الگوهای کاربردی دنباله های لوکاس و فیبوناتچی در علوم معماری اسلامی

داود عبادی [*,1]، سجاد میرگلوی بیات[2]

۱ـ دانشگاه شهید مدنی آذربایجان ـ تبریز

۲ـ دانش آموز پایه هشتم دبیرستان غیردولتی کلام برتر- تبریز

چکیده

این مقاله در پنج بخش تحقیق و جمع آوری شده است و هدف این مقاله ، بررسی الگوهای جدید عددی در دنباله های لوکاس و فیبوناتچی و روابط بین آنها می باشد که کاربردهای اساسی در علوم هنر و معماری اسلامی دارند، همچنین در ادامه به بررسی نقش مهم این الگوهای دنباله ها و نسبت طلایی در پایه **های علوم اسلامی می پردازیم که در طول تاریخ جلوه گاه عبادتگاهها بوده اند.**

کلمات کلیدی: لوکاس، فیبوناتچی، نسبت طلایی .

مقدمه:

دنباله ی فیبوناتچی:

لئوناردو فیبوناتچی ریاضی دان ایتالیایی، دنباله ی فیبوناتچی را با توجه به زاد و ولد خرگوش ها این دنباله را در سال ۱۲۰۲ میلادی کشف کرد. فرضیه ی او در این باره این است که اگر شما

یک جفت خرگوش داشته باشید که تازه به دنیا امده ویک ماه دیگر بالغ می شود و دوران بارداری آنها نیز یک ماه است و در هر زاد و ولد یک خرگوش نر و ماده به دنیا می آورد یعنی ماه اول و دوم شما یک جفت خرگوش و ماه سوم یک جفت خرگوش دیگر به جفت قبلی اضافه

* **Corresponding author:** دانشجوی دکترای ریاضی دانشگاه شهیدمدنی آذربایجان و مدرس دانشگاه و مدرسه کلام برتر تبریز – منظریه
Email: davod_ebady@yahoo.com

می شود و به همین ترتیب این چرخه ادامه پیدا می کند:

۸۹،۵۵،۳۴،۲۱،۱۳،۸،۵،۳،۲،۱،۱،...

نکته جالب این دنباله در طبیعت این است که اگر شما عدد را بر عدد قبلی تقسیم کنید یک دنباله جالب تشکیل می شود در این دنباله یک عدد ثابت وجود دارد که ریاضی دانان را عدد طلایی می نامند این عدد تقریبا ۱،۶۱۸ است.

دنباله لوکاس:

ادوارد لوکاس دانشمند فرانسوی اولین نفری بود که در سال ۱۹۰۰ میلادی دنباله عددی لوکاس را کشف و به فیبوناتچی
نسبت داد.

با این حال ساده ترین دنباله دیگری که جمله عمومی ان با جمله عمومی فیبوناتچی برابر است و تفاوت ان تنها در دو عدد اول دنباله ها است دنباله لوکاس نام دارد که بصورت زیر است: ۱,۳,۴,۷,۱۱,۱۸,۲۹,۴۷,۷۶

برای برقراری این دنباله دو شرط وجود دارد:

۱ـاولین عدد باید یک باشد.

۲ـدومین عدد باید سه باشد.

و بقیه ارقام از جمع این ارقام بدست می اید.

این دنباله همانند دنباله فیبوناتچی دارای عدد مشترکی بین اعدادش است که اگر این عدد را با استفاده از اعمال ریاضی بر
روی اعداد دنباله اعمال کنیم باقی مانده این اعداد الگوی جالبی را تشکیل می دهد.

عدد مشترک این دنباله بین اعدادش ۳ است.

عدد فی چیست؟

فی نخستین حرف از نام فیدیاس پیکرتراش زبده یونان باستان است که به احتمال زیاد این نسبت عددی را ده سال پیش از اقلیدس در شیوه هنری اش لحاظ می کرده است بسیاری از مراجع علمی حرف یونانی فی را برای این عدد انتخاب کرده اند مقدار عددی طلایی به طور تقریبی برابر است با :

۱۰۶۱۸

پیشینه عدد فی:

پیشینه توجه به عدد طلایی نه به زمان فیبوناچی بلکه به زمان هایی بسیار دورتر می رسد اقلیدس در جلد ششم از سیزده کتاب مشهور خود که در ان ها هندسی اقلیدسی را بنا نهاد.این نسبت را مطرح کرده است

لوکاپاچیولی در سال ۱۵۰۹ میلادی کتابی با عنوان نسبت الهی تالیف کرد.

