برداری، یک مسئله کنترل بهینه حلقه باز افق محدود حل می گردد و در گام زمانی بعدی محاسبات از حالت جدید و نسبت به یک افق شیفت یافته تکرار می شود، بنابراین کنترل پیش بین منجر به یک استراتژی افق پیش رونده  $RHC^4$  خواهد شد.

<sup>3</sup> Definite horizon

<sup>4</sup> Receding horizon control



که در آن  $\zeta(t)$  دنباله ای تصادفی با میانگین صفر و واریانس محدود  $\sigma^2$  می باشد و  $d$  زمان تاخیر یا مرده سیستم می باشد.  $\Delta = 1 - z^{-1}$  نیز نقش انتگرالگیر از اغتشاشات را بر عهده دارد.  $\zeta(t)$  نویز سفید با میانگین صفر می باشد و چند جمله ای های  $A$  و  $B$  و  $C$  به صورت زیر می باشند:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b} \\ C(z^{-1}) &= 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_q z^{-q} \end{aligned} \quad (3)$$

هدف کمینه کردن تابع هزینه زیر می باشد:

$$J(N_1, N_2, N_c) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_c} \lambda(j) [\Delta u(t+j|t)]^2$$

(۴)

در رابطه فوق  $\delta(j)$  ضریب وزنی خطا می باشد که اختلاف بین سیگنال خروجی در زمان  $t$  با سیگنال مرجع در زمان  $t$  را نشان می دهد و  $\lambda(j)$  ضریب وزنی سیگنال کنترلی است که برای اجتناب از تغییرات شدید سیگنال کنترلی در تابع هزینه لحاظ می شود.  $N_1$  افق پیش بینی پایین است که برابر زمان تاخیر سیستم در نظر گرفته می شود و  $N_2$  نیز افق پیش بینی بالا می باشد که به صورت اختیاری انتخاب می گردد.  $N_c$  افق کنترلی می باشد.

هدف از حل تابع هزینه بدست آوردن تغییرات سیگنال کنترلی  $\Delta u$  می باشد. بدین منظور چند جمله ای دیوفانتین را به صورت زیر در نظر میگیریم (فرض می کنیم:  $C=1$ )

$$1 = E_j(Z^{-1})\bar{A}(Z^{-1}) + Z^{-j}F_j(Z^{-1}) \quad \bar{A} = \Delta A(z^{-1}) \quad (5)$$

با جایگذاری مدل دیوفانتین در مدل CARIMA، تخمین خروجی را به صورت زیر بدست می آوریم:

که در آن  $C_A$  غلظت در راکتور،  $C_{A,F}$  غلظت خوراک  $A$ ،  $T$  دمای راکتور و  $F_c$  جریان خنک کننده می باشد. پارامترهای عملیاتی در جدول زیر نشان داده شده است.

پارامتر	مقدار	واحد
$F$	۱	$m^3 / \text{min}$
$V$	۱	$m^3$
$\rho$	$10^6$	$g / m^3$
$C_p$	۱	$cal / (gK)$
$\Delta H$	$10^7 - 10^8$	$cal / kmol$
$E / R$	$8330 / 1$	$K$
$k_0$	$10^9 - 10^{10}$	$\text{min}^{-1}$
$UA$	$5/34 * 10^6$	$cal / (K \text{ min})$

۳- طراحی کنترل پیش بین تعمیم یافته

ایده اساسی GPC محاسبه دنباله ای از سیگنال های کنترلی آینده است به نحوی است که یک تابع هزینه چند مرحله ای تعریف شده در طول یک افق پیش بینی را مینیمم کند. شاخص که باید مینیمم گردد، در واقع امید ریاضی یک تابع درجه دو است که فاصله بین خروجی پیش بینی شده سیستم و مسیر مرجع را اندازه گیری می کند بعلاوه یک تابع درجه دو که تلاش کنترلی را محاسبه می کند.

