اولین کنفرانس بین المللی مطالعات بین رشته ای در مدیریت و مهندسی
۲۳ اسفند ۱۳۹۷ - دانشگاه تهران
1st International Conference Interdisciplinary Studies in Management and Engineering
14 March 2019 - University Of Tehran
کد اختصاصی 97181-23104
با مجوز شماره ۱۶/۷۶۰۷۷
وزارت علوم تحقیقات و فناوری

تحلیل سازه‌ها با عضوهای دو نیرویی به روش المان محدود با استفاده از نرم افزار Matlab

سید مرتضی غفوری یزدی
دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک
Std_mortezaghafoori@khu.ac.ir

احسان عنبرزاده
دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک
Std_ehsananbarzadeh@khu.ac.ir

چکیده

در این مقاله پاسخ استاتیکی خطی خرپای دو بعدی با استفاده از روش اجزای محدود مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور کدی با استفاده از نرم افزار Matlab تدوین گردیده که قادر خواهد بود هر خرپایی با هندسه، بارگذاری و یا شرایط تکیه گاهی دلخواه را در فضای دو بعدی تحلیل نموده و مقادیر نیروها، عکس العمل‌های تکیه گاهی و جابجایی نقاط را ارائه نماید. از مزایای این برنامه می‌توان به سرعت بالا در تحلیل مسائل و کاربری بسیار آسان آن اشاره نمود. در ابتدا اهمیت روش اجزای محدود و کاربردهای آن در حل تقریبی مسائل فیزیکی و مهندسی را مورد توجه قرار داده، سپس به کد نویسی مسئله به صورت گام به گام پرداخته و چالش‌ها و مراحل هر گام توضیح داده شده است. سرانجام، مسئله در نظر گرفته شده توسط کد، حل گردیده و ماتریس سفتی، بردار نیروها و بردار جابجایی‌ها به دست آمده و نتایج مورد تحلیل و بررسی قرار داده شده اند.

کلمات کلیدی:
خرپا، روش اجزای محدود، FEM ماتریس سختی، Matlab

Archive of SID
www.SID.ir

مقدمه

در حل معادلات دیفرانسیل جزئی مسئله مهم این است که به معادله ساده‌ای که از نظر عددی پایداراست (به این معنا که خطا در داده‌های اولیه و در حین حل به حدی نباشد که به نتایج نامفهوم منتهی شود) برسیم (راستگو، ۱۳۹۰). روش‌هایی با مزایا و معایب مختلف برای این امر وجود دارد، که روش اجزاء محدود[1] یکی از بهترین آنها است. این روش در حل معادلات دیفرانسیل جزئی روی دامنه‌های پیچیده (مانند وسایل نقلیه و لوله‌های انتقال نفت)، یا هنگامی که دامنه متغیر است، یا وقتی که دقت بالا در همه جای دامنه الزامی نیست یا اگر نتایج همبستگی و یکنواختی کافی را ندارند، بسیار مفید می‌باشد. به عنوان مثال در شبیه سازی یک تصادف در قسمت جلوی خودرو، نیازی به دقت بالای نتایج در عقب خودرو نیست (طاحونی ۱۳۹۲). همچنین در شبیه سازی و پیش‌بینی هوا روی کره زمین، هوای روی خشکی اهمیت بیشتری نسبت به هوای روی دریا دارد. تقسیم ناحیه به نواحی کوچکتر دارای مزایای زیادی است از جمله: نمایش دقیق هندسه پیچیده، گنجایش ویژگی‌های متفاوت جسم و درک ویژگی‌های موضعی جسم. پیدایش روش اجزاء محدود به حل مسائل پیچیده‌ی الاستیسیته و تحلیل سازه‌ها در مهندسی عمران و هوا فضا برمی‌گردد. اگرچه عنوان روش اجزای محدود اولین بار توسط کلوق [2]در سال ۱۹۶۰ و در مقاله‌ای در مورد مسائل ارتجاعی ورق مطرح گردید، لیکن ایده تحلیل به روش اجزای محدود به مدت‌ها قبل از آن برمی‌گردد. ریاضیدانان، فیزیکدان‌ها و مهندسان هرسه مدعی ابداع این روش بوده و برای خود دلایلی دارند. دغدغه ریاضیدان‌ها در این زمینه، حل مسائل مقدار مرزی مکانیک محیط‌های پیوسته و به شکل خاص تعیین تقریبی حدود بالائی و پایینی مسائل مقدار ویژه بود (J.E. AKIN, 1994). علاقه فیزیک‌دانان نیز مانند دانشمندان حوزه ریاضیات حل مسائل محیط‌های پیوسته بود اما آن‌ها دنبال یافتن توابع تقریبی تکه‌ای برای نمایش توابع پیوسته بودند. مهندسین در آمریکا در تحقیقات خود در مسائل حوزه هوافضا به صورت روزافزون با مسائل پیچیده‌ای روبرو می‌شدند و به دنبال راه حلی برای تعیین ضرایب تأثیر سختی سازه‌های پوسته‌ای با پشت‌بندهای تقویت‌کننده بودند. تلاش‌های این سه گروه از دانشمندان منجر به انتشار سه مجموعه از مقالات با نقطه نظرات متفاوت در حیطه اجزای محدود گردید. روش اجزاء محدود به‌صورت شناخته شده امروزی، ابتدا در سال ۱۹۵۶ توسط سه نفر از پژوهشگران به نام‌های کلوق، تاپ ترنر و مارتین ارائه شد. این مقاله، کاربرد روش اجزاء محدود را در خرپاها و ورق مثلثی با بار خوابیده نشان می‌دهد و به عنوان یکی از پیشرفت‌های کلیدی در توسعه روش اجزای محدود در نظر گرفته می‌شود. در حقیقت، روش اجزای محدودی که این پژوهشگران ارائه نمودند همان روشی است که امروزه تحت عنوان روش ماتریسی برای حل سازه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد (Carl de Boor, 1974). روش فوق‌الذکر همراه با توسعه روزافزون رایانه‌های دیجیتالی با سرعت‌های بالا، موجب گسترش کاربرد روش اجزای محدود گردید و راه را برای حل مسائل پیچیده‌تر از جمله مسائل تحلیل ارتجاعی ورق هموار ساخت. پس از انتشار نتایج این مقاله، مهندسین به سرعت به قابلیت‌های روش اجزای محدود پی بردند. سیر تحولات روش اجزای محدود در سال های اولیه ظهور آن را می‌توان در مقاله‌ای که توسط کلوق در سال ۱۹۸۰ انتشار یافت مورد مطالعه قرار داد. پس از آن که زینکویچ[3] و چیونگ[4] در سال ۱۹۶۵ اعلام نمودند که روش اجزای محدود را در بسیاری از مسائل میدانی نظیر انتقال حرارت، سیالات و غیره می‌توان به‌کار گرفت، فصل نوینی در کاربرد این روش گشوده شد. پیچیدگی هندسی، رفتار پیچیده ماده، شرایط مرزی و نیز بارگذاری‌های متنوع موجود در مسائل، واقعیت رسیدن به حل دقیق را با دشواری‌های فراوان