وی در ان نقاشی هایی از لئوناردو داوینچی اورده است که پنج جسم افلاطونی را نمایش می دهند و در انها نیز به این نسبت اشاره

مصریان سال ها قبل از میلاد از این نسبت اگاه بوده اند و ان را در ساخت اهرام مصر رعایت کرده اند بسیاری از الگو های طبیعی در بدن انسان این نسبت را دارا است نسبت طول ضلع پنج پر منتظم به طول ضلع پنج ضلعی منتظم برابر همین عدد است روانشناسان هم بر این باورند زیباترین مستطیل به دیده انسان مستطیلی است که نسبت طول و عرض ان برابر با عدد فی باشد.دلیل این امر ان است که این نسبت در شبکیه انسان رعایت شده و هر مستطیلی که این نسبت را دارا باشد به چشم انسان زیبا می اید.

حال به بررسی نتایج بدست آمده از الگوهای جدید از دنباله ها می پردازیم که در علوم معماری اسلامی – هنر و موسیقی – زلزله نگاری و اقتصاد کاربرد فراوانی دارند.

بخش اول- الگو های جدید و کاربردی دنباله فیبوناتچی :

۱- اگر اعداد دنباله را ابتدا بر ۲ ضرب کرده و در ادامه بر ۴ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می آید:

۲،۲،۰،۲،۲،۰،۲،۲،۰،۲،۲ ۱،۱،۲،۳،۵،۸،۱۳،۲۱،۳۴،۵۵،۸۹

۲- اگر اعداد دنباله را ابتدا بر بر ۳ ضرب کرده و در ادامه بر ۴ تقسیم کنیم الگوی زیر به وجود می آید:

۳،۳،۲،۱،۳،۰،۳،۳،۲،۱،۳ ۱،۱،۲،۳،۵،۸،۱۳،۲۱،۳۴،۵۵،۸۹

۳- اگر اعداد دنباله را ابتدا بر ۵ ضرب کرده و در ادامه بر ۴ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می آید:

۰،۱،۳،۲،۱،۱،۰،۱،۳،۲،۱،۱ ۱،۱،۲،۳،۵،۸،۱۳،۲۱،۳۴،۵۵،۸۹

۴- اگر اعداد دنباله را ابتدا بر۶ ضرب کرده و در ادامه بر۴ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می آید:

۱،۱،۲،۳،۵،۸،۱۳،۲۱،۳۴،۵۵،۸۹ ← ۲،۲،۰،۲،۲،۰،۲،۲،۰،۲،۲

۵- اگر اعداد دنباله را ابتدا بر۷ ضرب کرده و در ادامه بر۴ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می آید:

۱،۱،۲،۳،۵،۸،۱۳،۲۱،۳۴،۵۵،۸۹ ← ۳،۳،۲،۱،۳،۰،۳،۳،۲،۱،۳،۰

دنباله را ابتدا بر۹ ضرب کرده و در ادامه بر۴ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می آید:

۱،۱،۲،۳،۵،۸،۱۳،۲۱،۳۴،۵۵،۸۹ ← ۱،۱،۲،۳،۱،۰،۱،۱،۲،۳،۱،۰

دنباله را ابتدا بر۱۰ضرب کرده و در ادامه بر۴ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می آید:

۱،۱،۲،۳،۵،۸،۱۳،۲۱،۳۴،۵۵،۸۹ ← ۲،۲،۰،۲،۲،۰،۲،۲،۰،۲،۲

دنباله را ابتدا بر۱۱ضرب کرده و در ادامه بر۴ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می آید:

۱،۱،۲،۳،۵،۸،۱۳،۲۱،۳۴،۵۵،۸۹ ← ۳،۳،۲،۱،۳،۰،۳،۳،۲،۱،۳

دنباله را بر۲ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می آید:

۱،۱،۲،۳،۵،۸،۱۳،۲۱،۳۴،۵۵،۸۹ ← ۱،۱،۰،۱،۱،۰،۱،۱،۰،۱،۱

اعداد دنباله را بر ۴ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می آید:

۸۹،۵۵،۳۴،۲۱،۱۳،۸،۵،۳،۲،۱،۱ → ۱،۱،۰،۱،۱،۰،۱،۱،۰،۱،۱

دنباله را ابتدا بر ۲ ضرب کرده و در ادامه بر ۸ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می آید:

۸۹،۵۵،۳۴،۲۱،۱۳،۸،۵،۳،۲،۱،۱ → ۲،۲،۴،۶،۲،۰،۲،۲،۴،۶،۲

دنباله را ابتدا بر ۴ ضرب کرده و در ادامه بر ۸ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می آید:

۸۹،۵۵،۳۴،۲۱،۱۳،۸،۵،۳،۲،۱،۱ → ۴،۴،۰،۴،۴،۰،۴،۴،۰،۴،۴

دنباله را ابتدا بر ۶ ضرب کرده و در ادامه بر ۸ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می آید:

۸۹،۵۵،۳۴،۲۱،۱۳،۸،۵،۳،۲،۱،۱ → ۶،۶،۴،۲،۶،۰،۶،۶،۴،۲،۶

دنباله را ابتدا بر ۱۰ ضرب کرده و در ادامه بر ۸ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می آید:

۸۹،۵۵،۳۴،۲۱،۱۳،۸،۵،۳،۲،۱،۱ → ۲،۲،۴،۶،۲،۰،۲،۲،۴،۶،۲

دنباله را به رقم قبلی خود ضرب و بر ۴ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می اید:

۸۹،۵۵،۳۴،۲۱،۱۳،۸،۵،۳،۲،۱،۱ → ۱،۲،۲،۳،۰،۰،۱،۲،۲،۳،۰،۰،۱،۲،۲،۳

نتیجه گیری از الگوهای فیبوناتچی:

۱ـ اگر این دنباله را با ترتیب ۱۰ ۶ ۲ ضرب و بر ۴ تقسیم کنیم باقی مانده این اعداد الگوی ثابتی را تشکیل می دهد.

۲ـاگر این دنباله را با ترتیب ۱۱ ۷ ۳ ضرب و بر ۴ تقسیم کنیم باقی مانده این اعداد طبق الگوی بالا تشکیل می شوند.

۳ـاگر این دنباله را با ترتیب ۱۳ ۹ ۵ ضرب و بر ۴ تقسیم کنیم باقی مانده این اعداد همانند الگوی بالا تشکیل می شوند .

و در اخر این الگو ها با همین ترتیب ادامه خواهند یافت

۴ـاگر اعداد فیبوناچی را با ترتیب ۱۸ ۱۰ ۲ ضرب کرده و بر ۸ تقسیم کنیم الگوی جالبی تشکیل می شود.

۵ـدر تقسیم بر ۸ مضرب های عدد ۲ تشکیل الگو می دهد. (به غیر از عدد ۸)

بخش دوم- الگو های جدید و کاربردی دنباله لوکاس:

۱ـاگر اعداد دنباله لوکاس را ابتدا بر ۲ ضرب کرده و بر ۳ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می اید.

۱۹۹،۱۲۳،۷۶،۴۷،۲۹،۱۸،۱۱،۷،۴،۳،۱ → ۲،۰،۲،۲،۱،۰،۱،۱،۲،۰،۲،۲

۲ـاگر اعداد دنباله لوکاس را ابتدا بر ۴ ضرب کرده و بعدا بر ۳ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می اید.

۱۹۹،۱۲۳،۷۶،۴۷،۲۹،۱۸،۱۱،۷،۴،۳،۱ → ۱،۰،۱،۱،۲،۰،۲،۲،۱،۰،۱،۱

۳ـاگر اعداد دنباله لوکاس را ابتدا بر ۵ ضرب کرده و بعدا بر ۳ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می اید.

۱۹۹،۱۲۳،۷۶،۴۷،۲۹،۱۸،۱۱،۷،۴،۳،۱ → ۲،۰،۲،۲،۱،۰،۱،۱،۲،۰،۲،۲

۴ـاگر اعداد دنباله لوکاس را ابتدا بر ۷ ضرب کرده ودر ادامه بر ۳ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می اید.

۱۹۹،۱۲۳،۷۶،۴۷،۲۹،۱۸،۱۱،۷،۴،۳،۱ → ۱،۰،۱،۱،۲،۰،۲،۲،۱،۰،۱،۱

۵ـاگر اعداد دنباله لوکاس را ابتدا بر ۸ ضرب کرده و در ادامه بر ۳ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می اید.

۱۹۹،۱۲۳،۷۶،۴۷،۲۹،۱۸،۱۱،۷،۴،۳،۱ → ۲،۰،۲،۲،۱،۰،۱،۱،۲،۰،۲،۲

۶ـاگر اعداد دنباله لوکاس را ابتدا بر خودشان ضرب کرده و در ادامه بر ۳ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می اید.

۱۹۹،۱۲۳،۷۶،۴۷،۲۹،۱۸،۱۱،۷،۴،۳،۱ → ۱،۰،۱،۱،۲،۰،۲،۲،۱،۰،۱،۱

۷ـاگر اعداد دنباله لوکاس را ابتدا ضربدر عدد قبلی و در ادامه بر ۳ تقسیم کنیم الگوی جالبی به وجود می اید.

۱۹۹،۱۲۳،۷۶،۴۷،۲۹،۱۸،۱۱،۷،۴،۳،۱ → ۰،۰،۱،۲،۰،۰،۱،۲،۰،۰۱،۲

نتیجه گیری از الگوهای لوکاس:

۱ـدر تقسیم دنباله لوکاس بر ۳ دو الگوی ثابت به وجود می اید.
۲ـاگر اعداد دنباله را با ترتیب ۸ ۵ ۲ ضرب کرده و بر ۳ تقسیم کنیم الگوی ثابتی به وجود می اید.
۳ـاگر اعداد دنباله را با ترتیب ۱۰ ۷ ۴ ضرب کرده و بر ۳ تقسیم کنیم الگوی ثابتی به وجود می اید.
۴ـاگر مجذور اعداد را گرفته و در ادامه بر ۳ تقسیم کنیم الگوی ثابت ۰ و ۱ به وجود می اید.
۵ـدر این دنباله فقط دو الگو وجود دارد ولی در دنباله فیبوناچی سه الگو.
۶ـهر دنباله دارای یک عدد مشترک بین اعدادش است که الگو به وجود می اورد.
۷ـدر دنباله لوکاس در هر سه عدد یکبار یک عدد بر ۳ بخش پذیر است.