بسیاری از سیستم های تک ورودی تک خروجی وقتی که عملکردشان در اطراف یک نقطه تنظیم بخصوص در نظر گرفته می شود، پس از خطی سازی به صورت زیر توصیف می گردند. سیستم زیر را که در قالب یک مدل CARIMA بیان شده است رادر نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} A(z^{-1})y(t) &= B(z^{-1})z^{-d}u(t-1) + \frac{C(z^{-1})}{A} \zeta(t) \\ y(t) &= \left( a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a} \right) B z^{-d} u(t-1) \\ &+ \frac{C}{A} \zeta(t) \quad K = 1, \dots, N_p \end{aligned}$$

(۲)



$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix}$$

$$\hat{y}(t+j|t) = G_j(z^{-1})\Delta u(t+j+d-1) + F_j(z^{-1})y(t) \quad (6)$$

برای محاسبه چند جمله ای های  $E_j, F_j$  از تقسیم یک بر  $A(z^{-1})$  و روابط بازگشتی زیر استفاده می کنیم:

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & 0 \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \cdots & g_0 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} F_{d+1}(z^{-1}) \\ F_{d+2}(z^{-1}) \\ \vdots \\ F_{d+N}(z^{-1}) \end{bmatrix}$$

$$E(z^{-1}) = e_{j,0} + e_{j,1}z^{-1} + \cdots + e_{j,j-1}z^{-(j-1)}$$

$$F(z^{-1}) = f_{j,0} + f_{j,1}z^{-1} + \cdots + f_{j,n}z^{-n}$$

که در آن:

$$f_{j+1,i} = f_{j,i+1} - f_{j,0}\bar{a}_{i+1} \quad i = 0, \dots, n_a - 1$$

$$E_{j+1}(z^{-1}) = E_j(z^{-1}) + f_{j,0}z^{-j}$$

$$G_{j+1}(z^{-1}) = G_j(z^{-1}) + f_{j,0}z^{-j}B(z^{-1}) \quad (7)$$

با توجه به زمان مرده سیستم :

$$N_1 = d + 1,$$

$$N_2 = d + N,$$

$$N_c = N$$

پیش بینی خروجی در لحظات مختلف به صورت زیر بدست

می آید:

$$\hat{y}(t+d+1|t) = G_{d+1}\Delta u(t) + F_{d+1}y(t)$$

$$\hat{y}(t+d+2|t) = G_{d+2}\Delta u(t+1) + F_{d+2}y(t)$$

⋮

$$\hat{y}(t+d+N|t) = G_{d+N}\Delta u(t+N-1) + F_{d+N}y(t) \quad (8)$$

و در نتیجه خروجی در حالت کلی از رابطه زیر بدست می

آید.

$$\hat{Y} = GU + \underbrace{Fy(t) + G'(z^{-1})\Delta u(t-1)}_{\text{free response}} \quad (9)$$

که در آن خروجی پیش بینی به دو قسمت پاسخ آزاد

(گذشته) و پاسخ اجباری (آینده) تفکیک شده است.

در روابط فوق  $N$  افق پیش بینی می باشد و  $g_i$  ها پاسخ ضرایب پله سیستم می باشند.

### ۳-۱ بدست آوردن قانون کنترلی

پاسخ آزاد را به شکل ماتریسی زیر در نظر می گیریم:

$$y = Gu + f \quad f: \text{free Responce}$$

$$f_{j+1} = z(1 - \bar{A}(z^{-1}))f_j + B(z^{-1})\Delta u(t-d+j)$$

$$f_0 = y(t), \quad \Delta u(t+j) = 0 \quad j \geq 0$$

(۱۰)

پس از افق کنترلی، تغییرات قانون کنترلی صفر می باشد

$$\text{for } d+j > 0 \quad \Delta u = 0$$

بنابراین تابع هزینه به صورت زیر بدست می آید.

$$J = (GU + f - w)^T (GG + f - w) + \lambda U^T U$$

$$J = \frac{1}{2} (U^T H U) + b^T U + f_0$$

(۱۱)

که در آن:



$$\begin{aligned} H &= 2(G^T G + \lambda I) \\ b^T &= 2(f - w)^T G \\ f_0 &= (f - w)^T (f - w) \end{aligned} \quad (15)$$