[1] Finite Element Method
[2] Clough
[3] Zienkiewicz
[4] Cheong

Archive of SID
www.SID.ir

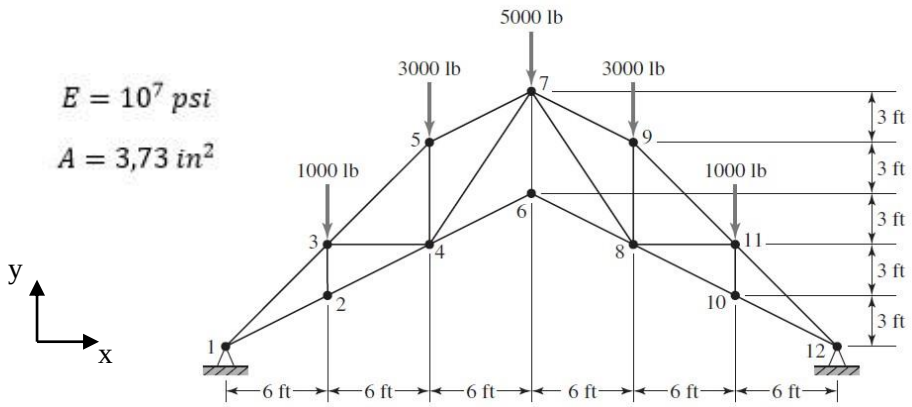
روبرو ساخته است. استفاده از حل‌های تقریبی با دقت قابل قبول که در زمان محدود به دست می‌آید، گشایشی عظیم در حل این مسائل به شمار می‌رود (نخعی، ۱۳۹۴). روش اجزای محدود یکی از بهترین انتخاب‌ها در این زمینه است. این روش، یک راه حل عددی برای رسیدن به حل تقریبی در بسیاری از مسائل فیزیکی و مهندسی است که رفتار حاکم بر آن‌ها به کمک یک (و یا یک دستگاه) از معادلات دیفرانسیل بیان می‌شود. در روش اجزاء محدود از توابع پیوسته چند تکه‌ای و هموار برای تقریب کمیت مجهول مورد نظر سود برده می‌شود. هدف اصلی در این روش، یافتن حل یک مسئله پیچیده از طریق جایگزینی آن با یک مدل ساده‌تر است. روش اجزای محدود استفاده وسیعی در بسیاری از کاربردهای مهندسی و غیرمهندسی دارد (محاسب، ۱۳۹۳). سازه‌ها طیف بسیار گسترده‌ای از کاربردهای مهندسی به ویژه مهندسی عمران را تشکیل می‌دهند. سازه‌های اسکلت فلزی و بتنی مجزا نظیر سازه‌های خرپائی و قابی در پل‌ها و دکل‌های برق و سازه‌های پیوسته مانند سدها، تونل‌ها و گنبدها، مخازن نگه‌داری سوخت و بسیاری از موارد دیگر از جمله سازه‌هایی هستند که عمدتا با روش اجزای محدود مورد تحلیل قرار می‌گیرند. سازه ها ممکن است شکل‌های بسیار پیچیده‌ای به خود گرفته و از مواد مختلفی استفاده کنند. اغلب یک سازه خودش متشکل از مواد مختلفی است، به همین علت روش‌های تحلیلی برای حل آن‌ها یا وجود ندارد و یا بسیار مشکل خواهد بود. از این رو روش‌های حل عددی مانند اجزای محدود مورد استفاده قرار می‌گیرند (J.R. WHITEMAN, 1984). ایده اصلی در روش المان محدود تقسیم کردن سازه، جسم و یا ناحیه تحت آنالیز به تعداد زیادی المان‌های محدود و یا به صورت ساده‌تر المان است. این المان‌ها ممکن است یک، دو و یا سه بعدی باشند. یک نوع کلاسیک و محبوب المان برای حالت دو بعدی همان المان مثلثی است. وقتی یک سازه دو بعدی (و یا یک دستگاه انتقال حرارت و غیره) به صدها و یا گاهی شاید هزارها عدد از این المان‌های مثلثی که همپوشانی ندارند تقسیم می شود، مشاهده می‌شود که هر شکل هندسی صفحه ای قابل دسترسی است. گره‌های این نوع المان به صورت مناسبی در راس‌های مثلث قرار گرفته اند (J.R. WHITEMAN, 1972). استفاده از روش المان محدود در یک مسئله نیاز به انجام یک سری مراحل خاص به صورت دقیق دارد. به عبارت دیگر الگوریتم خاصی بر روی مسئله باید پیاده شود که مراحل آن شامل؛ ۱- المان بندی مسئله مورد نظر: (در این مرحله بسته به نوع مسئله یک بعدی، دوبعدی و یا سه بعدی المان مناسب انتخاب شده و جسم یا ناحیه و یا سازه مورد نظر المان بندی می شود. منظور از المان بندی جسم، تقسیم کردن جسم یا ناحیه مورد نظر به تعداد محدودی قسمت‌های کوچکتر است)، ۲- انتخاب تابع جابه جایی مناسب: (کمیتی که می خواهیم بعد از انجام روش المان محدود بر روی مسئله مقدار آن در گره ها محاسبه شده و مشخص شود، در این قسمت انتخاب می شود. به عنوان مثال در مسئله مکانیک جامدات متغیر میدانی، جابه جایی و در مکانیک سیالات، سرعت است. کمیت‌های دیگری در مسئله که علاقه مند به محاسبه آن‌ها باشیم به وسیله روابطی به متغیر میدانی مربوط شده و مقادیر آن در گره‌ها و از آنجا در کل جسم بدست می‌آیند. به عنوان مثال در مسئله مکانیک جامدات بعد از بدست آمدن جابجایی‌ها در کل گره‌ها با استفاده از روابطی کرنش‌ها و تنش های مربوط به هر گره و از آنجا کل جسم را می توان بدست آورد)، ۳- استخراج ماتریس سختی المانی و بردار نیروی المانی: (با مشخص شدن متغیر میدانی در مرحله قبل مولفه های بردار متغیر میدانی تعیین می شوند. در هر مسئله برداری به اسم بردار نیروی المانی تعریف شده که اثر نیروهای خارجی و یا محیط بر روی هر المان در آن نشان داده می شود. ماتریس سختی المانی ماتریسی است که خصوصیات مربوط به جنس جسم و همچنین نحوه توزیع نیروها بر روی گره‌های مربوط به هر المان را بیان می کند)، ۴- جمع کردن معادلات المانی: (مسئله مورد نظر برای کل جسم تعریف شده است نه برای تک تک المان‌ها، بنابراین یک ماتریس سختی کلی برای جسم و همچنین یک بردار نیروی المانی کلی برای آن باید تعریف شود. در این مرحله با در کنار هم قرار دادن مناسب مولفه‌های ماتریس‌های سختی المانی ماتریس سختی المانی کلی را تشکیل داده و همچنین با چیدن مناسب مولفه های مربوط به بردارهای نیروی المانی در بردار کلی نیرو، بردار کلی نیروها حاصل می‌شود)، ۵- اعمال شرایط مرزی: (بر روی مرزهای جسم و یا ناحیه مورد نظر هر نوع شرط مرزی ضروری و یا طبیعی ممکن است اعمال شده