بخش سوم_ الگو های مهم وجالب که به وسیله جمع یا تفریق دو دنباله با هم به وجود می آیند:

۱-اگر دنباله فیبوناچی و لوکاس را زیر هم بنویسیم و جمع کنیم دو برابر دنباله فیبوناتچی به وجود می اید:

۱،۱،۲،۳،۵،۸،۱۳،۲۱،۳۴،۵۵،۸۹ + ۱۹۹،۱۲۳،۷۶،۴۷،۲۹،۱۸،۱۱،۷،۴،۳،۱

۲،۴،۶،۱۰،۱۶،۲۶،۴۲

۲-اگر دنباله فیبوناتچی و لوکاس را با هم ضرب کنیم یک در میان اعداد دنباله لوکاس بدست می اید.

۱،۱،۲،۳،۵،۸،۱۳،۲۱،۳۴،۵۵،۸۹ × ۱۹۹،۱۲۳،۷۶،۴۷،۲۹،۱۸،۱۱،۷،۴،۳،۱

۱،۳،۸،۲۱،۵۵،۱۴۴

بخش چهارم- نکات جالب و مشترک بین اعداد لوکاس و فیبوناتچی:

۱-اگر در هر یک از این دنباله ها اعداد را تقسیم بر عدد قبلی کنیم که عدد فی به دست می آید یک در میان اعداد کمتر و بیشتر می شود.

۳،۱,۳،۱,۷۵،۱,۵۷،۱۶,۳،۱,۶۱،۱,۶۲ ← ۱۹۹،۱۲۳،۷۶،۴۷،۲۹،۱۸،۱۱،۷،۴،۳،۱

۱،۲،۱,۵،۱,۶،۱,۶،۱,۶۲۵،۱,۶۱۵ ← ۸۹،۵۵،۲۱,۳۴،۱۳،۸،۵،۳،۲،۱،۱

نتیجه: نکته اینکه می توان عدد فی را در دنباله لوکاس نیز پیدا کرد.

بخش پنجم- فیبوناتچی و لوکاس در معماری جهان اسلام:

ریاضیات در جهان اسلام به شیوه رسمی با محمد بن خوارزمی اغاز گردید در اثار خوارزمی سنت های ریاضی در یونان و ایران و هند با هم ترکیب شده است مهمترین اثر خوارزمی الجبر و المقابله است.

پس از خوارزمی ابو یوسف کندی به تکمیل جبر روی اورد و در عصر ترجمه اثار اپولونیوس و نیکوماخوس و ارشمیدس به عربی ترجمه شد ابوالوفاجوزانی نخستین شارح کتاب خوارزمی بود که به تکمیل مبحث معادلات پرداخت ابن سینا از دیگر ریاضیدانان مسلمانان بود وی شرحی بر اثار دیوفانت نوشت.

نصرالدین طوسی رییس رصد خانه مراغه نیز کتاب هایی در زمینه ریاضی تالیف نمود عمر خیام نیز تالیفات ریاضی مشتمل بر تحقیق بر تحقیق در اصل موضوع اقلیدس و حساب و جبر دارد غیاث الدین جمشید کاشانی کاشف حقیقی کسر اعشاری بود و اندازه صحیح عدد پی را به دست اورده بود کتاب مفتاح الحساب وی به زبان عربی است معروف ترین چهره ریاضی قرن دهم بها الدین عاملی است.در نزد مسلمین ریاضیات به علم هندسه و عدد و جبر تقسیم می شد.

بطور نمونه لئوناردو فیبوناچی را مسئول معرفی شیوه عدد نویسی هند و عربی مفتح این دوران و جایگزین کردن سیستم عدد نویسی رومی در اروپا با این شیوه دانستند یا در باب اعداد کسر محمد بن حصار را مبدع خط کسری دانستند که در اروپا vinculum نام گرفت.