$\alpha$  و  $\beta$  پارامترهای نامعینی می باشند و به صورت زیر تعریف می گردند.

$$1 \leq \alpha(k) = \frac{k_0}{10^9} \leq 10 \quad 1 \leq \beta(k) = \frac{-\Delta H}{10^7} \leq 5$$

با مشتق گرفتن از تابع هزینه نسبت به  $U$  داریم:

$$\frac{\partial J}{\partial U} = 0 \rightarrow U = -H^{-1}b = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - f) \quad (13)$$

با در نظر گرفتن  $\alpha=2, \beta=1$  مدل خطی و گسسته زیر بدست می آید

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 0.65 & -0.002 \\ 2 & 0.07 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.9 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= [0 \quad 1] x(k) \end{aligned} \quad (16)$$

تابع انتقال گسسته مدل فوق به صورت زیر می باشد:

$$G(z) = \frac{-0.9z + 0.585}{z^2 - 0.72z + 0.0495}$$

(17)

برطبق تابع انتقال مدل CSTR چند جمله ای های  $A, B$  را به صورت زیر بدست می آوریم:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 - 0.72z^{-1} + 0.0495z^{-2} \\ B(z^{-1}) &= -0.9 + 0.585z^{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

حاصل مسئله مینیمم سازی فوق یک دنباله کنترلی بر حسب  $u(t), u(t-1), u(t-2), \dots$  می باشد. بر طبق استراتژی  $RH$  تنها  $u(t)$  را نگه داشته و آن را به سیستم اعمال می کنیم و  $y(t+1)$  را بدست می آوریم سپس یک گام جلوتر رفته و  $u(t+1)$  را از بهینه سازی تابع فوق بدست آورده و از روی آن  $y(t+2)$  را بدست می آوریم. به همین طریق تا افق پیش بین  $k=1:N$  پیش می رویم

$$RH \Rightarrow \Delta u(t) = K(w - f) \quad K = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T \quad (14)$$

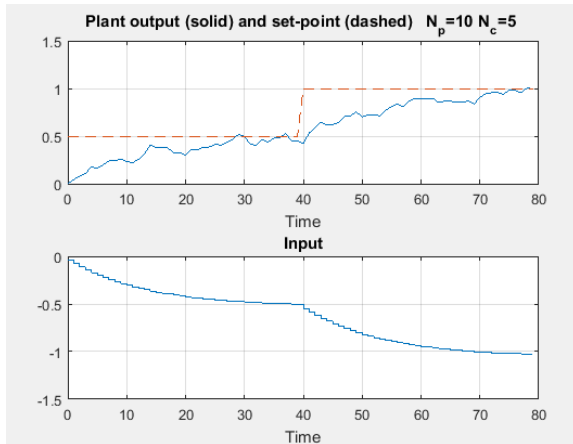
#### ۴- مثال شبیه سازی

##### ۴-۱ نتایج شبیه سازی:

سیگنال کنترل و خروجی پیش بینی شده به ازای مقادیر  $\lambda = 0.8, N_c = 5, N_2 = N_p = 10$  در شکل زیر نشان داده شده اند.

در این بخش کنترل پیش بین تعمیم یافته پیشنهادی را به یک مخزن راکتور همزن پیوسته دو جداره CSTR اعمال می کنیم. مدل خطی و گسسته سیستم CSTR با استفاده از تقریب اویلر مرتبه اول با زمان نمونه برداری 0.15 دقیقه به صورت زیر بدست می آید.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 0.85 - 0.1\alpha & -0.001\alpha(k) \\ \alpha(k)\beta(k) & 0.05 + 0.01\alpha(k)\beta(k) \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.9 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= [0 \quad 1] x(k) \end{aligned}$$