Archive of SID
www.SID.ir

باشد ولی بر روی یک مرز همزمان دو نوع شرط مرزی نمی تواند اعمال شود. به منظور بدست آوردن جواب‌های درست و صحیح اثر شرایط مرزی اعمال شده بر روی جسم باید در ماتریس سختی نهایی و بردار کلی نیروها وارد شود. مثلا در مسائل مکانیک جامدات ممکن است در نقاطی از جسم جابجایی‌ها صفر باشند)، ۶- حل به منظور محاسبه متغیر میدانی مجهول: (با اعمال شرایط مرزی در مرحله قبل اکنون دستگاه معادلاتی داریم که با حل آن مقادیر گرهی مجهول متغیر میدانی قابل محاسبه است. به عنوان مثال در یک مسئله مکانیک جامدات با حل دستگاه معادلات نهایی، مقادیر جابجایی تمامی گره‌ها بدست می‌آید. تا اینجا مراحل انجام و یا اعمال روش المان محدود برای یک مسئله در حالت کلی به پایان رسید. در مورد یک مسئله مکانیک جامدات مرحله دیگری هم به منظور تکمیل حل به صورت زیر باید انجام شود) و ۷- محاسبه تنش‌ها و کرنش‌های المانی: (همانطور که در بخش‌های قبلی گفته شد با بدست آوردن متغیر میدانی در گره ها، کمیت‌های دیگری هم که به وسیله روابطی به متغیر میدانی مربوط هستند، در گره‌ها و از آنجا در تمامی نقاط جسم و یا ناحیه قابل محاسبه هستند. در یک مسئله مکانیک جامدات با استفاده از جابجایی‌ها کرنش‌ها و سپس با در دست داشتن کرنش‌ها، تنش‌ها قابل محاسبه هستند. از جمله نرم افزارهای معروف و قدرتمند در این زمینه می‌توان به آباکوس و انسیس اشاره کرد) می‌باشد. روش اجزای محدود با توجه به اینکه روشی عددی می‌باشد دارای همگرایی و دقت همگرایی می‌باشد . دقت روش اجزای محدود به پارامترهای مختلفی بستگی دارد. اصلی‌ترین عامل در دقت نتایج به اندازه شبکه بندی بستگی دارد. عامل دیگر نوع المان انتخابی برای حل می‌باشد. همچنین نوع روش حل و انتخاب روش‌های اویلرین یا لاگرانژین در دقت حل و همگرایی حل بسیار مهم می‌باشند (کلانی و همکاران، ۱۳۹۴). از عوامل بسیار مهم دیگر برای دقت پاسخ‌ها این است که در انتخاب نوع المان‌ها، فیزیک مسئله برای ما مهم است یا هندسه‌ی مسئله؛ اگر هندسه مسئله مهم‌تر است بایستی از المان‌های سوپرپارامتریک استفاده نمود و اگر فیزیک مسئله مهم‌تر است از المان‌های ساب پارامتریک و در صورتی که اهمیت هر دو یکسان است از المان های ایزو پارامتریک باید استفاده نمود. همچنین در مورد همگرایی حل اجزا محدود باید گفت که چنانچه با ریز کردن شبکه بندی، پاسخ‌ها به مقدار خاصی همگرا شوند، گفته می‌شود که حل دارای همگرایی است. انتخاب پاسخ‌های آزمونی و همچنین تابع‌های وزنی در همگرایی حل اجزای محدود موثر است. تابع‌های وزنی و همچنین پاسخ آزمونی باید به اندازه کافی نرم باشند. این نرمی به درجه مشتق‌های ظاهر شده در شکل ضعیف معادله حاکم بستگی دارد (نادری و شفیعی، ۱۳۹۴).

بیان مسئله

از مهم‌ترین انواع المان‌ها می‌توان به المان دو نیرویی و یا المان تیر اشاره کرد که المان دو نیرویی برای سازه‌هایی مانند خرپا استفاده می‌شود. در این مقاله به دنبال به دست آوردن کدی می‌باشیم تا تمامی خرپاها با استفاده از این کد تحلیل شوند؛ یعنی مقدار جابجایی و نیروی وارده بر هر مفصل به دست آید. برای تحقق این کار، خرپایی به شکل زیر در نظر گرفته شده است.