نسبت طلایی در جهان اسلام:

گفته می شود که: اگر فاصله ی کعبه را در شهر مکه تا قطب شمال و جنوب اندازه گرفت و به هم تقسیم کرد عدد فی به دست خواهد امد. تاکنون نه تنها در کتاب رمز داوینچی بلکه پیام ها اسرار مذهبی و کهن در دیوار های زیارتگاه های اسلامی به صورت رمز قرار مشاهده شده است بسیاری از کاشیکاری های بنا های اسلامی متعلق به ۵۰۰ سال پیش توانسته اند الگو های فراوان ریاضی پیدا کنند که تا دهه ۱۹۷۰ برای غربی ها ناشناخته بوده است اساس یک طراحی هندسی برای نشان دادن یک نهاد از علم ماندالا است که به عقیده بسیاری از ملت شرق به تعمق و اندیشه کمک می کند خلق بسیاری از نامحدود ها با استفاده هز مثلث و مستطیل طلایی از این گونه است:

کیث کریچه نویسنده کتاب الگو های ریاضی چنین ادعا می کند ما دریافتیم که اسلام در دوره قرون وسطی تا چه اندازه ای پیشرفته بوده است نام این الگو های پیچیده در ان دوران شیمی بیضی متقارن ممنوعه می نامند.

ان ها از الگو های کاشی های هرمی برخوردارند و با چرخش یک سوم در ان قابل شناسایی هستند همین قانون برای کاشی های مستطیلی نیز پیروی می کند که با چرخش یک چهارم قابل شناسایی هستند ما برای کاشی های شش گوش چرخش یک ششم لازم است اما این شبکه ها بدون وجود پنج ضلعی ها کامل نمی شوند و بدون رعایت فاصله میان انها در کنار هم جفت نمی شوند و نمی توان ان ها را با چرخش یک پنجم در کنار هم قرار داد اقای لو توانست در دیوار یکی از زیارتگاه های ایران این دو نوع از کاشیکاری ها بزرگ را که با کاشی های هم شکل ساخته شده بودکشف کند به گونه ای که ظاهرا از نسبت طلایی فیثاغورثی تبعیت می کرد کریچلو در این باره می گوید:سازندگان بنا به طور حتم از این نسبت خبر داشتند.

در سال ۱۹۷۳ سر راجر پنروس ریاضی دان برجسته غربی توانست با در نظر گرفتن این پنج ضلعی الگویی پنج تایی با شکلی بسازد که از ان به عنوان کیت یا دارت نام برده می شود او نخستین غربی بود که این حساب را کشف کرد و در ان زمان گمان می کرد نخستین کسی است که به این موضوع پی برده

خلاقیت وی به خلق خواص ریاضی منجر می شد. هر دسته می تواند حاوی تعدادی از کیت ها و دارت ها باشد که می توانند تا بی نهایت و بدون تکرار پذیری الگو های کوچکتری از کیت ها و دارت ها بسازند هر چقدر تعداد این اشکال ریز افزایش پیدا کند انگاه نسبت کیت ها به دارت ها به نسبتی مرسوم بخ نسبت طلایی می رسد.

گلرو نجیب اغلوی یکی از استادان دانشگاه هاوارد می گوید خلقت انسان مشابه هم است و شکل مشخصی دارد که از عجایب خلقت خداوندی است که این الگو ها به کجا ختم می شوند؟
به صورت هوشمندانه ای در در ها و پنجره ها به کار رفته اند مسئله ای است که نمی توان مشخص کرد به گفته ی وی با وجود این که الگوی پنروس به قرن ۱۴ یا ۱۵ باز می گردد اما این اشکال کاشیکاری در دنیای اسلام از صد ها سال قبل از ان به کار گرفته شده در منبتکاری های ایران در قرن پانزدهم و اوایل شانزدهم فهرستی از بسیاری از این طرح ها قرار دارند که ممکن است سر نخی برای شکوه ریاضیات اسلام در مساجد ایران و ترکیه و مدارس بغداد و زیارتگاه های هند و افغانستان باشد دانشمندان اکنون می دانند که مسلمانان در ان دوران می توانستند معادلات جبری به توان سه و فراتر از ان را حل کنند معادلاتی که بسیار دشوارتر از معادلات دو مجهولی است و اساس جبر به شمار می روند مسلمانان همچنین دارای حسابگر های مکانیکی بودند و در علم داروشناسی و ستاره شناسی پیشرفته تر از اروپایی ها بودند اما با این حال جای تاسف است که تعداد اندکی از دانشمندان در باره یافته های خود یا اثر به رشته تحریر در اوردند.

نسبت طلایی در ایران:

برج و میدان ازادی: طول بنا ۶۳ و عرض ان ۴۲ است که اگر طول را به عرض تقسیم کنیم عددی حدود ۱,۵ خواهد امد که به عدد طلایی نزدیک است سبک معماری ان نیز طاق بزرگی است که تلفیقی از سبک هخامنشی و ساسانی و اسلامی است که منحنی ان با الهام از طاق کسری معماری ایران باستان را تداعی می نمایید.

قلعه دالاهو.کرمانشاه: خطی از استحکامات به طول دو و نیم کیلومتر و عرض چهار متر با قلوه و لاشه سنگ به همراه ملات دیوار گچ را می سازد سرتاسر نمای خارجی این دیوار با مجموعه ای از برج ها ی نیم دایره ای شکل تقویت شده.