شکل ۳

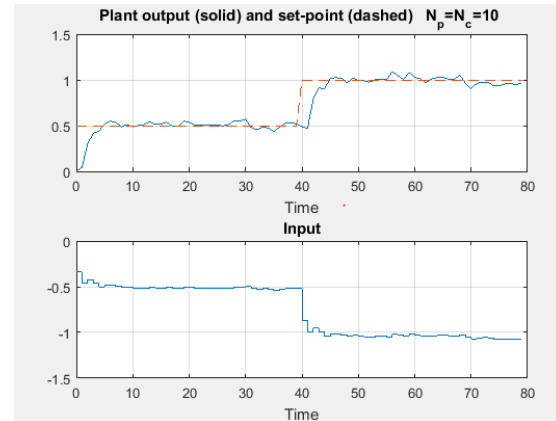
همانطور که انتظار داریم با افزایش ضریب وزنی خطا ردیابی به خوبی انجام نمی گیرد..

#### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله یک کنترل پیش بین تعمیم یافته به یک سیستم بسیار پیچیده و غیرخطی اعمال شد. نتایج شبیه سازی حاکی از عملکرد عالی این کنترل کننده می باشد، به طوریکه اگر چه خروجی سیستم نسبت به سیستم های دیگر کندتر عمل میکند اما ردیابی به خوبی صورت گرفته و همچنین تاثیرات اغتشاشات نیز به نحو مطلوبی حذف شده اند.

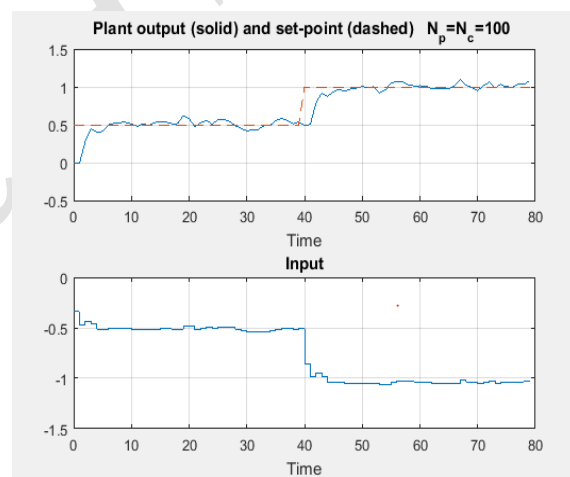
#### ۶- مراجع:

- [1] C. E. Garcia, D. M. Prett, M. Morari, "Model predictive control: Theory and practice - a survey, " *Automatica*, vol 25, pp. 335-348, 1989.
- [2] K.pathak, A.Markana, N.Parikh, Optimal control of CSTR, Nirma university journal of Engineering and Technology
- [3] P. J. Campo, M. Morari, "Robust model predictive control, " *In Proceedings of the American Control Conference*, Minneapolis, MN, pp. 1021-1026, 1987.
- [4] Z. Wan and M. V. Kothare, "Robust output feedback model predictive control using off-line linear matrix inequalities, " *Journal of Process Control*, vol. 12, no. 7, pp. 763-774, 2002.



شکل ۱

در صورتیکه افق پیش بین را به  $N_p = 100$  افزایش دهیم بدست می آوریم:



شکل ۲

مشاهده می کنیم که سیگنال کنترلی به گونه ای اعمال می شود که خروجی سیستم، سیگنال مرجع را دنبال کند.  
در صورتیکه ضریب وزنی خطا را افزایش دهیم  $\lambda = 80$  داریم:



کنگره ملی توسعه پژوهش های نوین در مهندسی برق و کامپیوتر  
موسسه آموزش عالی وحدت، تربت جام، ایران



۸ و ۹ اسفند ۹۷

2nd National Congress of Innovative Research Developments in  
Electrical and Computer Engineering

[4] M. V. Kothare, V. Balakrishnan, and M. Morari, "Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities, " *Automatica*, vol. 32, no. 10, pp.1361-1379, 1996.

[6] E.F.Camacho, C. Bordons, "Model Predictive Control in the Process Industry," Springer-Verlag, London, 1995.

[7] E.F. Camacho, C. Bordons, "Model Predictive Control, "In *Advanced Textbooks in Control and Signal Processing*, Springer-Verlag, London, 2004.

Archive of SID