Archive of SID
www.SID.ir

روش تحقیق

در این مقاله به بررسی و تحلیل سازه های دو نیرویی با روش اجزای محدود پرداخته شده است. روش اجزاء محدود یا روش المان محدود که به اختصار با نام (FEM) شناخته می‌شود، روشی است عددی برای حل تقریبی معادلات دیفرانسیل جزئی و نیز حل معادله‌های انتگرالی. اساس کار این روش حذف کامل معادلات دیفرانسیل یا ساده سازی آن‌ها به معادلات دیفرانسیل معمولی، که با روش‌های عددی مانند اویلر حل می‌شوند، می‌باشد. به صورت کلی در روش اجزای محدود ابتدا یک ماده پیچیده که بیانگر محیطی پیوسته است را به شکل‌های هندسی کوچکتر و ساده‌تر تقسیم بندی نموده و با فرض توابع شکلی که شرایط مرزی را ارضا نماید معادلات مجموعه المان‌ها را بدست آورده و حل نموده و پارامترهای مورد نظر را بدست می‌آورند. برای استفاده از این روش‌ها نیاز به استفاده از کامپیوترهای با سرعت بالا و قابلیت پردازش بالا می‌باشد.در این تحقیق یک کد عمومی در نرم افزار Matlab نوشته شده است.

کد نویسی

برای اینکه کد عمومی باشد، نیاز است تا اطلاعاتی در مورد سازه از کاربر گرفته شود؛ از قبیل: تعداد المان،ها، گره‌ها و خواص المان‌ها که این امر توسط خط‌های زیر در نرم افزار متلب انجام می‌شود.

```
i=input('Number of elements =');
n=input('Number of nodes =');
for a=1:n
  reply=input(sprintf('Coordinates of Node #%d = ', a), 's');
  num=sscanf(reply, '%g %g');
  x(a)=num(1);
  y(a)=num(2);
end
for aa=1:i
    reply=input(sprintf('First and last node number for element #%d = ', aa), 's');
    num=sscanf(reply, '%g %g');
    st(aa)=num(1);
    nd(aa)=num(2);
end
for aaa=1:i
    E(aaa)=input(sprintf('Elastic module of element #%g = ',aaa));
end
for b=1:i
    A(b)=input(sprintf('Cross-section area of element #%g = ',b));
end
for bb=1:i
    theta(bb)=atan2((y(nd(bb))-y(st(bb))),(x(nd(bb))-x(st(bb))));
end
for bbb=1:i
    l(bbb)=((x(nd(bbb))-x(st(bbb)))^2+(y(nd(bbb))-y(st(bbb)))^2)^0.5;
end
```

سپس با استفاده از این اطلاعات، ماتریس‌های سختی هر المان و در نهایت ماتریس سختی کل محاسبه می‌گردد.

Archive of SID
www.SID.ir

```
for c=1:i
   K{c}=zeros(2*n);

   K{1,c}(2*st(c)-1:2*st(c),2*st(c)-
1:2*st(c))=(E(c)*A(c)/l(c))*[(cos(theta(c)))^2,sin(theta(c))*cos(theta(c));sin(theta(c))*cos(theta(c)),(sin(theta(c))
)^2];
   K{1,c}(2*st(c)-1:2*st(c),2*nd(c)-1:2*nd(c))=(E(c)*A(c)/l(c))*[-(cos(theta(c)))^2,-sin(theta(c))*cos(theta(c));-
sin(theta(c))*cos(theta(c)),-(sin(theta(c)))^2];
   K{1,c}(2*nd(c)-1:2*nd(c),2*st(c)-1:2*st(c))=(E(c)*A(c)/l(c))*[-(cos(theta(c)))^2,-sin(theta(c))*cos(theta(c));-
sin(theta(c))*cos(theta(c)),-(sin(theta(c)))^2];
   K{1,c}(2*nd(c)-1:2*nd(c),2*nd(c)-
1:2*nd(c))=(E(c)*A(c)/l(c))*[(cos(theta(c)))^2,sin(theta(c))*cos(theta(c));sin(theta(c))*cos(theta(c)),(sin(theta(c)
))^2];
end
k=K{1,1};
for h=2:i
   k=k+K{1,h};
end
```