بیستون از دوره هخامنشی.کرمانشاه: به طول ۵ کیلومتر و عرض ۳ کیلومتر است. اعداد۳و۵ هر دو جزو دنباله فیبوناچی هستند.پس ۵ تقسیم بر ۳ می شود ۱,۶ و ابعاد بر جسته کاری ۱۸ در ۱۰ پا است نسبت داریوش ۵ یا ۸ اینچ بلندی دارد که هر دو از اعداد فیبوناچی هستند. یکی از هنر های معماری بر تخت جمشد این است که نسبت ارتفاع سر در ها به عرض ان ها و همین طور نسبت ارتفاع ستون ها به فاصله ی بین دو ستون نسبت طلایی است. نسبت طلایی نسبت مهمی در هندسه است که در طبیعت وجود دارد. این نشانگر هنر ایرانیان باستان در معماری است.

پل ورسک در مازندران: این پل بر روی رودخانه ورسک در مجاورت سواد کوه بنا شد بلندی این پل ۱۱۰ متر است و طول قوس ان ۶۶ متر می باشد.

الگو های جالبی به که به وسیله جمع یا تفریق دو الگو با هم به وجود می اید:

۱-اگر دنباله فیبوناچی و لوکاس را زیر هم بنویسیم و جمع کنیم دو برابر دنباله فیبوناچی به وجود می اید.

۱،۱،۲،۳،۵،۸،۱۳،۲۱،۳۴،۵۵،۸۹ + ۱،۳،۴،۷،۱۱،۱۸،۲۹،۴۷،۷۶،۱۲۳،۱۹۹

۲،۴،۶،۱۰،۱۶،۲۶،۴۲

۲-اگر دنباله فیبوناچی و لوکاس را با هم ضرب کنیم یک در میان اعداد دنباله لوکاس بدست می اید.

۱،۱،۲،۳،۵،۸،۱۳،۲۱،۳۴،۵۵،۸۹ × ۱،۳،۴،۷،۱۱،۱۸،۲۹،۴۷،۷۶،۱۲۳،۱۹۹

۱،۳،۸،۲۱،۵۵،۱۴۴

نکات جالب و مشترک بین اعداد لوکاس و فیبوناچی:

۱-اگر در هر یک از این دنباله ها اعداد را تقسیم بر عدد قبلی کنیم که عدد فی به دست می اید یک در میان اعداد کمتر و بیشتر می شود.

۱،۳،۴،۷،۱۱،۱۸،۲۹،۴۷،۷۶،۱۲۳،۱۹۹ ← ۳،۱،۳،۱،۷۵،۱،۵۷،۱۶،۳،۱،۶۱،۱،۶۲

۸۹،۵۵،۲۱،۳۴،۱۳،۸،۵،۳،۲،۱،۱ ← ۱،۲،۱،۵،۱،۶،۱،۶،۱،۶۲۵،۱،۶۱۵

۲-ودر اخر نکته دیگر اینکه می توان عدد فی را در دنباله لوکاس نیز پیدا کرد.

به طور پیش فرض اولین دومین و سومین جمله این سری اعداد ۰ و۱و ۱ اغاز شده و جملات بعدی بر اساس فرمول زیر محاسبه می شوند:

$$F_n = F_{(n-۱)} + F_{(n-۲)} \quad -۱$$

که در ان منظور از F جمله ی n ام فیبوناچی است و مقادیر $F_{(n-1)}$ و $F_{(n-2)}$ به ترتیب دو جمله ماقبل جمله ی n ام هستند.

با توجه به رابطه ی بالا سری متعارف فیبوناچی به شرح زیر معرفی می شود:

$$۱, ۱, ۲, ۳, ۵, ۸, ۱۳, ۲۱, ۳۴, ۵۵, ۸۹, ۱۴۴, \ldots, F_n$$

ویژگی این سری افراز کمیت ثابت ۱,۶۱۸ است که به عنوان نسبت طلایی (φ) شناخته و به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\varphi = F_n / F_{(n-۱)}$$

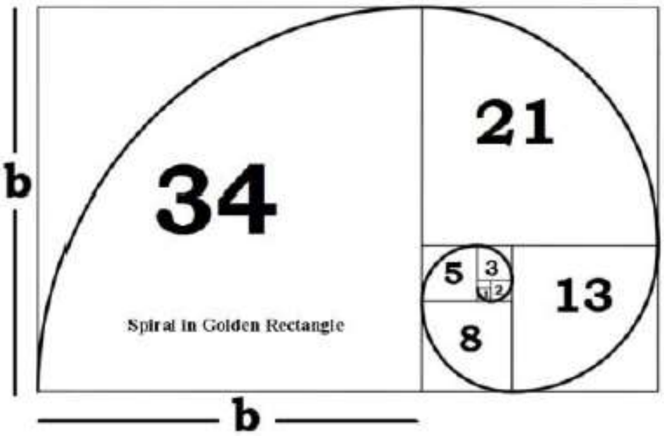
۲ـمستطیل طلایی متداول ترین شکل طبیعی با مولفه های متناظر است که در ارتباط مشتقیم و معنادار با نسبت طلایی است.