اکنون نیاز است تا شرایط مرزی سیستم وارد گردد، لذا از کاربر می‌خواهیم که ابتدا برداری حاوی شماره گره‌هایی با بارگذاری خارجی معلوم را وارد کند. سپس مقدار نیروها برای این گره‌ها و میزان جابجایی‌ها برای دیگر گره‌ها وارد گردد. با استفاده از خط‌های زیر اطلاعات مورد نیاز ذکر شده، از کاربر دریافت و تمامی مجهولات محاسبه می‌شوند.

```
n1=input('Enter the vector of node numbers which have known external loads : ');
f=zeros([2*n 1]);
f1=zeros([2*length(n1) 1]);
for j=1:length(n1)
   reply=input(sprintf('Enter horizental and vertical force for node #%d respectively : ', n1(j)), 's');
   num=sscanf(reply, '%g %g');
   f1(2*j-1,1)=num(1);
   f1(2*j,1)=num(2);
   f(2*n1(j)-1,1)=num(1);
   f(2*n1(j),1)=num(2);
end
for ii=1:length(n1)
   for jj=1:length(n1)
      k1(2*ii-1:2*ii,2*jj-1:2*jj)=k(2*n1(ii)-1:2*n1(ii),2*n1(jj)-1:2*n1(jj));
   end
end
u1=linsolve(k1,f1);
for kk=1:length(n1)
   u(2*n1(kk)-1,1)=u1(2*kk-1,1);
   u(2*n1(kk),1)=u1(2*kk,1);
end
for n2=1:n
   if ismember(n2,n1)==0
      reply=input(sprintf('Enter horizental and vertical displacement for node #%d respectively : ', n2), 's');
      num=sscanf(reply, '%g %g');
      u(2*n2-1,1)=num(1);
```

Archive of SID

www.SID.ir

```
        u(2*n2,1)=num(2);
    end
end
for n3=1:n
    if ismember(n3,n1)==0
        f(2*n3-1,1)=dot(k(2*n3-1,:),u);
        f(2*n3,1)=dot(k(2*n3,:),u);
    end
end
```

و در آخر کد، جهت نمایش نتایج، از خط‌های زیر استفاده می‌کنیم.

```
disp('The Stiffness Matrix is : ')
k
disp('The Displacement Vector is : ')
u
disp('The Force Vector is : ')
f
```

یافته‌ها

همانطور که مشاهده می‌شود مدل مسئله در این مقاله دارای ۲۱ المان و ۱۲ گره می‌باشد که در آن جابجایی گره‌های ۱ و ۱۲ و همچنین نیروهای خارجی گره‌های دیگر معلوم است. پس از اجرای کد و وارد کردن اطلاعات مورد نیاز، پاسخ به صورت زیر می‌باشد.

که در آن k ماتریس سفتی کلی بوده و بردارهای f و u به صورت زیر می‌باشد.

$$f = \begin{pmatrix} f_{x1} \\ f_{y1} \\ \vdots \\ f_{xn} \\ f_{yn} \end{pmatrix} \quad , \quad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ u_n \\ v_n \end{pmatrix}$$

```
Number of elements =21
Number of nodes =12
Coordinates of Node #1 = 0 0
Coordinates of Node #2 = 72 36
Coordinates of Node #3 = 72 72
Coordinates of Node #4 = 144 72
Coordinates of Node #5 = 144 144
Coordinates of Node #6 = 216 108
Coordinates of Node #7 = 216 180
Coordinates of Node #8 = 288 72
Coordinates of Node #9 = 288 144
Coordinates of Node #10 = 360 36
Coordinates of Node #11 = 360 72
Coordinates of Node #12 = 432 0
First and last node number for element #1 = 1 2
First and last node number for element #2 = 1 3
First and last node number for element #3 = 2 3
```

Archive of SID
www.SID.ir

First and last node number for element #4 = 2 4
First and last node number for element #5 = 3 4
First and last node number for element #6 = 3 5
First and last node number for element #7 = 4 5
First and last node number for element #8 = 4 7
First and last node number for element #9 = 4 6
First and last node number for element #10 = 5 7
First and last node number for element #11 = 6 7
First and last node number for element #12 = 7 8
First and last node number for element #13 = 6 8
First and last node number for element #14 = 7 9
First and last node number for element #15 = 8 9
First and last node number for element #16 = 9 11
First and last node number for element #17 = 8 11
First and last node number for element #18 = 8 10
First and last node number for element #19 = 10 11
First and last node number for element #20 = 11 12
First and last node number for element #21 = 10 12
Elastic module of element #1 = 1e7
Elastic module of element #2 = 1e7
Elastic module of element #3 = 1e7
Elastic module of element #4 = 1e7
Elastic module of element #5 = 1e7
Elastic module of element #6 = 1e7
Elastic module of element #7 = 1e7
Elastic module of element #8 = 1e7
Elastic module of element #9 = 1e7
Elastic module of element #10 = 1e7
Elastic module of element #11 = 1e7
Elastic module of element #12 = 1e7
Elastic module of element #13 = 1e7
Elastic module of element #14 = 1e7
Elastic module of element #15 = 1e7
Elastic module of element #16 = 1e7
Elastic module of element #17 = 1e7
Elastic module of element #18 = 1e7
Elastic module of element #19 = 1e7
Elastic module of element #20 = 1e7
Elastic module of element #21 = 1e7
Cross-section area of element #1 = 3.73
Cross-section area of element #2 = 3.73
Cross-section area of element #3 = 3.73
Cross-section area of element #4 = 3.73
Cross-section area of element #5 = 3.73
Cross-section area of element #6 = 3.73
Cross-section area of element #7 = 3.73
Cross-section area of element #8 = 3.73
Cross-section area of element #9 = 3.73
Cross-section area of element #10 = 3.73
Cross-section area of element #11 = 3.73
Cross-section area of element #12 = 3.73
Cross-section area of element #13 = 3.73
Cross-section area of element #14 = 3.73