تابع توزیع مستطیل طلایی به صورت مارپیچ رسم می شود و شعاع این مارپیچ (r) متناسب با طول ضلع چهارضلعی اولیه {b} است.

بنابراین می توان نوشت:

$$r = \exp\ (b_* \theta)\ ,\ \ [b = ۲ / \pi\ \mathrm{Ln}(\varphi)]$$

۳ـشکل ۱ تابع مارپیچ حاصل از سریع عددی فیبوناچی را نشان داده است. چنانکه ملاحضه می شود این تابع با استفاده از خواص مستطیل طلایی به دست امده و کمیت φ،عامل پیدایش مولفه های متناظر در این توزیع است.



شکل ۱. تابع مارپیچ حاصل از مستطیل طلایی که تغییر مساحت آن براساس الگوریتم سری فیبوناچی است

در شکل۱ تغییر مساحت چهار ضلعی ها طبق قواعد فیبوناچی است و چهارضلعی اولیه دارای ابعاد متناظر به طول b است.

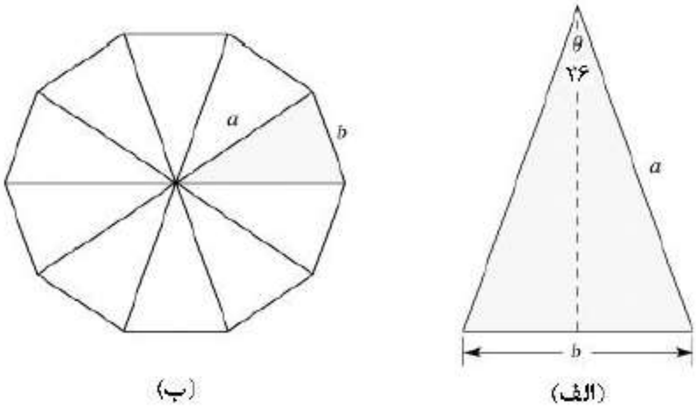
اغلب پدیده های زمین شناسی و جغرافیایی از توزیع مارپیچ با اعداد صحیح یا حقیقی تبعیت می کنند از این رو کاربرد
خواص نسبت طلایی در تحلیل مکانی پدیده های طبیعی دارای توجیه منطقی و مبتنی بر مفاهیم هندسی اقلیدسی و فرکتال است.

مثلث و ده ضلعی طلایی دو نوع دیگر از اشکال هندسی با ابعاد متناظر و مرتبط با نسبت طلایی هستند که از انها برای درک رابطه
مکانی دو یا چند پدیده استفاده می شود.

مطابق شکل۲ـالف مثلث طلایی یک سه ضلعی متساوی الساقین است که زاویه بین دو ساق ان (θ)، ۳۶ درجه و نسبت طول ساق

مثلث{a} به قاعده ان {b} همان نسبت طلایی است. $a/b=\varphi,(\theta=\ ۳۶^{\circ})$

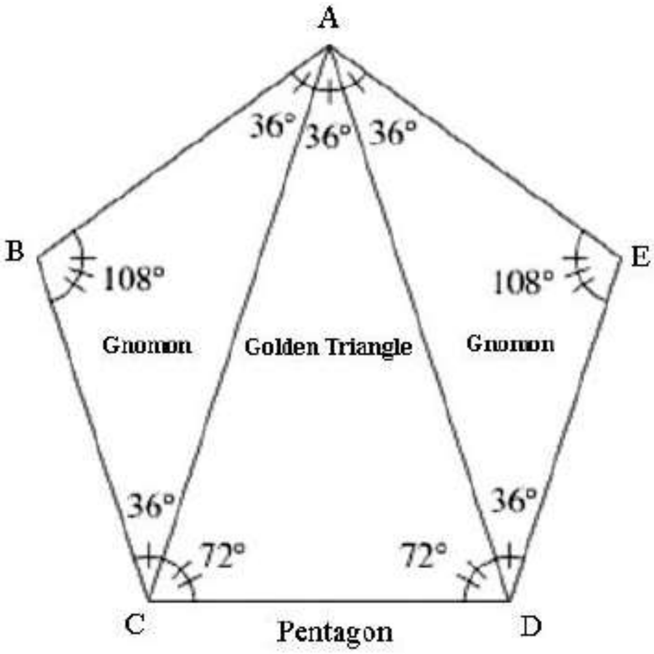
۴ـهمچنین این مثلث مبنای تولید ده ضلعی طلایی است که از بیشینه تقارن با خواص شبیه دایره طلایی برخوردار است{شکل۲ـب}



شکل ۲. الف) مثلث طلایی با ساق‌های مساوی و زاویهٔ ۳۶ درجه بین دو ساق؛ ب) ده‌ضلعی متنظم متشکل از ده واحد مثلث طلایی

گنمون طلایی نوع خاصی از مثلث متساوی الساقین با خواص طلایی است که مطابق شکل۳ زاویه بین ساق های ان ۱۰۸ درجه است

و نسبت طول ساق به طول قاعده ان با استفاده از رابطه ی ۵ به دست می اید.{۴,۱}.