Archive of SID

www.SID.ir

Cross-section area of element #15 = 3.73
Cross-section area of element #16 = 3.73
Cross-section area of element #17 = 3.73
Cross-section area of element #18 = 3.73
Cross-section area of element #19 = 3.73
Cross-section area of element #20 = 3.73
Cross-section area of element #21 = 3.73
Enter the vector of node numbers which have known external loads : [2 3 4 5 6 7 8 9 10 11]
Enter horizental and vertical force for node #2 respectively : 0 0
Enter horizental and vertical force for node #3 respectively : 0 -1000
Enter horizental and vertical force for node #4 respectively : 0 0
Enter horizental and vertical force for node #5 respectively : 0 -3000
Enter horizental and vertical force for node #6 respectively : 0 0
Enter horizental and vertical force for node #7 respectively : 0 -5000
Enter horizental and vertical force for node #8 respectively : 0 0
Enter horizental and vertical force for node #9 respectively : 0 -3000
Enter horizental and vertical force for node #10 respectively : 0 0
Enter horizental and vertical force for node #11 respectively : 0 -1000
Enter horizental and vertical displacement for node #1 respectively : 0 0
Enter horizental and vertical displacement for node #12 respectively : 0 0
The Stiffness Matrix is :
k =
1.0e+06 *
Columns 1 through 16
0.5539 0.3685 -0.3707 -0.1853 -0.1832 -0.1832 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0.3685 0.2758 -0.1853 -0.0927 -0.1832 -0.1832 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
-0.3707 -0.1853 0.7414 0.3707 -0.0000 -0.0000 -0.3707 -0.1853 0 0 0 0 0 0 0 0
-0.1853 -0.0927 0.3707 1.2215 -0.0000 -1.0361 -0.1853 -0.0927 0 0 0 0 0 0 0 0
-0.1832 -0.1832 -0.0000 -0.0000 0.8844 0.3663 -0.5181 0 -0.1832 -0.1832 0 0 0 0 0 0
-0.1832 -0.1832 -0.0000 -1.0361 0.3663 1.4024 0 0 -0.1832 -0.1832 0 0 0 0 0 0
0 0 -0.3707 -0.1853 -0.5181 0 1.3479 0.5033 -0.0000 -0.0000 -0.3707 -0.1853 -0.0884 -0.1326 0 0
0 0 -0.1853 -0.0927 0 0 0.5033 0.9023 -0.0000 -0.5181 -0.1853 -0.0927 -0.1326 -0.1989 0 0
0 0 0 0 -0.1832 -0.1832 -0.0000 -0.0000 0.5539 0.3685 0 0 -0.3707 -0.1853 0 0
0 0 0 0 -0.1832 -0.1832 -0.0000 -0.5181 0.3685 0.7939 0 0 -0.1853 -0.0927 0 0
0 0 0 0 0 0 -0.3707 -0.1853 0 0 0.7414 0.0000 -0.0000 -0.0000 -0.3707 0.1853
0 0 0 0 0 0 -0.1853 -0.0927 0 0 0.0000 0.7034 -0.0000 -0.5181 0.1853 -0.0927
0 0 0 0 0 0 -0.0884 -0.1326 -0.3707 -0.1853 -0.0000 -0.0000 0.9182 0.0000 -0.0884 0.1326
0 0 0 0 0 0 -0.1326 -0.1989 -0.1853 -0.0927 -0.0000 -0.5181 0.0000 1.1013 0.1326 -0.1989
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -0.3707 0.1853 -0.0884 0.1326 1.3479 -0.5033
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.1853 -0.0927 0.1326 -0.1989 -0.5033 0.9023
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -0.3707 0.1853 -0.0000 -0.0000
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.1853 -0.0927 -0.0000 -0.5181
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -0.3707 0.1853
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.1853 -0.0927
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -0.5181 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
Columns 17 through 24
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0

Archive of SID

www.SID.ir

0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
-0.3707 0.1853 0 0 0 0 0 0
0.1853 -0.0927 0 0 0 0 0 0
-0.0000 -0.0000 -0.3707 0.1853 -0.5181 0 0 0
-0.0000 -0.5181 0.1853 -0.0927 0 0 0 0
0.5539 -0.3685 0 0 -0.1832 0.1832 0 0
-0.3685 0.7939 0 0 0.1832 -0.1832 0 0
0 0 0.7414 -0.3707 -0.0000 -0.0000 -0.3707 0.1853
0 0 -0.3707 1.2215 -0.0000 -1.0361 0.1853 -0.0927
-0.1832 0.1832 -0.0000 -0.0000 0.8844 -0.3663 -0.1832 0.1832
0.1832 -0.1832 -0.0000 -1.0361 -0.3663 1.4024 0.1832 -0.1832
0 0 -0.3707 0.1853 -0.1832 0.1832 0.5539 -0.3685
0 0 0.1853 -0.0927 0.1832 -0.1832 -0.3685 0.2758
The Displacement Vector is :
u =
0
0
0.0258
-0.0621
0.0319
-0.0621
0.0300
-0.0810
0.0276
-0.0825
0.0000
-0.0436
-0.0000
-0.0517
-0.0300
-0.0810
-0.0276
-0.0825
-0.0258
-0.0621
-0.0319
-0.0621
0
0
The Force Vector is :
f =
1.0e+03 *
7.4747
6.5000
0
0

Archive of SID

www.SID.ir

0
-1.0000
0
0
0
-3.0000
0
0
0
-5.0000
0
0
0
-3.0000
0
0
0
-1.0000
-7.4747
6.5000

توجه داشته باشیم که در نتایج بالا واحد جابجایی in و واحد نیرو lb می‌باشد.

بحث و نتیجه گیری

در این مقاله یک کد عمومی در نرم افزار Matlab برای تحلیل سازه‌ها با عضوهای دو نیرویی نوشته شد و یک مسئله به عنوان نمونه توسط این کد حل، و نتایج آن مشاهده گردید. در ضمن، اهمیت و کاربرد روش اجزای محدود در حل تقریبی مسائل مختلف مورد توجه قرار گرفت و همچنین قدرت نرم افزار Matlab در کمک به حل عددی اینگونه مسائل مشاهده شد. در آینده، می‌توان سرعت و کاربری کد نوشته شده را بهبود بخشید و همچنین می‌توان سرعت و دقت روش‌های مختلف را در حل چنین مسائل با هم مقایسه کرد.

منابع

[۱] G. N. Redy، «مقدمه‌ای بر اجزای محدود»، جلد اول، ترجمه‌ی راستگو- عباس، سلطانی ناصر، چاپ سوم انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۹۰.

[۲] طاحونی شاپور، «اجزای محدود برای تحلیل سازه‌ها»، انتشارات علم و ادب، ۱۷ اسفند ۱۳۹۲.

[3] J.E. AKIN, "Finite Elements for Analysis and Design", A volume in Computational Mathematics and Applications Series, 1994.

[4] Carl de Boor, "Mathematical Aspects of Finite Elements in Partial Differential Equations", Proceedings of a Symposium Conducted by the Mathematics Research Center, the University of Wisconsin–Madison, April 1–3, 1974.

[۵] نخعی- ایمان، «تئوری اجزای محدود با آموزش کاربری انسیس و مروری بر آباکوس»، انتشارات نوآور، ۱۳۹۴.

[۶] Klaus. Jurgen. Bathe، «روش های اجزای محدود»، ترجمه‌ی محاسب- ساسان، جلد اول، ۱۳۹۳.

Archive of SID
www.SID.ir

[7] J.R. WHITEMAN, "The Mathematics of Finite Elements and Applications", 1984.

[8] J.R. WHITEMAN, "The Mathematics of Finite Elements and Applications", Proceedings of the Brunel University Conference of the Institute of Mathematics and its Applications Held in April 1972.

[۹] کلانی- ساروکلایی، اسماعیلی- لیلا، اسماعیلی- هدیه، تحلیل خرپای دوبعدی با استفاده از روش اجزای محدود، دومین کنگره ملی مهندسی ساخت و ارزیابی پروژه های عمرانی، سمنان، گروه آموزش و پژوهش شرکت مهندسی بارو گستر پارس، شرکت مهندسین مشاور پرهون آبراهه، ۱۳۹۴.

[۱۰] نادری- رضا، شفیعی- امیرحسین، مقایسه نتایج حاصل از تحلیل و آنالیز ماتریسی خرپاهای فضایی به روش اجزای محدود با SAP 2000 و MATLAB استفاده از دو نرم افزار، کنفرانس بین المللی مهندسی عمران، تهران، دبیرخانه دایمی کنفرانس، ۱۳۹۵.

Archive of SID

www.SID.ir