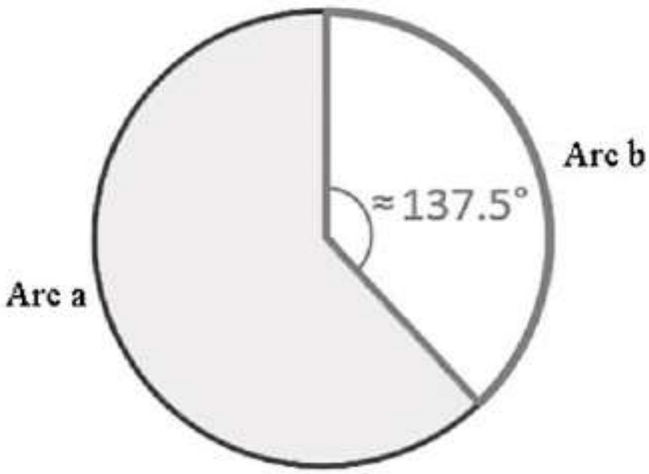
شکل ۳. مثلث و گنومون طلایی در ساختار پنج‌ضلعی منتظم (طراحی هندسی مبتنی بر سری فیبوناچی)

با توجه به شکل۳ هر پنج ضلعی که بر اساس توالی فیبوناچی تولید شده باشد از یک مثلث طلایی با زاویه ۳۶ درجه{ACD} و دو
گنومون طلایی با زوایای راس ۱۸۰ درجه برخوردار است {ABC,AED} ۵و۶ این اشکال از معمول ترین توزیع های هندسی در طبیعیت اند که از برگ درختان صدف نرم تنان و استقرار کهکشان ها تا پیدایش کانون زلزله های مخرب را در بر می گیرند {۴,۶}

بر خلاف مثلث طلایی مقدار نسبت طلایی در گنومون یک واحد کمتر از φ است و به صورت رابطه ی زیر محاسبه میشود {انتخاب نسبت ها بر اساس شکل۳}

$$AB / AC = AE / AD = \varphi - ۱, (\theta = ۱۰۸^{\circ})$$

۵-در شکل ۴ دایره منحصر به فردی با عنوان دایره مرجع فیبوناچی {طلایی} رسم شده که از اشکال هندسی مرتبط با این توالی بوده
و به اختصار دایره مرجع نامیده می شود. این دایره کاربرد های متعددی در علوم زیستی {۳و۷} و کامپیوتر {۸و۹} دارد و در این تحقیق به عنوان محدوده اثر کانون های لرزه ای غرب ایران مشاهده و ترسیم شده است.



شکل ۴. دایرهٔ مرجع فیبوناچی با کمان مقابل به زاویهٔ مرکزی ۱۳۷/۵ درجه

در بیشتر موارد شعاع دایره مذکور متناسب با شعاع ده ضلعی منتظم {شکل۲ـب} بوده و شرط زاویه طلایی ۱۳۷,۵ درجه طبق

رابطه روبرو برقرار است.

$$\text{Arc a} / \text{Arc b} = ۲۲۲.۵ / ۱۳۷.۵ = \varphi$$

۶ـبنابراین سری فیبوناچی مولد انواع مختلفی از اشکال هندسی منتظم است که در همه انها امکان دستیابی به نسبت طلایی φ یا

کسری از ان {گنومون} فراهم شده است. همچنین در وضعیت ایده ال {بیشینه تقارن طبیعی} نوع خاصی از دایره به وجود می اید

که از زاویه طلایی ۱۳۷,۵ درجه برخوردار بوده و نسبت طول کمان های ان متناسب با ضریب φ است

{۳,۵}

منابع:

۱. مجله رشد برهان از سالهای ۱۳۹۳ الی ۱۳۹۷
۲. تعمیم و کاربرد اعداد فیبوناتچی از پایاننامه سلیمان زاده از دانشگاه سمنان سال ۱۳۹۰
۳. کتاب کاربرد اعداد فیبوناتچی و نقش آنها در ساختار موسیقی معاصر
۴. مقاله بررسی شناسایی الگوی مکانی زلزله های غرب ایران به روش فیبوناتچی
۵. فصلنامه علمی پژوهشی های اقتصادی ۲۰۰۹
۶. مدلسازی انتقاد لوکاس با رویکرد مجموعه های فازی .